

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ  
БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ



ПРЕПРИНТ

24

А.А. КУЗНЕЦОВ

**О РАСПРОСТРАНЕНИИ УПРУГОЙ  
ПОЛУСФЕРИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ  
В ПРЯМОУГОЛЬНОМ СТЕРЖНЕ**

Москва 2014

## АННОТАЦИЯ

А.А.Кузнецов.

О распространении упругой полусферической волны в прямоугольном стержне.

Рассмотрены вопросы акустической эмиссии (АЭ) в стекле при воздействии на него инфракрасного лазерного импульса. Проведен детальный анализ опубликованной ранее гипотезы о возникновении акустических импульсов вследствие рекомбинации дефектов, вынесенных на поверхность упругой волной.

Получены временные зависимости скорости появления дефектов на поверхности, определяющей уровень АЭ. Изучено влияние на него таких факторов как характер зависимости числа перемещаемых дефектов от интенсивности волны, их доля в общей величине дислокаций и скорость затухания волны в образце. Проведено сравнение с экспериментальными данными.

Результаты могут быть использованы при поиске и проверке механизмов возникновения АЭ и других явлений, связанных распространением уединенных волн в образцах с прямоугольным поперечным сечением.

# О распространении упругой полусферической волны в прямоугольном стержне.

А.А.Кузнецов.

*Физический институт им.П.Н.Лебедева Российской Академии Наук,  
119991 г. Москва, Ленинский просп., д. 53, e-mail: smith@sci.lebedev.ru*

## 1. Введение

Метод акустической эмиссии (АЭ) широко применяется для изучения процессов, происходящих в жидкостях и твердых телах, подвергшихся различным воздействиям [1-3]. В том числе для наблюдения и исследования медленных уединенных упругих волн (МУУВ) [4-5]. Однако, несмотря на значительное количество опубликованных экспериментальных материалов, механизмы возбуждения этих волн и их взаимосвязи с АЭ до сих пор не установлены. В работе [6] представлена гипотеза о возникновении акустических импульсов вследствие рекомбинации дефектов, вынесенных упругой волной на поверхность образца. И предпринята попытка, в рамках этой гипотезы, интерпретировать результаты измерений акустической эмиссии в стеклянных стержнях при воздействии на них инфракрасного лазерного импульса.

В данной работе проведен детальный анализ представленных в [6] гипотезы о влиянии МУУВ на возникновение АЭ и интерпретации экспериментальных данных. Рассмотрен вопрос о распространении полусферической волны в однородных стержнях с прямоугольным поперечным сечением. Определен объем, через который проходят разные части волнового фронта, и получена оценка относительного количества дефектов, вынесенных на поверхность, при различных зависимостях числа перемещаемых дислокаций от интенсивности волны и при разных скоростях ее затухания.

## 2. Эксперимент

В работе [6] исследовались стеклянные образцы (сорта крон) с прямоугольным поперечным сечением  $6,0 \times 4,7 \text{ мм}^2$ , длина которых составляла  $\sim 23,5$  и  $48 \text{ мм}$ . Схема экспериментальной установки была аналогична, описанной в [3]. На один из торцов образца (см. Рис. 1) подавался инфракрасный лазерный импульс от  $\text{CO}_2$ -лазера с длиной волны  $10,6 \text{ мкм}$  и непрерывной мощностью  $\sim 5 \text{ Вт}$ . Для формирования импульса излучения применялся электромеханический прерыватель. Временная зависимость импульса регистрировалась с помощью фотоприемника ФСГ-22-3а1. Импульс имел форму, близкую к прямоугольной, его длительность равнялась  $\sim 0,3 \text{ сек}$ , ширина переднего фронта  $\sim 0,03 \text{ сек}$ .

Лазерное излучение фокусировалось на различные участки переднего торца с помощью линзы из  $\text{NaCl}$ , фокусное расстояние которой  $f = 150 \text{ мм}$ . К противоположному торцу был подсоединен акустический датчик марки GT-300, входящий в аппаратно-программный комплекс, выпускаемой фирмой ЗАО «СДС» [7]. Сигнал от датчика через широкополосный усилитель подавался на анализатор импульсов акустической эмиссии СДС 1008, и затем выводился для регистрации на персональный компьютер.

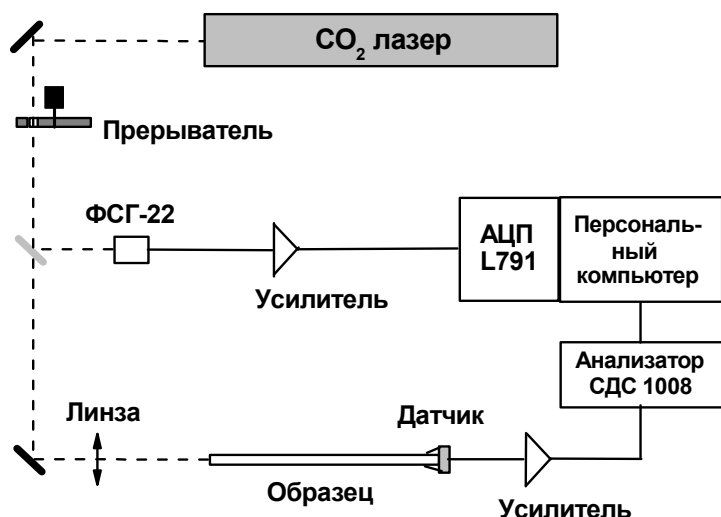
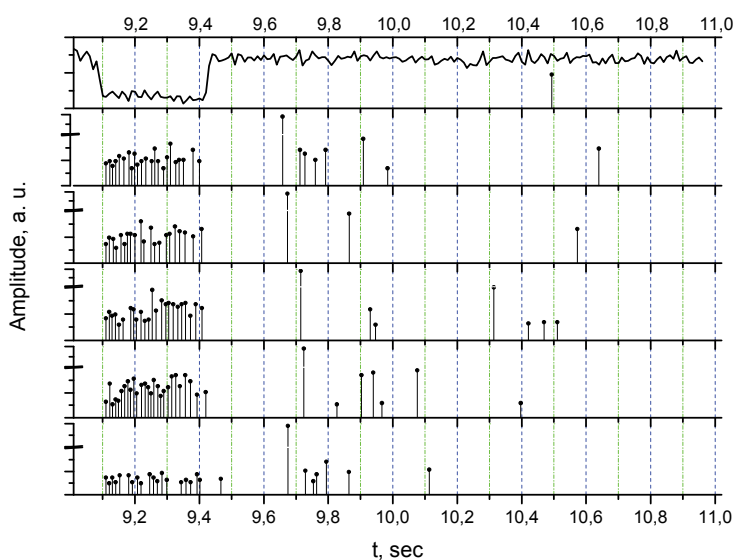


Рис.1. Схема экспериментальной установки.

