

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ

Физический
ИНСТИТУТ



имени

П.Н. Лебедева

Российской академии наук

Ф И А Н

ПРЕПРИНТ

Е.П. ОРЛОВ

10

**ЭФФЕКТ КОМПТОНА:
АНАЛИЗ С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ КОНЦЕПЦИИ
ПРОСТРАНСТВА С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМ
ИЗМЕРЕНИЕМ**

Москва 2013

Е.П.Орлов

ЭФФЕКТ КОМПТОНА: АНАЛИЗ С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ КОНЦЕПЦИИ
ПРОСТРАНСТВА С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМ ИЗМЕРЕНИЕМ

А Н Н О Т А Ц И Я

Эффект Комптона рассмотрен с точки зрения концепции пространства с дополнительным сильно «сплюснутым» пространственным измерением и показано, что этот эффект может быть рассмотрен в рамках классических волновых полей, что, однако, не исключает их квантовой природы. Возможность такого рассмотрения говорит лишь о том, что эффект Комптона не может быть использован для подтверждения этой квантовой природы. Законы сохранения импульса и энергии, используемые при рассмотрении эффекта Комптона с точки зрения квантов, в настоящей работе выводятся из совпадения периодов, скоростей и направлений движения в евклидовом 4-мерном пространстве событий двух интерференционных картин, одна из которых образована суперпозицией двух состояний электронного волнового поля, а другая – суперпозицией двух состояний светового поля.

E.P.Orlov

KOMPTON EFFECT: ANALYSIS FROM THE VIEWPOINT OF
A CONCEPT OF A SPACE WITH EXTRA DIMENSION

A B S T R A C T

The Compton Effect is considered from the viewpoint of a concept of a space with strong “flattened” extra dimension. It is shown that this effect can be considered within the framework of classical wave fields. However, this doesn’t exclude their quantum nature. A possibility of such consideration just points us that the Compton Effect cannot be used for confirming their quantum nature. The energy and pulse laws of conservation which are used when the Compton Effect is considered from the quantum point of view, in this work are obtained from the coincidence of the periods, velocities and directions of motion in four-dimensional Euclidian space of events of two interference pictures. One of the pictures is formed by superposition of two states of electron wave field, and the other – by superposition of two states of light field.

1. Введение

Эксперимент, выполненный в 1923 году Комптоном [1] при исследовании рассеяния рентгеновских лучей свободными электронами, трактовался самим Комптоном [2] и трактуется во многих книгах, как эксперимент, подтверждающий существование фотонов – частиц света. Однако, уже в 1927 году Шредингер дал полуклассическое объяснение эффекта Комптона не привлекая понятие фотона, рассматривая электрон квантовомеханически, а свет как классическое волновое поле [3]. Позже Додд [4] и Стрнад [5], также показали, как отмечается в книге [6], что так называемое «доказательство» квантовой природы света на основе эффекта Комптона может быть оспорено, хотя и не так убедительно как это было сделано Лэмбом и Скалли в отношении фотоэффекта [7].

В данной работе эффект Комптона рассматривается с точки зрения концепции пространства с дополнительным сильно «сплюснутым» пространственным измерением и показано, что этот эффект вообще может быть строго рассмотрен в рамках классических волновых полей, хотя это ни в коем случае не исключает квантовой природы этих полей. Это говорит лишь о том, что эффект Комптона не может быть использован для подтверждения этой квантовой природы.

Как известно, идея о дополнительном пространственном измерении была выдвинута в работах Калуцы [8] и Клейна [9] и обсуждалась во многих работах, см., например, [10 - 12] и библиографию в этих работах. В настоящее время идея дополнительных пространственных измерений интенсивно обсуждается в связи с разработкой теории струн [13] и космологии мира на бране [14].

Простейшей моделью 4-мерного мира с сильно «сплюснутым» одним из четырёх измерений может служить 4-мерный плоскопараллельный резонатор с однородной, изотропной средой, не обладающей дисперсией скорости распространяющихся в ней волн. Зеркала резонатора предполагаются обладающими тем свойством, что коэффициент отражения от них прямой и обратной волн, образующих моду с некоторым продольным индексом, не зависит от поперечных индексов моды. Подчеркнём, что когда говорится о коэффициенте отражения не равном единице, то речь идёт не о потерях излучения, а о трансформации моды с заданным продольным индексом в моды с другими продольными индексами. При этом, как сказано выше, предполагается, что коэффициент трансформации не зависит от поперечных индексов моды.

При неограниченности резонатора множество поперечных индексов является множеством мощности континуума и может быть охарактеризовано углом между волновыми векторами прямой или обратной волн, образующих моду, и осью резонатора, то есть линией перпендикулярной зеркалам.

В работах [15, 16] было показано, что свойства пространственно-временного многообразия Минковского могут быть выведены из законов распространения волн в таком резонаторе. Мода, волны которой распространяются перпендикулярно зеркалам резонатора, то есть вдоль его оси, рассматривается как покоящаяся. Если волны, образующие моду, распространяются под углом к оси резонатора, то, такая мода рассматривается как движущаяся со скоростью $v = c \sin \beta$, где β - угол между волновым вектором прямой волны и осью резонатора, c - скорость распространения волн в резонаторе.

