

Отражение и поглощение излучения металлом с неоднородно нагретыми электронами

А.П.Канавин, К.Н.Мищик, С.А.Урюпин

Аннотация

Предложен новый метод описания оптических свойств металла быстро нагреваемого мощным фемтосекундным лазерным импульсом. Найдены коэффициенты поглощения и сдвиги фазы s- и p-поляризованных пробных волн. Показано, что при отражении от металла с неоднородной по скин-слою температурой электронов формулы Френеля приводят к большим погрешностям при вычислении экспериментально измеряемых величин и вместо них следует использовать полученные ниже выражения для комплексного коэффициента отражения.

Abstract

New approach to the description of optical properties of the metals rapidly heated up by powerful femtosecond laser pulse is proposed. The absorption coefficients and phase shifts of s- and p-polarized test waves are found. It is shown that under reflection from the metal with electron temperature non uniform over skin-layer the Fresnel formulae lead to large errors when experimentally measurable values are calculated and instead of its one should use the expressions for complex coefficient derived below.

lidzvesjkd

1 Введение

При воздействии мощных фемтосекундных лазерных импульсов на металлы происходит эффективный нагрев электронов в скин-слое (см., например, [1-5]). При достаточно быстром нагреве возникает неравновесное состояние в котором температура электронов значительно превосходит температуру решетки и резко изменяется на масштабах скин-слоя [6-8]. Вследствие этого, пропорциональная квадрату температуры частота электрон-электронных столкновений оказывается неоднородной по скин-слою, что приводит к соответствующей неоднородности диэлектрической проницаемости металла. В этих условиях возникает необходимость в описании оптических свойств существенно неоднородного металла. Применимый в условиях малого отношения масштаба неоднородности среды к длине волны излучения, продуктивный подход к описанию оптических свойств сильно неоднородных сред использован в работах [9-13]. Поскольку обычно размер скин-слоя мал по сравнению с длиной волны, то подход работ [9-13] можно использовать и для описания оптических свойств металла с неоднородно нагретыми электронами. Вместе с тем, в часто встречающихся условиях высокочастотного скин-эффекта, когда частота излучения превосходит частоту столкновений электронов, а отношение скорости Ферми к частоте излучения мало по сравнению с глубиной скин-слоя, возможен и иной метод описания.

Рассматриваемый далее новый метод основывается на учете по теории возмущений малых пропорциональных частоте столкновений электронов неоднородных слагаемых в диэлектрической проницаемости металла. При этом, в отличие от используемого в [9-13], отношение масштаба неоднородности поправок к диэлектрической проницаемости к длине волны излучения не считается малым, что позволяет построить теорию оптических свойств допускающую переход к известным результатам

оптики однородных металлов. Ниже изучено отражение и поглощение пробных s- и p- поляризованных волн от металла нагреваемого мощным фемтосекундным лазерным импульсом. С точностью до поправок квадратичных по малому отношению частоты столкновений электронов к частоте пробной волны найдено распределение поля порождаемое пробной волной в неоднородно нагретом металле. С этой же точностью получены выражения для коэффициентов поглощения и сдвигов фазы отраженных s- и p-поляризованных волн. Эти выражения применимы при произвольных пространственных профилях температуры электронов. Тогда, когда температура изменяется на расстоянии большем глубины скин-слоя, из них следуют известные формулы Френеля для металлов с относительно малыми частотами столкновений электронов. Если же температура изменяется резко, что имеет место при несущественном отводе тепла, то как коэффициенты поглощения, так и относительные изменения разности фаз при отражении оказываются существенно меньше тех значений, которые дают формулы Френеля.

2 Модельное описание металла

Особенности проникновения электромагнитного поля в металл существенно зависят от вида материального уравнения, определяющего связь плотности тока с напряженностью электрического поля. В обсуждаемых далее условиях высокочастотного скин-эффекта расстояние проходимое электроном за период изменения поля мало по сравнению с глубиной скин-слоя. Это позволяет не учитывать пространственную дисперсию в материальном уравнении. Кроме того, при высокочастотном скин-эффекте характерная частота столкновений электронов ν мала по сравнению с частотой поля ω , что позволяет использовать малый параметр $\nu/\omega \ll 1$. Вместе с тем, считаем, что частота ω меньше отвечающей ширине

запрещенной зоны и влиянием межзонных переходов можно пренебречь. В этих условиях для описания отклика металла воспользуемся хорошо известным выражением для диэлектрической проницаемости $\varepsilon(z)$,

$$\varepsilon(z) = \varepsilon_0 - \frac{\omega_p^2}{\omega[\omega + i\nu(z)]} \simeq \varepsilon_1 + \delta\varepsilon_1(z) + i\varepsilon_2(z), \quad (1)$$