С помощью специализированной программы «Маэстро», в частности, фиксировались время наступления акустического события (с точностью до 1 мкс), форма сигнала АЭ, максимум его амплитуды и частотный спектр. Импульсы акустической эмиссии регистрировались в течение 40 минут после начала лазерного воздействия.

На Рис. 2 показан начальный участок (~ 2 сек) записи акустической эмиссии для пяти экспериментов с образцом длиной ~ 48 мм. Верхний график соответствует инфракрасному импульсу CO<sub>2</sub>-лазера. Амплитуды импульсов акустической эмиссии изменялись в пределах (0.04-0.08) мВ, Отношение сигнал/шум для них составляло ~ 2÷4.



На Рис. 2. Начальный участок временной зависимости акустической эмиссии для пяти экспериментов. Верхний график соответствует импульсу CO<sub>2</sub>-лазера.

Во время воздействия лазерного импульса на образец (~ 0.3 сек), в каждом из рассматриваемых экспериментов зарегистрировано от 19 до 27 акустических событий. Среднее время между импульсами на этом участке составляет ~ 13 мсек. По окончании воздействия во всех пяти случаях частота появления импульсов акустической эмиссии существенно уменьшается, и промежуток времени между их появлением может превышать ~ 0,7 сек.

### 3. Расчет распространения волны в прямоугольном параллелепипеде.

#### 3.1. Центр волны в середине торца.

Не касаясь в данной работе вопроса об обоснованности приведенной в [6] гипотезы, оценим динамику акустических событий в условиях описанного эксперимента, предположив, что она верна. Согласно гипотезе акустические импульсы возникают из-за рекомбинации дефектов на поверхности, поэтому необходимо определить с какой скоростью они там появляются. Поскольку в однородном образце число дислокаций, вынесенных на стенки, пропорционально объему, через который проходят соответствующие части волны, нужно установить зависимость этого объема от радиуса волны  $r$ , связанного с ее скоростью  $v$  и временем  $t$  выражением:  $r = v \cdot t$ . Для этого рассмотрим сначала уединённую полусферическую волну, распространяющуюся в однородном стержне из точки, совпадающей с серединой его прямоугольного торца. Поперечные размеры образца составляют  $2a \times 2b$  ( $a < b$ ).

На начальном участке  $0 < r < a$  волновой фронт распространяется внутри стержня, а затем появляется на широких боковых сторонах в форме полуокружностей, концы которых соприкасаются с краем торцевой поверхности. Данная часть волны прошла в образце через два полукуноса с радиусами основания  $\sqrt{r^2 - a^2}$  и высотой  $a$ . При  $r > b$  к ним добавляются еще два аналогичных полукуноса с полукруглыми основаниями на узких боковых сторонах. В результате зависимость объема для этой части волны  $V_{0D}$  будет иметь следующий вид

$$V_{0D} = \begin{cases} 0, & 0 < r < a \\ \pi a \cdot (r^2 - a^2)/3, & a < r < b \\ \pi a \cdot (r^2 - a^2)/3 + \pi b \cdot (r^2 - b^2)/3, & b < r < \sqrt{a^2 + b^2} \end{cases} \quad (1)$$

При дальнейшем возрастании  $r$  ( $r > \sqrt{a^2 + b^2}$ ) волновой фронт на поверхности стержня имеет форму четырех дуг ( $< \pi$ ), концы которых располагаются на ребрах между соседними боковыми сторонами и удалены от торцевой поверхности на расстояние  $k_0 = \sqrt{r^2 - a^2 - b^2}$ . Зависимость объема для этой части волны, волновой фронт которой не соприкасается с торцом,  $V_{0OFF}$  определяется выра-

жением

$$V0_{OFF} = \frac{2a}{3}(r^2 - a^2) \cdot \arcsin\left(\frac{b}{\sqrt{r^2 - a^2}}\right) + \frac{2b}{3}(r^2 - b^2) \cdot \arcsin\left(\frac{a}{\sqrt{r^2 - b^2}}\right) + \frac{4ab}{3} \cdot k0 \quad (2)$$

Кроме того, при радиусе волны  $r$ , превышающем половину диагонали торца ( $r > \sqrt{a^2 + b^2}$ ), поверхности стержня достигают части волнового фронта, отраженные от соседних боковых сторон. Они появляются в углах образца, образованных торцевой и двумя смежными боковыми гранями, в форме дуг ( $< 0,4\pi$ ), один конец которых расположен на краю торцевой поверхности, а другой – на расстоянии  $k0$  от нее. Объем, через который проходят эти части волны  $V1_C$ , можно представить в виде

$$V1_C = V1_{a,C} + V1_{b,C} \quad (3)$$

где 
$$V1_{a,C} = \frac{2}{3} \cdot \left[ (r^2 - b^2) \cdot \arccos\left(\frac{a}{\sqrt{r^2 - b^2}}\right) - a \cdot k0 \right] \times \left( b - \frac{ab}{\sqrt{r^2 - b^2}} \right) \quad (4)$$

$$V1_{b,C} = \frac{2}{3} \cdot \left[ (r^2 - a^2) \cdot \arccos\left(\frac{b}{\sqrt{r^2 - a^2}}\right) - b \cdot k0 \right] \times \left( a - \frac{ab}{\sqrt{r^2 - a^2}} \right). \quad (5)$$

Зависимости  $V1_{a,C}$  и  $V1_{b,C}$  определены на участках  $\sqrt{a^2 + b^2} < r < \sqrt{9a^2 + b^2}$  и  $\sqrt{a^2 + b^2} < r < \sqrt{a^2 + 9b^2}$  соответственно. В формулах (1) – (5), также как и в дальнейшем, цифра после знака объема  $V$  обозначает количество отражений, которое претерпела соответствующая часть волны до появления на поверхности образца.