В [15, 16] частица определённой массы покоя ассоциируются с модой резонатора с фиксированным продольным индексом. Движущаяся частица ассоциируется с модой того же продольного индекса, но с отличными от нуля поперечными индексами.

С помощью отображения прямых и обратных волн мод резонатора на всё пространство справа и слева от резонатора эти волны можно заменить одной эквивалентной волной, распространяющейся либо в сторону положительного направления оси координат связанной с дополнительным измерением, либо в сторону противоположного направления. В данной работе рассматривается эквивалентная волна, распространяющаяся в сторону положительного направления указанной оси, что отвечает положительным решениям релятивистских волновых уравнений (Клейна, Фока, Гордона, Дирака и т.д.) [17].

С помощью такого отображения волн в [15, 16] введено понятие евклидова пространства событий. Его спецификой является то, что системы координат в нём являются косоугольными. Пространственные координаты системы отсчёта, связанной с неподвижной модой определяются как проекции точки рассматриваемого пространства на фазовую поверхность эквивалентной волны покоящейся моды. Аналогично определяются пространственные координаты системы отсчёта связанной с движущейся модой. В случае, когда пространство внутри резонатора однородно и изотропно, пространственные оси покоящейся или движущейся системы отсчёта, отвечающие этим координатам, для не взаимодействующих друг с другом мод представляют собой прямые линии ортогональные друг другу.

Косоугольность возникает тогда, когда к пространственным осям добавляется временная ось. Дело в том, что разные поперечные моды с одинаковым продольным индексом в силу указанного выше свойства зеркал резонатора уменьшают свою амплитуду в одно и то же число раз при одинаковом числе отражений образующих их волн от зеркал резонатора. При этом эквивалентные волны, отвечающие модам с различными поперечными индексами, проходят пути разной длины до точки рассматриваемого пространства, где их ослабление достигает заданной величины. Это позволяет ввести временные координаты этой точки через соответствующие времена жизни мод и, соответственно, длины путей, которые прошли волны. При этом время жизни движущейся моды оказывается больше, чем время жизни покоящейся моды в соответствии с известной формулой теории относительности [18].

В случае, когда пространство внутри резонатора однородно, изотропно и нет дисперсии скоростей волн, для невзаимодействующих друг с другом мод оси, отвечающие этим координатам, представляют собой прямые линии перпендикулярные плоским фазовым поверхностям эквивалентных волн. Для каждой пары мод эти оси лежат в плоскости волновых векторов волн этих мод. Важно отметить то, что временная ось системы отсчёта связанной с неподвижной модой ортогональна фазовой поверхности эквивалентной волны движущейся моды, а временная ось системы отсчёта связанной с движущейся модой перпендикулярна фазовой поверхности эквивалентной волны неподвижной моды. Вследствие этого системы координат связанные как с неподвижной, так и с движущейся модой оказываются косоугольными [16].

При описанном выше подходе для формирования понятий и выводов теории относительности нет необходимости использовать второй постулат А.Эйнштейна, либо принимать гипотезу о псевдоевклидовости пространства-времени. В предположении однородности и изотропности пространства внутри резонатора и отсутствии дисперсии скорости, распространяющихся в нём волн, а также независимости коэффициента трансформации моды от её поперечных индексов этот постулат и гипотеза о псевдоевклидовости являются следствием резонансного условия для волн, образующих моды резонатора.

2. Геометрическая иллюстрация

Рассмотрим геометрический образ 4-мерного евклидова пространства событий, рис.1. Ось s соответствует дополнительному четвёртому измерению.

Она же совпадает с осью резонатора. Длину резонатора, то есть расстояние между его зеркалами обозначим буквой L . Пространственные оси 3 мерного пространства обозначим как обычно x, y, z .

Обозначим радиус вектор некоторого события в евклидовом пространстве событий как \mathbf{R} . В силу правил начертательной геометрии многомерных пространств [19] проекция точки 4 мерного пространства на трёхмерное пространство представляет собой точку 3 мерного пространства с некоторым радиус вектором $\mathbf{r} = (x, y, z)$, рис.1. Тогда проекция 4 мерного вектора \mathbf{R} на ось s изобразится вектором $\mathbf{R}_0 = (0, 0, 0, s)$. Заметим, что $(\mathbf{r}\mathbf{R}_0) = 0$. Это означает, что вектор \mathbf{R}_0 ортогонален 3-х мерной поверхности (гиперповерхности) 4-х мерного резонатора. Маленькими ромбиками обозначены прямые углы.

Пусть вектор \mathbf{R} ортогонален фазовой поверхности эквивалентной волны движущейся моды. Тогда ось времени системы отсчёта связанной с неподвижной модой, которую обозначим, как $l = ct$ будет направлена вдоль вектора \mathbf{R} , а временная ось системы отсчёта связанной с движущейся модой и обозначаемая как $l' = ct'$ будет направлена вдоль вектора \mathbf{R}_0 , то есть вдоль s .