где ε_0 — вклад в диэлектрическую постоянную от связанных электронов и ионов решетки, ω_p — плазменная частота и использованы обозначения

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_0 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad \varepsilon_2(z) = \frac{\nu(z)}{\omega^3} \omega_p^2, \quad \delta\varepsilon_1(z) = \frac{\nu^2(z)}{\omega^4} \omega_p^2. \quad (2)$$

Мнимая часть ε_0 считается малой по сравнению с $\varepsilon_2(z)$. Частота столкновений электронов $\nu = \nu(z)$ складывается из частоты электрон-фононных столкновений ν_{ep} и частоты электрон-электронных столкновений идущих с перебросом квазиимпульса $\nu_{ee}(z)$,

$$\nu(z) = \nu_{ep} + \nu_{ee}(z). \quad (3)$$

При воздействии достаточно мощных фемтосекундных импульсов происходит эффективный нагрев электронов, а решетка остается холодной в течении времени меньшего, чем время передачи энергии от электронов к решетке, которое для типичных металлов составляет несколько пикосекунд. С целью описания такого неравновесного состояния воспользуемся двухтемпературной моделью металла. Вследствие нагрева электронов частота электрон-электронных столкновений $\nu_{ee}(z)$ возрастает с ростом их температуры $T_e = T_e(z)$, а пропорциональная температуре решетки T_l частота электрон-фононных столкновений ν_{ep} остается практически неизменной. При $\kappa T_e \ll \varepsilon_F$, где κ — постоянная Больцмана, ε_F — энергия Ферми, связь частоты $\nu_{ee}(z)$ с температурой имеет вид [14]

$$\nu_{ee}(z) = a[\kappa T_e(z)]^2 / \hbar \varepsilon_F, \quad (4)$$

где \hbar — постоянная Планка, a — численный коэффициент, величина которого зависит от вида зонной структуры металла. Для типичных металлов уже при температурах электронов превышающих несколько тысяч градусов Кельвина реализуются условия, когда $\nu_{ee}(z) > \nu_{ep}$. Согласно (4) масштаб неоднородности $\nu_{ee}(z)$ зависит от распределения температуры электронов $T_e(z)$ и может быть порядка глубины скин-слоя. В частности, в условиях высокочастотного скин-эффекта эволюция температуры электронов в металле описывается уравнением [7]

$$C \frac{\partial T_e}{\partial t} = \frac{4}{c} I(t) \nu(z) \exp\left(-\frac{2z}{\delta}\right) + \frac{\partial}{\partial z} q, \quad (5)$$

где $C = \pi^2 N \kappa^2 T_e / 2 \varepsilon_F$ — теплоемкость электронов имеющих плотность N , $I(t)$ — медленно изменяющаяся за время $2\pi/\omega$ плотность потока излучения греющего электроны, δ — глубина скин-слоя на частоте греющего излучения, c — скорость света, q — плотность теплового потока электронов. Уравнение (5) не учитывает передачу энергии от электронов к решетке и применимо на временах меньших нескольких пикосекунд. Соотношения (1)–(5) составляют основу описания оптических свойств металла нагреваемого фемтосекундным лазерным импульсом.

3 Отражение s-волны

3.1 Основные соотношения для s-волны

Рассмотрим взаимодействие линейно поляризованной электромагнитной s-волны вида

$$\frac{1}{2} \vec{E}_L \exp(-i\omega t + i \vec{k} \vec{r}) + c.c., \quad z \leq 0 \quad (6)$$

с металлом занимающим полупространство $z \geq 0$ (см. рис. 1). Для s-поляризованной волны электрическое поле ортогонально плоскости падения $\vec{E}_L = (0, E_L, 0)$, $\omega = kc$, ω — частота, k — волновое число, $\vec{k} =$