При радиусе волны  $r$  равном  $3a$  появляется функция  $V1_D$ , а затем при  $r = \sqrt{9a^2 + b^2}$  – функции  $V1_{OFF}$  и  $V2_C$ . Зависимость  $V2_C$  можно оценить следующими выражениями

$$V2_C = 4 \cdot (V_{xa} + V_{ya} + V_{xb} + V_{yb}) \quad (6)$$

где 
$$V_{xa} = \frac{h_1}{6} \cdot x_{1a} \cdot x_{0a} \quad \sqrt{9a^2 + b^2} < r < \sqrt{9a^2 + 9b^2} \quad (7)$$

$$V_{ya} = \frac{h_1}{6} \cdot y_{1a} \cdot y_{0a} \quad \sqrt{9a^2 + b^2} < r < \sqrt{25a^2 + 9b^2} \quad (8)$$

$$V_{xb} = \frac{h_2}{6} \cdot x_{1b} \cdot x_{0b} \quad \sqrt{a^2 + 9b^2} < r < \sqrt{a^2 + 25b^2} \quad (9)$$

$$V_{yb} = \frac{h_2}{6} \cdot y_{1b} \cdot y_{0b} \quad \sqrt{a^2 + 9b^2} < r < \sqrt{9a^2 + 9b^2} \quad (10)$$

$$h_1 = \sqrt{r^2 - 9a^2 - b^2}; \quad x_{1a} = \sqrt{r^2 - 9a^2} - b; \quad x_{0a} = \frac{3a \cdot x_{1a}}{x_{1a} + b}; \quad y_{1a} = \sqrt{r^2 - b^2} - 3a; \quad y_{0a} = \frac{b \cdot y_{1a}}{3a + y_{1a}}.$$

$$h_2 = \sqrt{r^2 - a^2 - 9b^2}; \quad x_{1b} = \sqrt{r^2 - a^2} - 3b; \quad x_{0b} = \frac{a \cdot x_{1b}}{x_{1b} + 3b}; \quad y_{1b} = \sqrt{r^2 - 9b^2} - a; \quad y_{0b} = \frac{3b \cdot y_{1b}}{a + y_{1b}}.$$

В общем виде начальные значения радиуса волны  $r$  для функции  $V_{iD}$  составляют  $r = (2i + 1)a$ , а для функций  $V_{iOFF}$  и  $V_{jC}$  –  $r = \sqrt{(2i + 1)^2 a^2 + b^2}$ , (где  $i = 0, 1, 2, \dots$  – количество отражений соответствующей части волны от стенок образца,  $j = i + 1$ ). Тогда для  $V_{iD}$  и  $V_{iOFF}$  можно записать в виде

$$V_{iD} = V_{i,a,D} + V_{i,b,D} \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (11)$$

$$\text{где } V_{i,a,D} = \frac{\pi(2i+1) \cdot a}{3} \cdot [r^2 - (2i+1)^2 \cdot a^2] \cdot \left[ 1 - \text{sgn}(i) \times \left( \frac{2i-1}{2i+1} \right)^3 \right] \quad (12)$$

$$V_{i,b,D} = \frac{\pi(2i+1) \cdot b}{3} \cdot [r^2 - (2i+1)^2 \cdot b^2] \cdot \left[ 1 - \text{sgn}(i) \times \left( \frac{2i-1}{2i+1} \right)^3 \right] \quad (13)$$

при  $a(2i+1) < r < \sqrt{(2i+1)^2 a^2 + b^2}$  и  $b(2i+1) < r < \sqrt{a^2 + (2i+1)^2 b^2}$  соответственно.

$$V_{iOFF} = 2 \cdot (V_{i,a,OFF} + V_{i,b,OFF}) \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (14)$$

$$\text{где } V_{i,a,OFF} = \left\{ [r^2 - (2i+1)^2 a^2] \cdot \arcsin \left( \frac{b}{\sqrt{r^2 - (2i+1)^2 a^2}} \right) + b \cdot ki_a \right\} \times \\ \times \frac{(2i+1)a}{3} \times \left[ 1 - \text{sgn}(i) \times \left( \frac{2i-1}{2i+1} \right)^3 \right] \quad r > \sqrt{(2i+1)^2 a^2 + b^2} \quad (15)$$

$$V_{i,b,OFF} = \left\{ [r^2 - (2i+1)^2 b^2] \cdot \arcsin \left( \frac{a}{\sqrt{r^2 - (2i+1)^2 b^2}} \right) + a \cdot ki_b \right\} \times \\ \times \frac{(2i+1)b}{3} \times \left[ 1 - \text{sgn}(i) \times \left( \frac{2i-1}{2i+1} \right)^3 \right] \quad r > \sqrt{a^2 + (2i+1)^2 b^2} \quad (16)$$

$$ki_a = \sqrt{r^2 - (2i+1)^2 a^2 - b^2}, \quad ki_b = \sqrt{r^2 - a^2 - (2i+1)^2 b^2}$$



Зависимость  $V_{3C}$  можно оценить следующими выражениями

$$V_{3C} = 4 \cdot (V_{P1} + V_{P2} + V_{P3} + V_{P4} + V_{P5} + V_{P6}) \quad (17)$$

$$\text{где } V_{P1} = \frac{h_1}{6} \cdot x_{11} \cdot x_{01} \quad \sqrt{9a^2 + 9b^2} < r < \sqrt{9a^2 + 25b^2} \quad (18)$$

$$V_{P2} = \frac{h_1}{6} \cdot y_{11} \cdot y_{01} \quad \sqrt{9a^2 + 9b^2} < r < \sqrt{25a^2 + 9b^2} \quad (19)$$

$$V_{P3} = \frac{h_2}{6} \cdot x_{12} \cdot x_{02} \quad \sqrt{25a^2 + b^2} < r < \sqrt{25a^2 + (25/9) \cdot b^2} \quad (20)$$

$$V_{P4} = \frac{h_2}{6} \cdot y_{12} \cdot y_{02} \quad \sqrt{25a^2 + b^2} < r < \sqrt{49a^2 + b^2} \quad (21)$$

$$V_{P5} = \frac{h_3}{6} \cdot x_{13} \cdot x_{03} \quad \sqrt{a^2 + 25b^2} < r < \sqrt{a^2 + 49b^2} \quad (22)$$

$$V_{P6} = \frac{h_3}{6} \cdot y_{13} \cdot y_{03} \quad \sqrt{a^2 + 25b^2} < r < \sqrt{(25/9) \cdot a^2 + 25b^2} \quad (23)$$

$$h_1 = \sqrt{r^2 - 9a^2 - 9b^2}; \quad x_{11} = \sqrt{r^2 - 9a^2} - 3b; \quad x_{01} = \frac{3a \cdot x_{11}}{x_{11} + 3b}; \quad y_{11} = \sqrt{r^2 - 9b^2} - 3a; \quad y_{01} = \frac{3b \cdot y_{11}}{3a + y_{11}}.$$

$$h_2 = \sqrt{r^2 - 25a^2 - b^2}; \quad x_{12} = \sqrt{r^2 - 25a^2} - b; \quad x_{02} = \frac{5a \cdot x_{12}}{x_{12} + b}; \quad y_{12} = \sqrt{r^2 - b^2} - 5a; \quad y_{02} = \frac{b \cdot y_{12}}{5a + y_{12}}.$$

$$h_3 = \sqrt{r^2 - a^2 - 25b^2}; \quad x_{13} = \sqrt{r^2 - a^2} - 5b; \quad x_{03} = \frac{a \cdot x_{13}}{x_{13} + 5b}; \quad y_{13} = \sqrt{r^2 - 25b^2} - a; \quad y_{03} = \frac{5b \cdot y_{13}}{a + y_{13}}.$$

Отметим, что для двух составляющих –  $V_{P3}$  и  $V_{P6}$  область применимости «заканчивается» раньше, чем волна доходит до края соответствующей боковой поверхности. Верхняя граница  $r$  достигается при таком положении волнового фронта на рассматриваемой поверхности, при котором его радиус-вектор проходит через стык двух отражающих сторон и составляет не  $\sqrt{25a^2 + 9b^2}$  и  $\sqrt{9a^2 + 25b^2}$ , а  $\sqrt{25a^2 + (25/9) \cdot b^2}$  и  $\sqrt{(25/9) \cdot a^2 + 25b^2}$  соответственно.