Аналогичным образом изображается 4 мерный волновой вектор \mathbf{K} и его проекция \mathbf{k} на трёхмерное пространство, а также его проекция \mathbf{K}_0 на ось s . Это изображение получается из рис.1, на котором надо сделать замены $\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{K}$, $\mathbf{R}_0 \rightarrow \mathbf{K}_0$, $\mathbf{r} = (x, y, z) \rightarrow \mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z)$.

Условие резонанса для моды с продольным индексом q имеет вид

$$2KL \cos \beta = 2\pi q, \quad (1)$$

где L длина резонатора. Отсюда получаем

$$K = \frac{K_0}{\cos \beta} = \frac{K_0}{\sqrt{1 - \sin^2 \beta}} = \frac{K_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad (2)$$

где $K_0 = \frac{\pi q}{L}$, $q = 0, 1, 2, \dots$.

Свет в рассматриваемой модели ассоциируется с модой с $q = 0$. Для моды с $q = 0$ комптоновское волновое число $K_0 = 0$, а длина волны в евклидовом пространстве событий равна бесконечности. Поэтому фазовые поверхности эквивалентной волны, отвечающей моде с продольным индексом $q = 0$, изображаются в этом пространстве концентрическими сферами с радиусами $r = ct$.

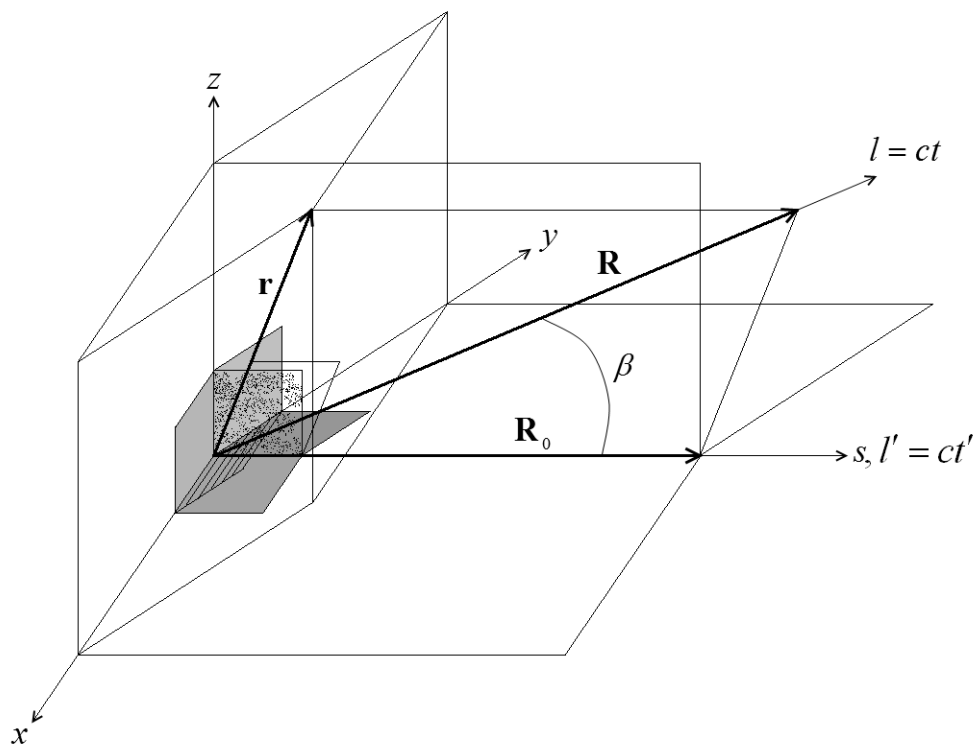


Рис.1.