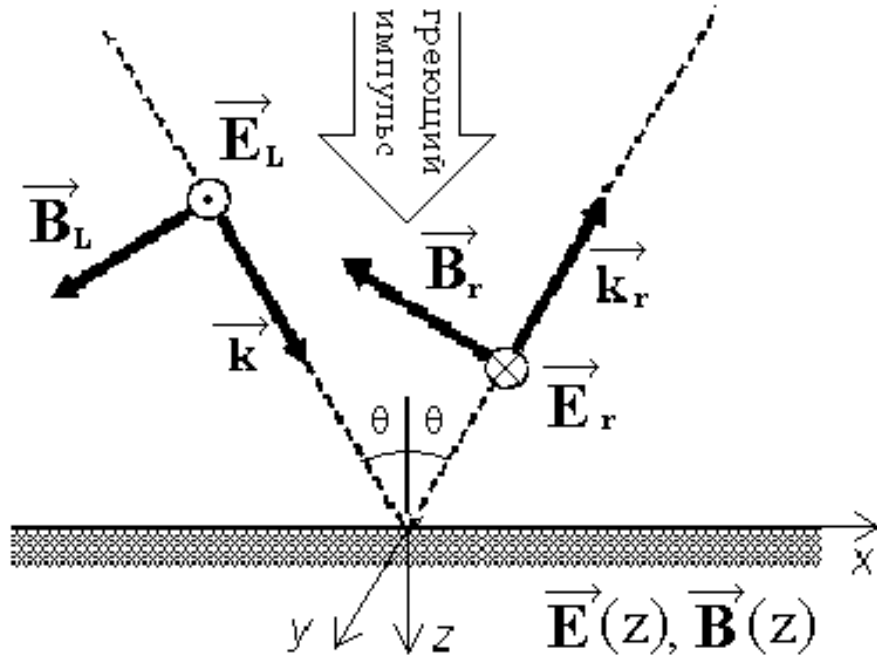


Рис. 1: Отражение s-волны от поверхности металла нагреваемого фемтосекундным импульсом.

$k(\sin \theta, 0, \cos \theta)$, θ — угол между вектором \vec{k} и направлением оси Oz . Магнитное поле $\vec{B}_L = [\vec{k} \vec{E}_L]/k = E_L(-\cos \theta, 0, \sin \theta)$ лежит в плоскости падения и имеет компоненты вдоль осей Ox и Oz . Волна (6) отражается от поверхности $z = 0$ и проникает внутрь металла. Поле отраженной волны естественно представить в виде

$$\frac{1}{2} \vec{E}_r \exp(-i\omega t + ikx \sin \theta - ikz \cos \theta) + c.c., \quad z \leq 0, \quad (7)$$

где $\vec{E}_r = R_s \vec{E}_L$, R_s — комплексный коэффициент отражения. Магнитное поле отраженной волны описывается соотношением $\vec{B}_r = R_s E_L(\cos \theta, 0, \sin \theta)$. Поле в металле ищем в виде

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \vec{E}(z) \exp(-i\omega t + ikx \sin \theta) + c.c., \quad z \geq 0, \quad (8)$$

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \vec{B}(z) \exp(-i\omega t + ikx \sin \theta) + c.c., \quad z \geq 0, \quad (9)$$

где $\vec{E}(z) = (0, E(z), 0)$, $\vec{B}(z) = (iE'(z)/k, 0, E(z) \sin \theta)$. Электрическое и магнитное поля непрерывны на поверхности $z = 0$. Принимая во внимание соотношения (6)–(9) запишем условия непрерывности полей в виде

$$E_L(1 + R_s) = E(z)|_{z=0} \equiv E_y(z)|_{z=0}, \quad (10)$$

$$E_L \cos \theta (R_s - 1) = \frac{i}{k} E'(z)|_{z=0} \equiv B_x(z)|_{z=0}. \quad (11)$$

Вводя понятие поверхностного импеданса металла согласно определению

$$Z_s = - [E_y(z)/B_x(z)]|_{z=0} \equiv ik[E(z)/E'(z)]|_{z=0}, \quad (12)$$

для коэффициента отражения R_s имеем

$$R_s = \frac{Z_s \cos \theta - 1}{Z_s \cos \theta + 1} \equiv r_s e^{i\phi_s}, \quad (13)$$

где r_s — абсолютная величина коэффициента отражения, а ϕ_s — сдвиг фазы отраженной волны. Величина r_s связана с коэффициентом поглощения A_s соотношением вида

$$A_s = 1 - r_s^2. \quad (14)$$

Напротив, исключая R_s из системы уравнений (10), (11), получим граничное условие для определения поля $E(z)$ в металле

$$\left[\frac{1}{ik} E'(z) + E(z) \cos \theta \right] \Big|_{z=0} = 2E_L \cos \theta. \quad (15)$$

В условиях, когда несущественна пространственная дисперсия, распределение поля в металле описывается уравнением

$$E''(z) + k^2[\varepsilon(z) - \sin^2 \theta]E(z) = 0, \quad z \geq 0. \quad (16)$$

Удовлетворяющее граничному условию (15) на поверхности металла и условию отсутствия поля при $z \rightarrow \infty$, $E(z \rightarrow \infty) = 0$, решение уравнения (16) однозначно описывает распределение поля в металле.