### 3.2. Центр волны смещен от середины торца.

В проведенных экспериментах лазерное излучение фокусировалось на различные участки торца. Поэтому определим зависимости, аналогичные полученным в предыдущем разделе 3.1., для волны с центром, смещенным относительно середины торца образца. Рассмотрим, в частности, случай, при котором начальная точка сдвинута вдоль большей поперечной стороны на расстояние  $\varepsilon$ . В этом случае выражения для  $V_{iD}$  можно представить в виде

$$V_{iD} = V_{i_{a-,D}} + V_{i_{a+,D}} + V_{i_{b-,D}} + V_{i_{b+,D}} \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (24)$$

где 
$$V_{i_{a-,D}} = \frac{\pi(2i+1) \cdot a}{3} \cdot [r^2 - (2i+1)^2 \cdot a^2] \cdot \left[ 1 - \operatorname{sgn}(i) \times \left( \frac{2i-1}{2i+1} \right)^3 \right] \quad (25)$$

$$V_{i_{a+,D}} = \frac{\pi(2i+1) \cdot a}{6} \cdot [r^2 - (2i+1)^2 \cdot a^2] \cdot \left[ 1 - \operatorname{sgn}(i) \times \left( \frac{2i-1}{2i+1} \right)^3 \right] \quad (26)$$

при  $a(2i+1) < r < \sqrt{(2i+1)^2 a^2 + (b-\varepsilon)^2}$  и  $\sqrt{(2i+1)^2 a^2 + (b-\varepsilon)^2} < r < \sqrt{(2i+1)^2 a^2 + (b+\varepsilon)^2}$  соответственно. Формулы для  $V_{i_{b-,D}}$  и  $V_{i_{b+,D}}$  и диапазоны их применения можно объединить. Тогда на участках  $(2i+1)b \pm \varepsilon < r < \sqrt{a^2 + [(2i+1)b \pm \varepsilon]^2}$ .

$$V_{i_{b\pm,D}} = \frac{\pi[(2i+1)b \pm \varepsilon]}{6} \cdot \{r^2 - [(2i+1)b \pm \varepsilon]^2\} \times \left\{ 1 - \operatorname{sgn}(i) \times \left[ \frac{(2i-1)b \pm \varepsilon}{(2i+1)b \pm \varepsilon} \right]^3 \right\} \quad (27)$$

Аналогичным образом запишем выражения для зависимостей  $V_{iOFF}$

$$V_{iOFF} = V_{i_{a-,OFF}} + V_{i_{a+,OFF}} + V_{i_{b-,OFF}} + V_{i_{b+,OFF}} \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (28)$$

Здесь значения и области определения функций  $V_{i_{a-,OFF}}$  и  $V_{i_{a+,OFF}}$  можно найти с помощью формулы (15) (см. Раздел 3.1.), в которой величину  $b$  следует заменить на  $(b-\varepsilon)$  или  $(b+\varepsilon)$  соответственно

$$V_{i_{a\pm,OFF}} = \left\{ \left[ r^2 - (2i+1)^2 a^2 \right] \cdot \arcsin \left( \frac{(b \pm \varepsilon)}{\sqrt{r^2 - (2i+1)^2 a^2}} \right) + (b \pm \varepsilon) \cdot ki_{a\pm} \right\} \times$$

$$\times \frac{(2i+1)a}{3} \times \left[ 1 - \operatorname{sgn}(i) \times \left( \frac{2i-1}{2i+1} \right)^3 \right] \quad r > \sqrt{(2i+1)^2 a^2 + (b \pm \varepsilon)^2} \quad (29)$$

$$V_{i_{b\pm,OFF}} = \left\{ \left[ r^2 - [(2i+1)b \pm \varepsilon]^2 \right] \cdot \arcsin \left( \frac{a}{\sqrt{r^2 - [(2i+1)b \pm \varepsilon]^2}} \right) + a \cdot ki_{b\pm} \right\} \times$$

$$\times \frac{[(2i+1)b \pm \varepsilon]}{3} \times \left[ 1 - \operatorname{sgn}(i) \times \left[ \frac{(2i-1)b \pm \varepsilon}{(2i+1)b \pm \varepsilon} \right]^3 \right] \quad r > \sqrt{a^2 + [(2i+1)b \pm \varepsilon]^2} \quad (30)$$

где  $ki_{a\pm} = \sqrt{r^2 - (2i+1)^2 a^2 - (b \pm \varepsilon)^2}$ ,  $ki_{b\pm} = \sqrt{r^2 - a^2 - [(2i+1)b \pm \varepsilon]^2}$ .

Зависимость объема, через который прошли части волны, отраженные один раз от соседней боковой стороны  $V^1_c$ , как и в двух предыдущих случаях (16) и (20), можно представить в виде четырех составляющих

$$V^1_c = V^1_{a-,C} + V^1_{a+,C} + V^1_{b-,C} + V^1_{b+,C} \quad (31)$$

где функции  $V^1_{a\pm,C}$  и  $V^1_{b\pm,C}$ , а также области их определения равняются

$$V^1_{a-,C} = \frac{1}{3} \cdot \left[ \left( r^2 - (b - \varepsilon)^2 \right) \cdot \arccos \left( \frac{a}{\sqrt{r^2 - (b - \varepsilon)^2}} \right) - a \cdot \sqrt{r^2 - a^2 - (b - \varepsilon)^2} \right] \times$$

$$\times \left[ (b - \varepsilon) - \frac{a(b - \varepsilon)}{\sqrt{r^2 - (b - \varepsilon)^2}} \right] \quad \sqrt{a^2 + (b - \varepsilon)^2} < r < \sqrt{9a^2 + (b - \varepsilon)^2}$$