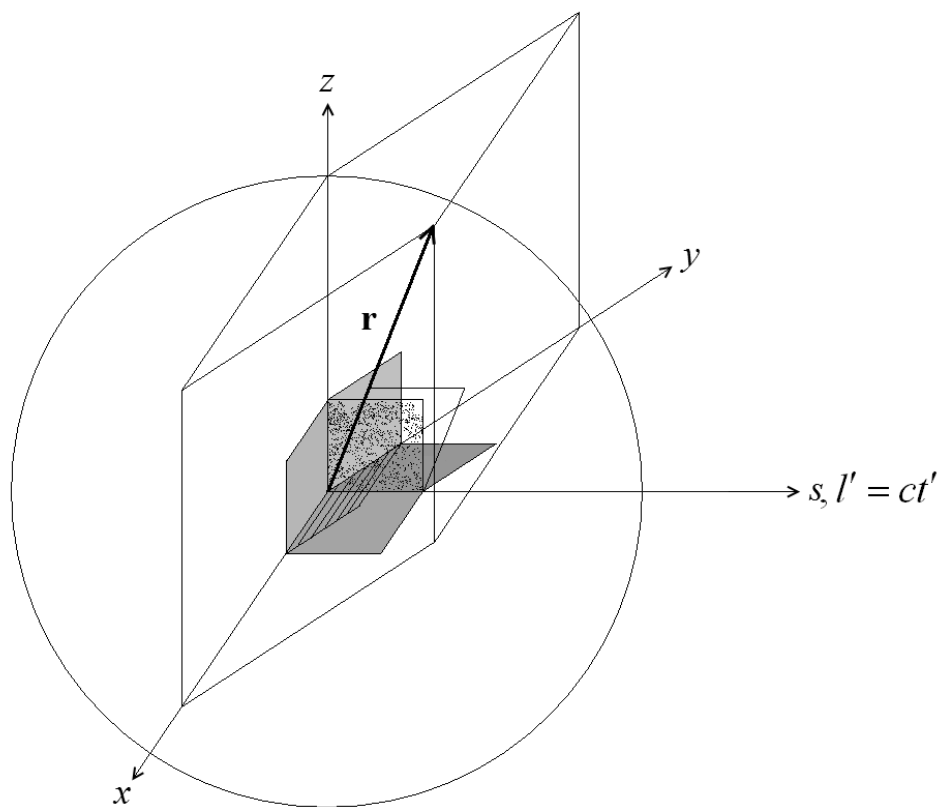


Рис.2.

Так как $R = ct$, то из выражения $R^2 = r^2 + R_0^2$ получаем, что $R_0 = 0$, рис.2. При этом вопрос об эквивалентной волне, распространяющейся либо в положительном, либо отрицательном направлении дополнительного измерения, теряет смысл. Это равноценно понятию истинной нейтральности фотона.

На основании вышеизложенного процесс комптоновского рассеяния света на свободном электроном в евклидовом пространстве событий можно изобразить, как показано на рис.3. Волновой вектор \mathbf{K}_0 отвечает эквивалентной волне покоящейся моды, ассоциируемой с покоящимся электроном. Он ортогонален, как говорилось выше, трёхмерной поверхности (гиперповерхности) зеркала 4-х мерного плоскопараллельного резонатора, который, как будет понятно из дальнейшего, можно в данной задаче условно изобразить двумя параллельными 2-х мерными плоскостями. Волновой вектор \mathbf{K} отвечает эквивалентной волне движущейся моды, ассоциируемой с движущимся электроном.

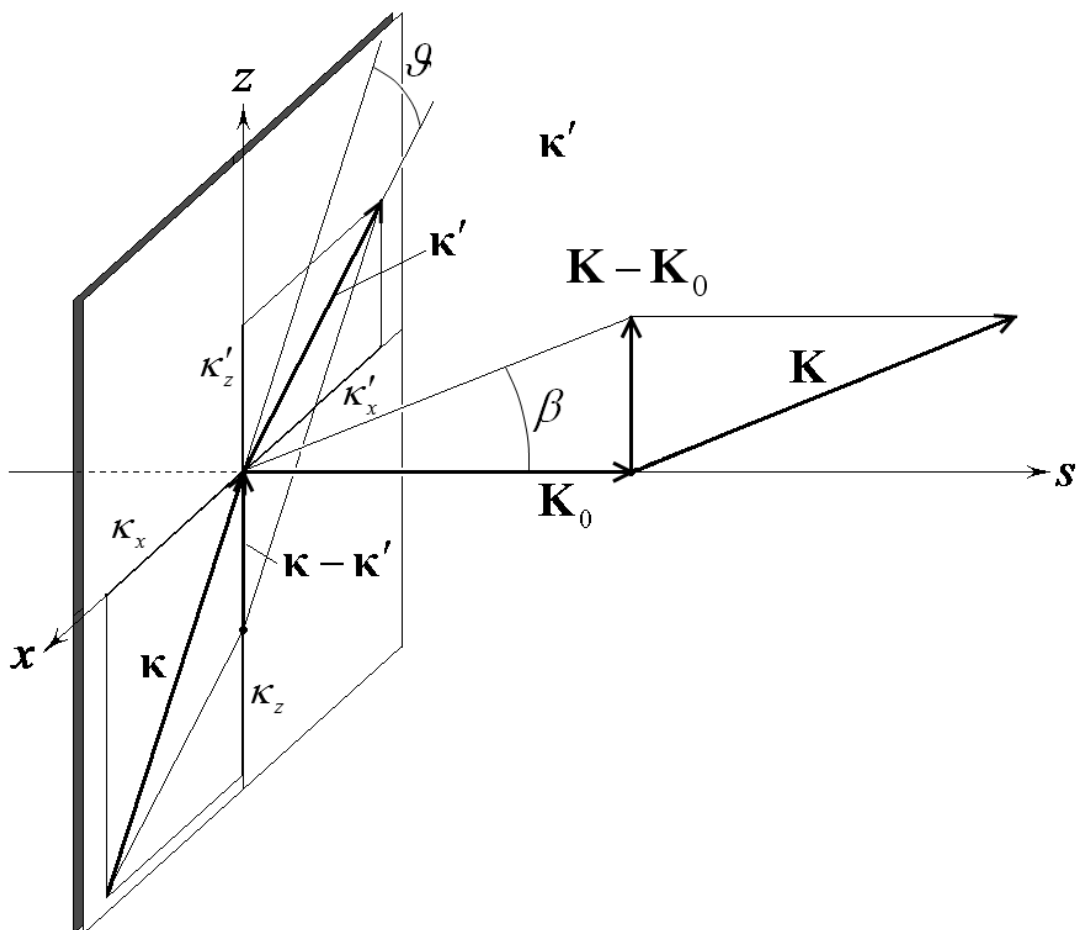


Рис.3.

