

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ  
БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ

**Физический**  
**ИНСТИТУТ**



*имени*  
*П.Н. Лебедева*

Российской академии наук

**Ф И А Н**

ПРЕПРИНТ

Р. А. ЧЕРНЫЙ

**22**

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА  
ПРОКЛЮЧЕНИЯ ВИРТУАЛЬНОГО СОЕДИНЕНИЯ  
В СЕТИ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ ПО ПРОТОКОЛУ TCP**

Москва 2012

## **Аннотация**

На основе конечных марковских цепей формируется математическая модель процесса установки виртуального соединения в сети передачи данных по протоколу TCP и находятся характеристики данного процесса.

## **Abstract**

On the basis of final Marcov chains the mathematical model of process of installation of virtual connection in a data transmission network under report TCP is formed and there are characteristics of the given process.

## **Математическая модель процесса проключения виртуального соединения в сети передачи данных по протоколу ТСП.**

Черный Р.А.

Пушчинская радиоастрономическая обсерватория АКЦ ФИАН

В современных условиях интенсивного развития информационных технологий претерпевают существенные изменения и информационные сети (появление цифрового телевидения, IP – телефонии, видеоконференций и т.д), что влечёт за собой резкое увеличение объёма трафика и создаёт повышенную нагрузку на инфраструктуру транспортных сетей связи. Стек протоколов ТСП/IP, широко используемый в настоящее время для организации транспортных потоков данных, решает задачу выбора оптимального маршрута передачи или транзита многопакетных сообщений с заданными требованиями по качеству [1]. На транспортном уровне стека протоколов ТСП/IP функционирует протокол надёжной доставки многопакетных сообщений (МПДС) ТСП, ориентированный на проключение виртуальных каналов (соединений) между абонентами сети. При этом данные процедуры базируются на эмпирическом определении параметров сети в определённые промежутки времени и зависят от поведения других сетевых устройств. Поэтому очевидна необходимость разработки математического и научно-методического аппарата оперативного определения основных регулируемых параметров протокола ТСП, позволяющего закладывать в сетевое программное обеспечение транспортных станций (маршрутизаторов) и абонентских терминалов адекватные процедуры адаптивной настройки проключаемых ТСП-соединений. Математическое описание процесса передачи пакетов по процедуре «скользящее окно» приводится в [2]. Исходя из этого, актуальной является задача определения вероятностных и временных характеристик процесса установки ТСП-соединения.

Анализ процесса установки ТСП-соединения (рисунок 1а) [3,4] показывает, что в нем можно выделить следующие состояния:

состояние  $S_0$  – сторона А инициирует установку соединения отправляя служебный пакет с установленным флагом  $SYN$  и сброшенным битом  $ACK$  и ждет ответа;

состояние  $S_1$  – сторона В получила запрос на соединение и отправляет в ответ служебный пакет с установленным флагом  $SYN$  и  $ACK$  и готова к приёму данных от А;

состояние  $S_2$  – сторона А получила от В служебный пакет с установленным флагом  $SYN$  и  $ACK$  и начинает передачу данных, соединение установлено.

Переход анализируемого процесса доведения из одного состояния в другое является случайным и происходит через определенные моменты времени, называемые шагами, при этом длительность шага  $\tau_{ш}$  равна времени передачи одного пакета.

Природа исследуемого процесса такова, что вероятность его перехода из одного состояния в любое другое зависит только от данного состояния и не зависит от того, как процесс в это состояние пришел. Следовательно, анализируемый процесс является марковским, имеющим конечное число дискретных состояний с дискретным временем.

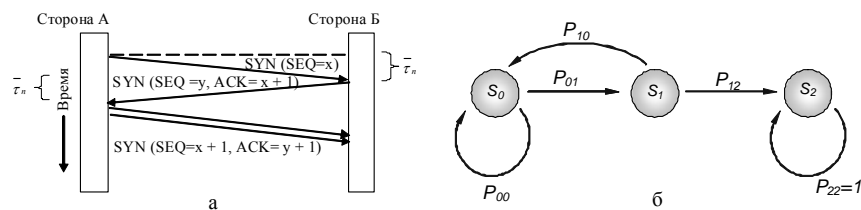


Рисунок 1 – Временная диаграмма и граф процесса установки TCP-соединения

Динамика такого процесса хорошо описывается теорией конечных марковских цепей [5]. Направленный граф переходов поглощающей конечной марковской цепи (ПКМЦ), отображающий исследуемый процесс, представлен на рисунке 1б. Состояния  $S_0$ ,  $S_1$  – являются переходными, а  $S_2$  – поглощающим.

В рамках задачи нахождения вероятности установления соединения нас интересуют в данной ПКМЦ матрица переходных вероятностей (МПВ), которая

имеет вид:

$$P_{33} = \begin{vmatrix} P_{00} & P_{01} & 0 \\ P_{10} & 0 & P_{12} \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \text{ где} \quad (1)$$

$P_{01} = P_{\pi}$  – вероятность доставки пакета «SYN». При выполнении условий нормального функционирования протокола TCP она определяется по 1-й формуле Эрланга для узла – получателя TCP-сессии:

$$P_n = \frac{\frac{y^n}{n!}}{\sum_{j=1}^I \frac{y^j}{j!}}, \text{ где} \quad (2)$$

$y$  – информационная нагрузка на УС;

$I$  – объём буфера УС в стандартных IP пакетах.