(32)

$$V^1_{a+,C} = \frac{1}{3} \cdot \left[ \left( r^2 - (b + \varepsilon)^2 \right) \cdot \arccos \left( \frac{a}{\sqrt{r^2 - (b + \varepsilon)^2}} \right) - a \cdot \sqrt{r^2 - a^2 - (b + \varepsilon)^2} \right] \times$$

$$\times \left[ (b + \varepsilon) - \frac{a(b + \varepsilon)}{\sqrt{r^2 - (b + \varepsilon)^2}} \right] \quad \sqrt{a^2 + (b + \varepsilon)^2} < r < \sqrt{9a^2 + (b + \varepsilon)^2}$$

(33)

$$I_{b-,C} = \frac{1}{3} \cdot \left[ (r^2 - a^2) \cdot \arccos \left( \frac{b - \varepsilon}{\sqrt{r^2 - a^2}} \right) - (b - \varepsilon) \cdot \sqrt{r^2 - a^2 - (b - \varepsilon)^2} \right] \times$$

$$\times \left( a - \frac{a(b - \varepsilon)}{\sqrt{r^2 - a^2}} \right) \quad \sqrt{a^2 + (b - \varepsilon)^2} < r < \sqrt{a^2 + (3b - \varepsilon)^2} \quad (34)$$

$$I_{b+,C} = \frac{1}{3} \cdot \left[ (r^2 - a^2) \cdot \arccos \left( \frac{b + \varepsilon}{\sqrt{r^2 - a^2}} \right) - (b + \varepsilon) \cdot \sqrt{r^2 - a^2 - (b + \varepsilon)^2} \right] \times$$

$$\times \left( a - \frac{a(b + \varepsilon)}{\sqrt{r^2 - a^2}} \right) \quad \sqrt{a^2 + (b + \varepsilon)^2} < r < \sqrt{a^2 + (3b + \varepsilon)^2} \quad (35)$$

Формула для  $I_{2C}$  состоит из восьми слагаемых, каждое из которых соответствует частям волнового фронта, достигающим поверхности образца после второго отражения от смежной боковой стороны. Эти слагаемые можно разделить на две равные группы, в одной из которых волна отражается от двух противоположных параллельных боковых сторон, в другой – от соседних перпендикулярных. При этом учитывается, что узкие грани расположены на разном расстоянии от центра волны.

Для всех компонент были получены области определения и выражения, сумма которых является оценкой снизу для функции  $I_{2C}$ . Вид этих восьми выражений в данной работе не приводится. Результаты расчета, полученные с их помощью, использованы в следующем разделе 4.

Следует отметить, что для двух составляющих, в отличие от остальных шести, область применимости «заканчивается» раньше, чем волна доходит до края соответствующей боковой поверхности. Верхняя граница  $r$  достигается при таком положении волнового фронта на рассматриваемой поверхности, при котором его радиус-вектор проходит через стык двух отражающих сторон. Такая ситуация возникает для следующих компонент из второй группы: 1 – при отражениях сначала от широкой, а затем от узкой, ближайшей к центру волны, боковых сторон; 2 – при отражениях сначала от узкой, дальней от центра волны, а затем от широкой. В этих случаях верхняя граница  $r$  составляет не  $\sqrt{(3b - \varepsilon)^2 + 9a^2}$  и  $\sqrt{(3b + \varepsilon)^2 + 9a^2}$ , а  $\sqrt{(3b - 3\varepsilon)^2 + 9a^2}$  и  $\sqrt{(3b + \varepsilon)^2 + a^2[(3b + \varepsilon)/(b + \varepsilon)]^2}$  соответственно.

## 4. Результаты и их обсуждение

### 4.1. Зависимости объема от радиуса волны.

На Рис. 3 представлены графики зависимостей объема  $V$ , через который проходит фронт полусферической волны, исходящей из середины торца образца, от расстояния  $r$ . Зависимости получены для использовавшегося в экспериментах стеклянного стержня (см. Раздел 2) с поперечными размерами  $4,7 \times 6 \text{ мм}^2$ . Кривая 1 соответствует тем частям волнового фронта, которые на боковых сторонах образца имеют форму полуокружностей с центрами на серединах сторон прямоугольного торца и появляются через расстояния кратные поперечным размерам стержня  $V_{iD}$ . Этот график описывается выражениями (11) – (13).

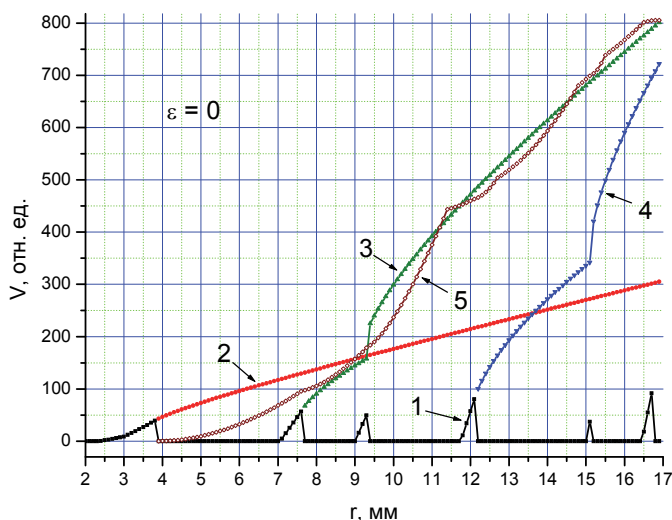


Рис. 3. Зависимости объема  $V$ , через который проходят части волны от радиуса волнового фронта  $r$ . Центр волны в середине торца  $\varepsilon = 0$ .

Кривая 1 –  $V_{0D}$ ,  $V_{1D}$ ,  $V_{2D}$  и  $V_{3D}$ ; 2 –  $V_{0OFF}$ ; 3 –  $V_{1OFF}$ ; 4 –  $V_{2OFF}$ ; 5 –  $V_{1C}$ ,  $V_{2C}$  и  $V_{3C}$ .

Кривые 2 – 4 соответствует тем частям волнового фронта, которые имеют форму дуг и не соприкасаются с торцевой поверхностью  $V_{iOFF}$ . Они описываются выражениями (14) – (16). Кривая 2 относится к волновым составляющим, не претерпевшим отражений от стенок образца  $V_{0OFF}$ . Кривые 3 и 4 – к  $V_{1OFF}$  и  $V_{2OFF}$ , претерпевшим одно и два отражения соответственно.

Кривая 5 представляет собой сумму зависимостей  $V_{1C}$ ,  $V_{2C}$  и  $V_{3C}$ , соответствующих частям волнового фронта, появившимся на поверхности после отражения от соседней боковой стороны и имеющих форму дуг, один конец которых расположен на ребре между боковыми гранями, а другой – между боковой и торцевой. (см. выражения (3) – (5), (6) – (10) и (17) – (23)).