Волновые вектора \mathbf{k} и \mathbf{k}' отвечают падающей и рассеянной световой волне, соответственно. Комптоновский волновой вектор любой световой волны равен нулю. Поэтому волновые векторы падающей и рассеянной световых волн \mathbf{k} , \mathbf{k}' и вектор $\mathbf{K} - \mathbf{K}_0$, описывающий приращение волнового вектора электронной волны, компланарны. В силу этого одно пространственное измерение 3-х мерного пространства, например, отвечающее оси y , можно исключить из рассмотрения и условно изобразить 4-х мерный резонатор в виде 3-х мерного, то есть двумя параллельными 2-х мерными плоскостями.

3. Вывод формулы для длины волны рассеянного света

Представим процесс комптоновского рассеяния, изображённый на рис.3 в более удобном для дальнейшего анализа виде, рис.4.

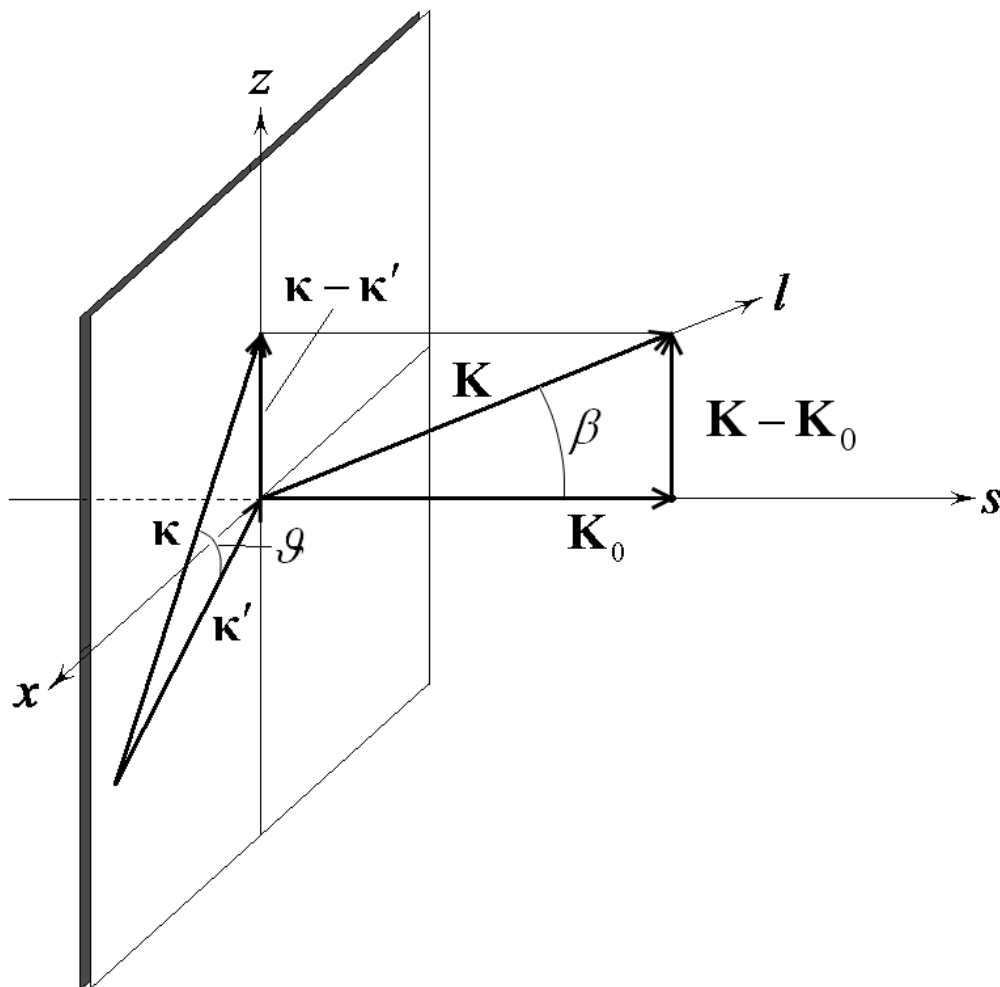


Рис.4.

Волновая функция электрона движущегося вдоль оси z с положительно определённой проекцией спина на эту ось описывается биспинором Дирака, который на основе представления о евклидовом пространстве событий для положительных решений уравнения Дирака в стандартном представлении записывается в виде [20]

$$\psi_{p,1/2} = \begin{pmatrix} \cos(\beta/2) \\ 0 \\ \sin(\beta/2) \\ 0 \end{pmatrix} e^{-i(Kl-k_z z)}, \quad (3)$$

где $K = K_0/\cos\beta$, $k_z = p/\hbar = K_0 \operatorname{tg}\beta$, p – импульс электрона, направленный вдоль оси z либо в положительном, либо в отрицательном её направлении.