$P_{00}$  – вероятность не доведения пакета «SYN»:

$$P_{00} = 1 - P_{01}; \quad (3)$$

$P_{12} = P_{\pi}$  – вероятность доставки пакета «SYN, ACK»;

$P_{10}$  – вероятность не доведения пакета «SYN, ACK»:

$$P_{10} = 1 - P_{12}. \quad (4)$$

Таким образом, все компоненты искомой МПВ найдены. Интересующая нас вероятность установления соединения  $P_{yc}$  находится из уравнения Колмогорова-Чепмена как вероятность пребывания процесса в последнем состоянии после 3-го повтора:

$$\|P_0 \ P_1 \ P_2\|^{<3>} = \|P_0 \ P_1 \ P_2\|^{<0>} \times \|P_{<3,3>}\|^3, \text{ где} \quad (5)$$

$\|P_0 \ P_1 \ P_2\|^{<0>} = \|1 \ 0 \ 0\|$  – вектор распределения вероятностей на 0-м шаге.

Кроме того, из МПВ формируются, во-первых, так называемая, фундаментальная матрица [6], по которой находится значение среднего времени ( $t_{yc}$ ), и, во-вторых, дисперсионная матрица, матрица, по которой находится значение СКО времени установления соединения ( $\sigma_{yc}$ ). Данные величины характеризуют временные характеристики исследуемого процесса информационного обмена.

$$t_{\text{ош}} = \frac{\tau_0 + P_{01}\tau_1}{1 - P_{00} - P_{01}P_{10}}, \quad (6)$$

$$\sigma_{\text{ош}} = \sqrt{\frac{1}{(1 - P_{00} - P_{01}P_{10})^2} \left( (P_{00} + P_{01}P_{10})\tau_0^2 + P_{01}\tau_1^2(1 - P_{00} + P_{01}P_{10} - P_{01}) \right)}, \quad \text{где} \quad (7)$$

$\tau_1$  и  $\tau_0$  – среднее время перехода соответственно из  $S_0$  в  $S_1$  и из  $S_1$  в  $S_2$ .

Величина  $\tau_1$  есть среднее время доставки пакета по виртуальному маршруту и равна сумме средних времён передачи пакетов по транзитным участкам маршрута и обработки в транзитных узлах коммутации.

$$\tau_i = \sum \tau_i + \sum \tau_j. \quad (8)$$

Таким образом, вероятность установки соединения после трёх итераций равна:

$$P_{yc} = 2P_n^2 - P_n^3. \quad (9)$$

Причём среднее время установки ТСР-соединения равно:

$$t_{\text{ош}} = \frac{\tau_i(1 + P_i)}{1 - P_i - P_i^2}. \quad (10)$$

А СКО времени установки ТСР-соединения равно:

$$\sigma_{yc} = \sqrt{\frac{1}{(1 - P_n - P_n^2)^2} \left( \tau_n^2(2P_n - P_n^2 + P_n^3) \right)}. \quad (11)$$

Из анализа выражений (9-11) следует, что временные и вероятностные характеристики процесса установки ТСР-соединения тесно связаны между собой и напрямую зависят от загруженности транзитных участков маршрута. При этом полученные аналитические выражения позволяют априорно оценить время на установку ТСР-соединения при выборе того или иного виртуального маршрута передачи многопакетных соединений по сети передачи данных с интеграцией служб.

### Список литературы

[1] Галкин В. А., Григорьев Ю. А. Телекоммуникации и сети. – М.: КомпьютерПресс, 2003. – 607 с.

- [2] Цимбал В.А. и др. Математическая модель доставки многопакетных сообщений в соединении «точка-точка» на сети передачи данных с процедурой «скользящее окно» // Известия ИИФ №3 2009г.
- [3] Семенов Ю. А. Протокол TCP. – ЭР: [http://book.itcp.ru/4/44/tcp\\_443.htm](http://book.itcp.ru/4/44/tcp_443.htm).
- [4] Таненбаум Э. С. Компьютерные сети 4е-издание. – СПб: «Питер», 2003. – 992 с.
- [5] Кемени Джон Дж., Снелл Дж. Ларк. Конечные цепи Маркова/Пер. с англ. – М.: Наука, 1970. – 272 с.
- [6] Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов. – М.: Наука, 1980. – 976 с.

## **Список аббревиатур**

АКЦ: астрокосмический центр

ФИАН: физический институт академии наук

МПС: Многопакетное сообщение

ПКМЦ: Поглощающая конечная марковская цепь

МПВ: Матрица переходных вероятностей

СКО: Среднее квадратичное отклонение



Подписано в печать 29.10.2012 г.  
Формат 60x84/16. Заказ №68. Тираж 140 экз. П.л 0,5.  
Отпечатано в РИИС ФИАН с оригинал-макета заказчика  
119991 Москва, Ленинский проспект, 53. Тел. 499 783 3640