Для большей наглядности объединим все графики, связанные с  $V_{iD}$ ,  $V_{iOFF}$  ( $i = 0, 1, 2, 3$ ) и  $V_{jC}$  ( $j = 1, 2, 3$ ) как показано на Рис. 4, где Кривая 1 такая же как на Рис. 3, а Кривая 2 соответствует суммарной зависимости всех частей волнового фронта  $V_{\Sigma}$ , т. е. сумме Кривых 1 – 5 на Рис. 3.

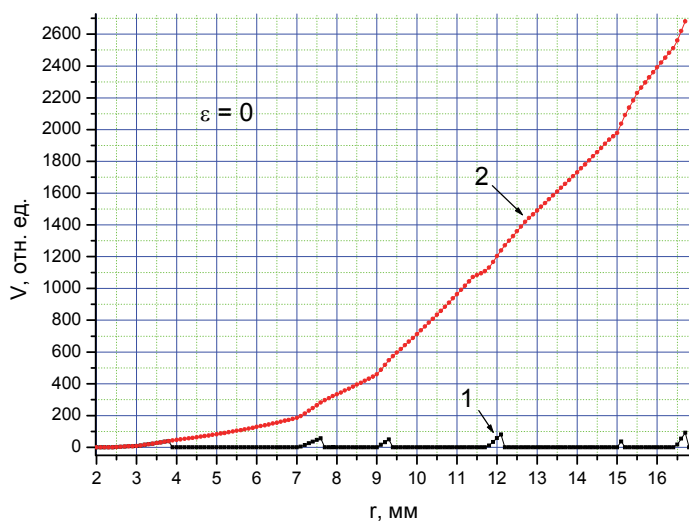


Рис. 4. Зависимости объема  $V$ , через который проходят части волны от радиуса волнового фронта  $r$ . Центр волны в середине торца  $\varepsilon = 0$ . Кривая 1 –  $V_{0D}$ ,  $V_{1D}$ ,  $V_{2D}$  и  $V_{3D}$ ; 2 – суммарный объем  $V_{\Sigma}$ .

Зависимости, аналогичные представленным на Рис. 4, были получены для полусферической волны с центром, смещенным относительно середины торца образца. На Рис. 5 показаны результаты для волны, начало которой сдвинуто вдоль большей поперечной стороны на расстояние  $\varepsilon = 0,5$  мм. Обозначения такие же, как на Рис. 4. Кроме того, на Рис. 5 дополнительно вертикальными линиями показаны значения  $r$ , кратные поперечным размерам образца, при которых, по мнению авторов [6], должны появляться сигналы акустической эмиссии.

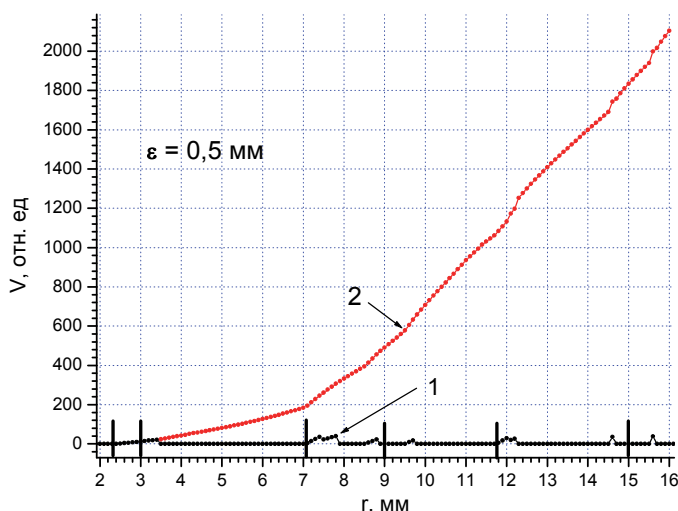


Рис. 5. Зависимости объема  $V$ , через который проходят части волны от радиуса волнового фронта  $r$ . Центр волны смещен от середины торца  $\varepsilon = 0,5$  мм.

Кривая 1 –  $V_{0D}$ ,  $V_{1D}$ ,  $V_{2D}$  и  $V_{3D}$ ; 2 – суммарный объем  $V_{\Sigma}$ .

Вертикальные линии соответствуют  $r$ , кратным поперечным размерам образца.

Влияние смещения начальной точки волны от центра прямоугольного торца можно определить из сравнения Рис. 4 и 5. Так, в частности, на Кривых 1 имеются две группы пиков. Первые из них соответствуют волновым составляющим, распространяющимся вдоль линии, соединяющей точку возбуждения волны и середину торца, а вторые – поперек. В результате смещения центра волны пики первой группы раздваиваются. Начальные значения этих пиков сдвигаются на величину  $\varepsilon$  в обе стороны от исходного положения, а амплитуды уменьшаются в среднем в два раза. В то же время пики второй группы сохраняют положение своего начала, но величина их максимумов также уменьшается, вследствие сокращения области монотонного роста на начальном участке.

В том случае, если точку начала волны сместить от центра торца по двум координатам, т. е. изменить расстояние от нее до обеих пар сторон прямоугольника, то трансформация всех пиков будет суммарной. В результате количество пиков на Кривой 1 удвоится, их положение будет смещено относительно исходных, а максимальные значения заметно уменьшатся.

Из Рис. 4 и 5 видно, что общий объем  $V_{\Sigma}$  монотонно и непрерывно возрастает, т. е. волна постоянно, а не «дважды за период», как полагают авторы [6], должна выносить дефекты на поверхность. Видно, также, что объемы  $V_{0D}$ ,  $V_{1D}$ ,  $V_{2D}$  и  $V_{3D}$  составляют лишь небольшую часть от общего объема, через который проходит полусферическая волна с центром на торце образца. При этом расстояния, кратные поперечным размерам образца, не являются физически выделенными с точки зрения «выноса дефектов на поверхность образца» даже при расположении точки начала волны в центре прямоугольника. А при смещении начальной точки пики, соответствующие  $V_{iD}$  ( $i = 0, 1, 2, 3$ ), не только заметно уменьшаются по величине, но и сдвигаются, вообще не совпадая с этими расстояниями.

Полученные зависимости  $V_{\Sigma}(r)$  и  $V_{iD}(r)$  применимы для оценки уровня АЭ в случае, когда количество перемещаемых волной дефектов не зависит от ее интенсивности  $I$  и составляет незначительную часть от общей величины дислокаций. Если же число перемещаемых дефектов падает с уменьшением интенсивности волны, то соотношение общего количества дефектов вынесенных волной на поверхность  $N_{\Sigma}$ , и дефектов  $N_{iD}$ , вынесенных из объемов  $V_{iD}$ , зависит от характера изменения  $I$ .