С учётом дополнительного измерения при моделировании пространства с этим дополнительным измерением плоскопараллельным 4-мерным резонатором выражение для биспинора принимает вид

$$\begin{aligned} \psi_{p,1/2} &= \mathcal{R}_l \begin{pmatrix} \cos(\beta/2) \\ 0 \\ \sin(\beta/2) \\ 0 \end{pmatrix} e^{-i(Kl-k_z z - K_0 s)} + \mathcal{R}_r \begin{pmatrix} \cos(\beta/2) \\ 0 \\ \sin(\beta/2) \\ 0 \end{pmatrix} e^{-i(Kl-k_z z + K_0 s)} = \\ &= \begin{pmatrix} \cos(\beta/2) \\ 0 \\ \sin(\beta/2) \\ 0 \end{pmatrix} e^{-i(Kl-k_z z)} f(K_0 s) \end{aligned}, \quad (4)$$

где \mathcal{R}_l и \mathcal{R}_r – комплексные коэффициенты отражения от левого и правого зеркал резонатора, соответственно, $f(K_0 s) = \mathcal{R}_l e^{iK_0 s} + \mathcal{R}_r e^{-K_0 s}$ – функция координаты s , отвечающей дополнительному измерению. В случае, когда $v = 0$, то есть $\beta = 0$ имеем

$$\psi_{0,1/2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-iK_0 l} f(K_0 s), \quad (5)$$

Суперпозиция двух состояний с $\beta = 0$ и $\beta \neq 0$ описывается выражением

$$\psi = a_0 \psi_{0,1/2} + a_p \psi_{p,1/2} = \begin{pmatrix} a_0 e^{-iK_0 l} + a_p \cos(\beta/2) e^{-i(Kl - k_z z)} \\ 0 \\ a_p \sin(\beta/2) e^{-i(Kl - k_z z)} \\ 0 \end{pmatrix} f(K_0 s), \quad (6)$$

где $a_0 = |a_0| e^{i\varphi_0}$ и $a_p = |a_p| e^{i\varphi_p}$ - весовые множители состояний, $|a_0|^2 + |a_p|^2 = 1$.

Плотность вероятности регистрации электрона

$$\psi^+ \psi = \begin{pmatrix} a_0^* e^{iK_0 l} + a_p^* \cos(\beta/2) e^{i(Kl - k_z z)} & 0 & a_p^* \sin(\beta/2) e^{i(Kl - k_z z)} & 0 \end{pmatrix} \times \\ \times \begin{pmatrix} a_0 e^{-iK_0 l} + a_p \cos(\beta/2) e^{-i(Kl - k_z z)} \\ 0 \\ a_p \sin(\beta/2) e^{-i(Kl - k_z z)} \\ 0 \end{pmatrix} |f(K_0 s)|^2. \quad (7)$$

Проделав вычисления, получаем

$$\psi^+ \psi = \left(1 + 2|a_0||a_p| \cos\left(\frac{\beta}{2}\right) \cos((K - K_0)l - k_z z + \varphi_0 - \varphi_p) \right) |f(K_0 s)|^2. \quad (8)$$

Так как $|a_0|^2 + |a_p|^2 = 1$, то $|a_0||a_p| \leq 1/2$ и $\psi^+ \psi$ является положительно определённой функцией. Из формулы (8) понятно, что интерференционная картина ориентирована перпендикулярно оси z и движется вдоль неё из-за слагаемого $(K - K_0)l$, фигурирующего в выражении под знаком косинуса.

Период интерференционной картины Z в направлении оси z определяется величиной разности $\mathbf{K} - \mathbf{K}_0$. В данном случае

$$|\mathbf{K} - \mathbf{K}_0| = k_z = K_0 \operatorname{tg} \beta \quad (9)$$

и $Z = 2\pi / k_z = \Lambda_0 / \operatorname{tg} \beta$, где $\Lambda_0 = 2\pi / K_0$ - длина волны электронной волны отвечающей покоящейся моде в евклидовом пространстве событий. Она называется комptonовской длиной волны электрона. Максимумы интерференционной картины определяется из уравнения: $(K - K_0)l - k_z z + \varphi_0 - \varphi_p = (n + 1/2)\pi$, n - целое число. Скорость движения максимума определится как

$$U_z = \frac{v'_z}{c} = \frac{dz}{dl} = \frac{K - K_0}{k_z} = \frac{\frac{K_0}{\cos \beta} - K_0}{K_0 \operatorname{tg} \beta} = \frac{1 - \cos \beta}{\sin \beta} = \operatorname{tg} \frac{\beta}{2}. \quad (10)$$

Отметим, что полученный результат такой же, как если рассматривать волновое поле электрона в скалярном приближении, то есть без учёта спина, а именно:

$$\psi_p = \mathcal{R}_l e^{-i(Kl - k_z z - K_0 s)} + \mathcal{R}_r e^{-i(Kl - k_z z + K_0 s)} = e^{-i(Kl - k_z z)} f(K_0 s), \quad \psi_0 = e^{-iK_0 l} f(K_0 s).$$