Так, например, затухание волны, связанное с ростом площади ее поверхности и с поглощением в образце ( $I \sim \exp\{-\beta r\}/r^2$ ,  $\beta$  – коэффициент поглощения), уменьшает скорость нарастания функции  $N_{\Sigma}$ , но не изменяет соотношение между ее частями, в том числе и соотношение  $N_{iD}/N_{\Sigma}$ . В то же время уменьшение интенсивности волны при отражении от стенок образца не только понижает значение  $N_{\Sigma}$ , но и сокращает долю  $N_{iD}$  в общем количестве дефектов. Аналогичное сокращение как величины  $N_{\Sigma}$ , так и отношения  $N_{iD}/N_{\Sigma}$  происходит и в случае, когда число перемещаемых дефектов зависит (пропорционально или любая другая монотонно возрастающая функция) от их общего количества и составляет заметную (например, более нескольких процентов) часть.

Из вышесказанного можно заключить, что если представленная в [6] гипотеза о механизме возникновения АЭ верна, то приведенная в той же работе интерпретация экспериментальных результатов некорректна.



## 4.2. Скорость «выноса дефектов» на поверхность образца.

Полученные зависимости объема от расстояния  $r$  можно использовать для оценки динамики появления дефектов на поверхности, скорость которого согласно рассматриваемой гипотезе должна быть связана с уровнем АЭ. При этом следует учитывать, что на временные характеристики могут влиять, в частности, такие факторы как характер зависимости числа перемещаемых дефектов от интенсивности волны, их доля в общей величине дислокаций и скорость затухания волны в образце.

На Рис. 6 показаны оценочные зависимости  $N_{\Sigma}$  для одного из предельных случаев, когда доля перемещаемых волной дефектов составляет пренебрежимо малую часть ( $< 10^{-3}$ ) от их общей начальной величины  $N$ . Кривая 1 – количество перемещаемых дефектов не зависит от интенсивности волны  $I$ , т. е.  $dN_{\Sigma} \sim dV_{\Sigma}$ . Кривые 2 – 4 –  $dN_{\Sigma} \sim I \cdot dV_{\Sigma} \sim dV_{\Sigma} \cdot \exp\{-\beta \cdot r\}/r^2$ . 2 – коэффициент поглощения  $\beta = 0$ ; 3 –  $\beta = 0,05 \text{ мм}^{-1}$ ; 4 –  $\beta = 0,1 \text{ мм}^{-1}$ .

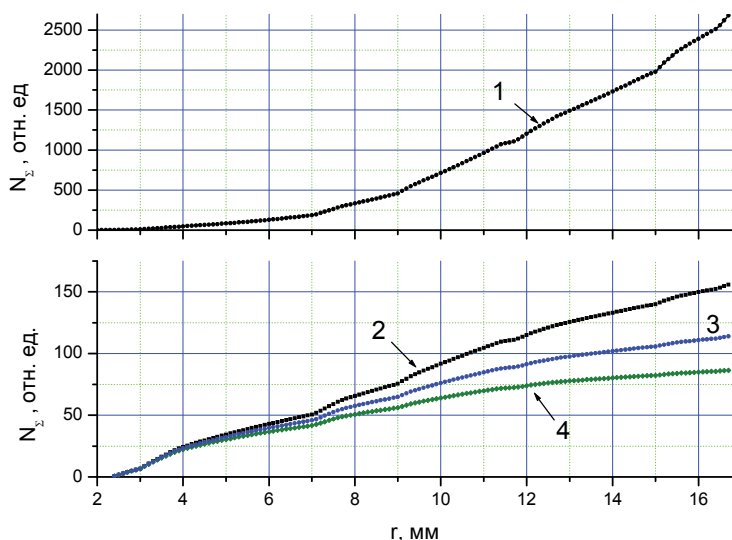


Рис. 6. Зависимости  $N_{\Sigma}(r)$  для случаев  $dN < 10^{-3} \cdot N$ . Кривая 1 –  $dN_{\Sigma}$  не зависит от  $I$ . Кривые 2, 3 и 4 –  $dN_{\Sigma} \sim I$ : 2 – коэффициент поглощения  $\beta = 0$ ; 3 –  $\beta = 0,05 \text{ мм}^{-1}$ ; 4 –  $\beta = 0,1 \text{ мм}^{-1}$ .

Все четыре графика на Рис. 6 возрастающие. Это означает, что в каждом из приведенных случаев дефекты должны постоянно появляться на поверхности в течение всего рассматриваемого периода. Общее число вынесенных на поверхность дефектов уменьшается с ростом номера Кривой.

Для оценки временных характеристик уровня АЭ можно сгладить зависимости 1 – 4 и рассмотреть их производные, соответствующие скорости «выноса дефектов на поверхность». Для сглаженной Кривой 1 производная увеличивается с ростом  $r$ , для Кривой 2 – колеблется вокруг некоторой постоянной величины, а для 3 и 4 – падает. Падение скорости появления, дефектов на поверхности, тем сильнее, чем выше коэффициент поглощения  $\beta$ . Если дополнительно учесть уменьшение интенсивности волны при отражении от стенок образца, то в этом случае зависимость пойдет еще ниже, а скорость падения увеличится.

Другим предельным случаем является ситуация, когда при одном проходе волны перемещаются практически все имеющиеся дефекты (например,  $> 0,9 \cdot N$ ), а зависимость  $V_{\Sigma}$  близка к функции  $V_0 = V_{0D} + V_{0OFF}$ . Для этого случая оценочные зависимости  $N_{\Sigma}$ , совпадающие с  $N_0$ , показаны на Рис. 7. Обозначения такие же, как на Рис. 6.

Для Кривой 1 на Рис. 7 скорость выноса дефектов на поверхность стремится к некоторой постоянной ненулевой величине, а для Кривых 2, 3 и 4 – уменьшается с ростом  $r$ , стремясь к нулю. Падение скорости появления дефектов на поверхности, также как и на Рис. 6, тем сильнее, чем выше коэффициент поглощения  $\beta$ .

В то же время на экспериментальных зависимостях во время действия ИК импульса не наблюдается ярко выраженных увеличения или уменьшения уровня АЭ ни по амплитуде импульсов, ни по частоте появления. В этот период он более или менее постоянен и резко уменьшается после его окончания. Такое поведение не соответствует возможным вариантам изменения скорости выноса дефектов на поверхность. Однако, этого явно не достаточно для проверки справедливости гипотезы и для доказательства, как наличия, так и отсутствия, уединенных волн. Поскольку во время лазерного воздействия на образец АЭ может возникать вследствие различных процессов, не связанных с МУУВ и рекомбинаци-

ей дефектов на поверхности [8]. Нужны дополнительные измерения, в том числе с различной длительностью лазерного импульса.

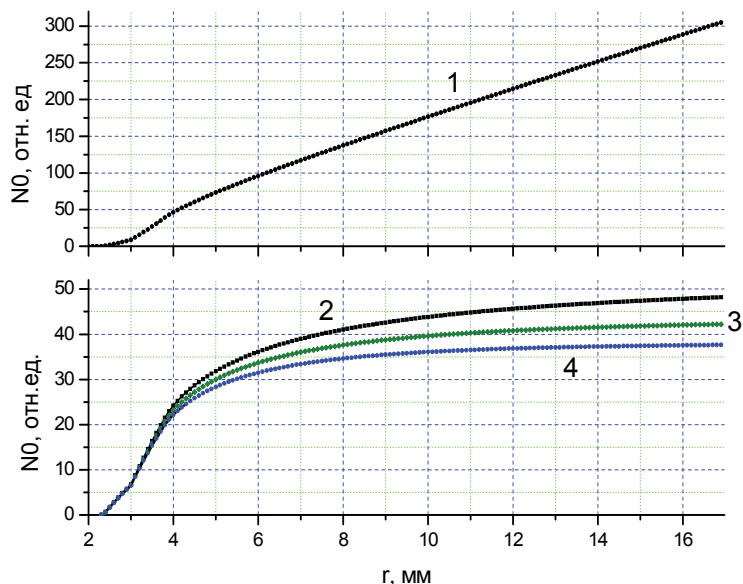


Рис. 7. Зависимости  $N_{\Sigma}(r) \approx N0(r)$  для случаев  $dN > 0,9 \cdot N$ . Кривая 1 –  $dN_{\Sigma}$  не зависит от  $I$ . Кривые 2, 3 и 4 –  $dN_{\Sigma} \sim I$ : 2 – коэффициент поглощения  $\beta = 0$ ; 3 –  $\beta = 0,05 \text{ мм}^{-1}$ ; 4 –  $\beta = 0,1 \text{ мм}^{-1}$ .

## 5. Заключение

Рассмотрены вопросы акустической эмиссии в стекле при воздействии на него инфракрасного лазерного импульса. Изучены результаты экспериментов по регистрации акустических импульсов, как во время, так и после облучения торца стеклянного стержня одночастотным  $\text{CO}_2$  лазером.

Проведен детальный анализ представленной в [6] интерпретации экспериментальных данных, которая основана на приведенных там же следующих предположениях. Возбужденная лазерным импульсом уединённая упругая волна, распространяясь в образце, благодаря градиенту плотности на переднем фронте, перемещает различные дефекты и выносит их на поверхность. На поверхно-

сти дефекты рекомбинируют, образуя импульсы акустической эмиссии, которые распространяются по поверхности образца и фиксируется регистрирующей аппаратурой.

Рассмотрено распространение уединённой полусферической волны в однородном стержне из различных точек его прямоугольного торца. Определены зависимости объема, через который проходят «вышедшие на поверхность» различные части волны, от расстояния между ее центром и волновым фронтом.

Получены оценочные зависимости относительного количества дефектов, вынесенных волной на поверхность  $N_{\Sigma}$ , для случаев когда число перемещаемых волной дефектов не зависит от ее интенсивности  $I$ , и когда оно пропорционально  $I = I_0 \cdot \exp\{-\beta \cdot r\} / r^2$ . Для этих же случаев определена динамика уровня АЭ.

В результате могут быть сделаны следующие выводы.

– Во время лазерного воздействия на образец АЭ может возникать вследствие различных процессов, не связанных с уединенными упругими волнами, что существенно затрудняет идентификацию и изучение МУУВ по результатам измерений в этот период.

– При распространении уединенной волны в стержне объем, через который прошли части волны, достигшие поверхности, непрерывно увеличивается.

– Если верна приведенная в [6] гипотеза о механизме возникновения АЭ из-за рекомбинации дефектов, вынесенных упругой волной на поверхность образца, то предложенная в той же работе интерпретация экспериментальных результатов некорректна.

– В случае справедливости рассматриваемой гипотезы такие факторы как характер зависимости числа перемещаемых дефектов от интенсивности волны, их доля в общей величине дислокаций и скорость затухания волны в образце будут существенно влиять на динамику уровня АЭ (рост, колебания вокруг некоторой величины, уменьшение).

Полученные в данной работе результаты могут быть использованы при поиске и проверке механизмов возникновения АЭ и других явлений, связанных распространением уединенных волн в образцах с прямоугольным поперечным сечением.

## Литература.

1. А Байдуллаева, В.П. Велещук, А.И. Власенко и др. Физика и техника полупроводников, 2008, том 42, вып. 3, с. 286-290.
2. Д. М. Кузнецов, А. Н. Смирнов, А. В. Сыроешкин. Российский Химический Журнал, 2008, том LII, № 1, с. 114-121.
3. С.Д. Зотов, Е.М. Кудрявцев, Э.Н. Лоткова, М.М. Ляховицкий, А.А. Лебедев. Препринт ФИАН, 2013, № 6, 20 с.
4. В.В. Рощупкин В.В., Е.М. Кудрявцев, М.А. Покрасин, Н.Л. Соболев. Материалы 10-й Юбилейной Международной научно-практической конференции "Качество, стандартизация, контроль: теория и практика", 27 сентября - 01 октября 2010 г., г. Ялта. - Киев: АТМ Украины, 2010, с. 112-115.
5. В.Н. Колокольцев, Е.М. Кудрявцев, М.М. Ляховицкий, А.А. Лебедев. Краткие сообщения по физике, 2011, № 6, с. 24-30.
6. Е.М. Кудрявцев, А.А. Лебедев, С.Д. Зотов, М.М. Ляховицкий, В.В. Рощупкин. Сборник трудов VIII Международной конференции «Фундаментальные проблемы оптики – 2014». Санкт-Петербург, 20-24 октября 2014 г., с. 176 – 178.
7. <http://www.sds.ru/>
8. А.Г. Григорьянц, А.А. Соколов, Лазерная обработка неметаллических материалов, Книга 4, – М.: Высш. шк., 1988. – 191 с.

Подписано в печать 19.12.2014 г.  
Формат 60x84/16. Заказ № 60. Тираж 140 экз. П.л 1,5.  
Отпечатано в РИИС ФИАН с оригинал-макета заказчика  
119991 Москва, Ленинский проспект, 53. Тел. 499 783 3640