Посмотрим теперь, как и куда движется интерференционная картина светового поля. Поскольку электронное волновое поле можно рассматривать в скалярном приближении, то и световое поле для упрощения уравнений будем также рассматривать в скалярном приближении. Волновая функция падающего светового поля тогда может быть записана в виде $\Psi = e^{i(\kappa l - \kappa_x x - \kappa_z z)}$, а рассеянного – в виде $\Psi' = e^{i(\kappa' l - \kappa'_x x - \kappa'_z z)}$, где κ_x, κ_z - проекции волнового вектора \mathbf{k} на оси x и z , а κ'_x, κ'_z - проекции волнового вектора \mathbf{k}' на оси x и z . Суперпозиция состояний с \mathbf{k} и \mathbf{k}' описывается выражением

$$\psi = \left(e^{i(\kappa l - \kappa_x x - \kappa_z z)} + e^{i(\kappa' l - \kappa'_x x - \kappa'_z z)} \right) = \left(e^{i(\kappa l - \kappa_z z)} + e^{i(\kappa' l - \kappa'_z z)} \right) e^{-i\kappa_x x}, \quad (11)$$

В формуле (11) учтено, что $\kappa'_x = \kappa_x$. Интерференционная картина описывается выражением

$$\begin{aligned} |\psi|^2 &= \left(e^{i(\kappa l - \kappa_z z)} + e^{i(\kappa' l - \kappa'_z z)} \right) \left(e^{-i(\kappa l - \kappa_z z)} + e^{-i(\kappa' l - \kappa'_z z)} \right) = \\ &= 2 + 2 \operatorname{Re} e^{i((\kappa - \kappa')l - (\kappa_z - \kappa'_z)z)} = 2 \left(1 + \cos((\kappa - \kappa')l - (\kappa_z - \kappa'_z)z) \right) = \\ &= 4 \cos^2 \frac{(\kappa - \kappa')l - (\kappa_z - \kappa'_z)z}{2}. \end{aligned} \quad (12)$$

Из этого выражения видно, что интерференционная картина ориентирована перпендикулярно оси z и движется вдоль неё из-за слагаемого $(\kappa - \kappa')l$ в числителе дроби, стоящей под знаком косинуса. Период интерференционной картины ζ в направлении оси z определяется величиной разности $\mathbf{k} - \mathbf{k}'$, зависящей от угла рассеяния \mathcal{G} . В данном случае

$$|\mathbf{k} - \mathbf{k}'| = \Delta \kappa_z = \sqrt{\kappa^2 + \kappa'^2 - 2\kappa\kappa' \cos \mathcal{G}} = (\kappa - \kappa') \sqrt{1 + \frac{4\kappa\kappa'}{(\kappa - \kappa')^2} \sin^2(\mathcal{G}/2)}$$

и

$$\zeta = \frac{2\pi}{\Delta \kappa_z} = \frac{2\pi}{(\kappa - \kappa') \sqrt{1 + \frac{4\kappa\kappa'}{(\kappa - \kappa')^2} \sin^2(\mathcal{G}/2)}}. \quad (13)$$

Максимум определяется из уравнения: $(\kappa - \kappa')l - (\kappa_z - \kappa'_z)z = (n + 1/2)\pi$, где n – опять же целое число. Скорость движения вдоль оси z максимума ин-

терференционной картины, обусловленной суперпозицией двух состояний светового поля, $v_z = \frac{v_z}{c} = \frac{dz}{dl} = \frac{\kappa - \kappa'}{\kappa_z - \kappa'_z} = \frac{\Delta\kappa}{\Delta\kappa_z} = \frac{\Delta\kappa}{|\mathbf{\kappa} - \mathbf{\kappa}'|}$ определяется как

$$v_z = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{4\kappa\kappa'}{(\kappa - \kappa')^2} \sin^2(\vartheta/2)}}. \quad (14)$$

Мы видим, что за счет того, что падающий и рассеянный фотон распространяются под разными направлениями ($\vartheta \neq 0$) периоды интерференционных картин двух состояний электронного и светового полей, а также скорости их движения могут совпадать. Действительно, из условия совпадения указанных величин имеем систему уравнений

$$\sqrt{1 + \frac{4\kappa\kappa'}{(\kappa - \kappa')^2} \sin^2(\vartheta/2)} = \frac{K_0}{(\kappa - \kappa')} \operatorname{tg} \beta, \quad (15)$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{4\kappa\kappa'}{(\kappa - \kappa')^2} \sin^2 \frac{\vartheta}{2}}} = \operatorname{tg} \frac{\beta}{2}. \quad (16)$$

С помощью этих уравнений сдвиг частоты рассеянного светового поля по отношению к частоте падающего можно выразить через угол рассеяния ϑ , не прибегая в отличие от подхода Комптона [2], к законам сохранения импульса и энергии электрона и фотона. Действительно, перемножая формулы (15) и (16), получаем

$$\kappa - \kappa' = K_0 \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} = 2K_0 \frac{\operatorname{tg}^2(\beta/2)}{1 - \operatorname{tg}^2(\beta/2)}. \quad (17)$$

Подставим сюда $\operatorname{tg}(\beta/2)$ из формулы (16). В результате будем иметь

$$\frac{1}{\kappa'} - \frac{1}{\kappa} = \frac{2}{K_0} \sin^2 \frac{\vartheta}{2}. \quad (18)$$

Учтём далее, что $\lambda = 2\pi/\kappa$, $\lambda' = 2\pi/\kappa'$. Здесь λ и λ' - длина волны падающего и рассеянного света. Тогда получим хорошо известную формулу [1, 2, 21]

$$\lambda' - \lambda = 2\Lambda_0 \sin^2 \frac{\vartheta}{2} = \Lambda_0 (1 - \cos \vartheta), \quad (19)$$

Выразим теперь с помощью (10) разность $K - K_0$:

$$K - K_0 = k_z \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} \quad (20)$$

и подставим сюда k_z из формулы (9). В результате получаем

$$K - K_0 = K_0 \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} = 2K_0 \frac{\operatorname{tg}^2(\beta/2)}{1 - \operatorname{tg}^2(\beta/2)}. \quad (21)$$

Сравнивая формулы (17) и (21), получаем соотношение

$$\kappa - \kappa' = K - K_0, \quad (22)$$

эквивалентное закону сохранения энергии при эффекте Комптона, если ассоциировать моду с $q \neq 0$ с электроном, а моду с $q = 0$ - с фотоном. Соотношение же подобное закону сохранения импульса фотона и электрона обусловлено одинаковостью периодов обеих суперпозиций волн, определяемых, как показано выше, разностями $\mathbf{K} - \mathbf{K}_0$ и $\mathbf{k} - \mathbf{k}'$, то есть $\mathbf{K} - \mathbf{K}_0 = \mathbf{k} - \mathbf{k}'$. В оптике эти соотношения называются соотношениями синхронизма.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Compton A.H.** *The spectrum of scattered X-rays.* Phys. Rev. 1923. V. 22. No. 5. P. 409 – 414.
2. **Compton A.H.** *A Quantum Theory of the Scattering of X-rays by Light Elements.* Phys. Rev. 1923. V. 21. P. 483 – 502.
3. **Srhrodinger E.** *The Compton effect.* Annalen der Physik. 1927. V. 28. P. 257 – 264.
4. **Dodd J.** *The Compton effect – A classical treatment.* Eur. J. Phys. 1983. V. 4. P. 205 – 211.
5. **Strnad J.** *The Compton effect – Shrodinger's treatment.* Eur. J. Phys. 1986. V. 7. P. 217 – 221.
6. **Гринштейн Дж., Зайонц А.** *Квантовый вызов. Современные исследования оснований квантовой механики. // Перевод под ред. и с дополнениями В.В.Аристова, А.В.Никулова. // Долгопрудный: Издательский Дом «Интеллект». 2008. 400 с.*
7. **Lamb W.E. Jr. and Scully M.O.** *The photoelectric effect without photons. In Polarisation, Matiere et Rayonnement.* Presses University de France. 1969.
8. **Kaluza Th.** *Zum Unitatsproblem der Physik.* Sitzungsberichte d. Preuss.Akad.Wiss.Berlin (Math.Phys.). 1921, S.966-972.

9. **Klein O.** *Quantentheorie und fünfdimensionale Relativitätstheorie (Quantum Theory and fivedimensional General Relativity)*. Zs. f. Phys. 1926. V. 37. P.895-906.
10. **Соколов А., Иваненко Д.** *Квантовая теория поля (избранные вопросы)*. Москва, Ленинград. Государственное издательство технико-теоретической литературы. 1952. С.618-626.
11. **Румер Ю.Б.** *Исследования по 5-оптике*. Москва. Государственное издательство технико-теоретической литературы. 1956. 152 с.
12. **Бергман П.** *Единые теории поля*. УФН. Сентябрь 1980. Т. 132, № 1, С. 177-190.
13. **Яу Ш, Надис С.** *Теория струн и скрытые измерения Вселенной. // Пер.с англ. А.Мороз, И.Рузмайкина, В.Семиных*. СПб.: Питер, 2012. 400 с.
14. **Рубаков В.А.** *Большие и бесконечные дополнительные измерения*. УФН, 2001, Т. 171, № 9, С. 913 – 938.
15. **Орлов Е.П.** *Пространственно-временные отношения между модами резонатора с параллельными плоскими зеркалами*. Препринт ФИАН № 16. Москва, 2004. 17 с.
16. **Орлов Е.П.** *Описание пространственно-временных отношений между модами плоскопараллельного резонатора с помощью косоугольных систем координат*. Препринт ФИАН № 16. Москва, 2009. 32 с.
17. **Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.** *Квантовая электродинамика (Серия: «Теоретическая физика», том IV)*. М.: Физматлит. 2001. 720 с.
18. **Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.** *Теория поля (Серия: «Теоретическая физика», том II)*. М.: Физматлит. 1988. 512 с.
19. **Куликов С.М.** *Введение в начертательную геометрию многомерных пространств*. М.: Машиностроение. 1970. 84 с.
20. **Орлов Е.П.** *О решениях уравнения Дирака для свободной частицы в косоугольных системах координат евклидова пространства событий*. Препринт ФИАН № 1. Москва, 2011. 31 с.
21. **Соколов А.А., Лоскутов Ю.М., Тернов И.М.** *Квантовая механика. // под общей ред. проф. А.А.Соколова* // М.: Учпедгиз. 1962. 592 с.

Подписано в печать 05.07.2013 г.
Формат 60x84/16. Заказ №44. Тираж 140 экз. П.л 1.
Отпечатано в РИИС ФИАН с оригинал-макета заказчика
119991 Москва, Ленинский проспект, 53. Тел. 499 783 3640