3.2 Поле в металле

Перейдем к рассмотрению поля в металле. Принимая во внимания соотношения (1), (2) из (16) имеем

$$E''(z) - \frac{1}{d^2}E(z) + k^2[\delta\varepsilon_1(z) + i\varepsilon_2(z)]E(z) = 0, \quad z \geq 0, \quad (17)$$

где $d = \left(k\sqrt{-\varepsilon_1 + \sin^2\theta}\right)^{-1}$ — характерная глубина скин-слоя. Описываемое уравнением (17) поле $E(z)$ удовлетворяет граничному условию (15) и требованию отсутствия электрического и магнитного полей в глубине металла

$$E(z \rightarrow \infty) = 0, \quad E'(z \rightarrow \infty) = 0. \quad (18)$$

Решение уравнения (16) ищем в виде

$$E(z) = E_a(z) \exp[i\psi_s(z)], \quad (19)$$

где $E_a(z)$ и $\psi_s(z)$ — вещественные функции, определяющие амплитуду и фазу поля. Используя соотношение (19) для функций $E_a(z)$ и $\psi_s(z)$ имеем уравнение

$$E_a''(z) + 2iE_a'(z)\psi_s'(z) + iE_a(z)\psi_s''(z) - E_a(z)[\psi_s'(z)]^2 + \left[-\frac{1}{d^2} + k^2\delta\varepsilon_1(z) + ik^2\varepsilon_2(z)\right] E_a(z) = 0. \quad (20)$$

Равенство нулю вещественной и мнимой частей уравнения (20) дает систему двух связанных уравнений для $E_a(z)$ и $\psi_s(z)$. Согласно (15) и (18), функции $E_a(z)$ и $\psi_s(z)$ удовлетворяют следующим граничным условиям

$$[E_a'(z) - 2kE_L \cos\theta \sin\psi_s(z)]|_{z=0} = 0, \quad (21)$$

$$[E_a(z)\psi_s'(z) + kE_a(z) \cos\theta - 2kE_L \cos\theta \cos\psi_s(z)]|_{z=0} = 0, \quad (22)$$

$$E_a(z \rightarrow \infty) = 0, \quad E_a'(z \rightarrow \infty) = 0, \quad E_a(z \rightarrow \infty)\psi_s'(z \rightarrow \infty) = 0. \quad (23)$$

С целью построения приближенного решения уравнения (20) воспользуемся малым параметром $\nu(z)/\omega \ll 1$. Поскольку обычно $|\varepsilon_1| \gg 1$, а $\nu(z)/\omega \ll 1$, то $|\varepsilon_1| \gg \varepsilon_2(z) \gg \delta\varepsilon_1(z)$. Функции $E_a(z)$ и $\psi_s(z)$ ищем в виде ряда по степеням $[\nu(z)/\omega]^n \ll 1$, $n = 1, 2, \dots$;

$$E_a(z) = \sum_{n=0}^{\infty} E_n(z), \quad \psi_s(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \psi_{sn}(z), \quad (24)$$

где $E_n = E_n(z)$ и $\psi_{sn} = \psi_{sn}(z)$ имеют порядок малости $[\nu(z)/\omega]^n$.

В нулевом порядке по малому параметру, принимая во внимание соотношения $\varepsilon_2(z) \sim |\varepsilon_1|\nu(z)/\omega$, $\delta\varepsilon_1(z) \sim \varepsilon_2(z)\nu(z)/\omega$, из (20)–(24) находим

$$E_0'' - \frac{1}{d^2}E_0 - E_0(\psi'_{s0})^2 = 0, \quad (25)$$

$$2E_0'\psi'_{s0} + E_0\psi''_{s0} = 0, \quad (26)$$

и следующие граничные условия

$$[E_0' - 2kE_L \cos \theta \sin \psi_{s0}]|_{z=0} = 0, \quad (27)$$

$$[E_0\psi'_{s0} + kE_0 \cos \theta - 2kE_L \cos \theta \cos \psi_{s0}]|_{z=0} = 0, \quad (28)$$

$$E_0(z \rightarrow \infty) = 0, \quad E_0'(z \rightarrow \infty) = 0, \quad E_0(z \rightarrow \infty)\psi'_{s0}(z \rightarrow \infty) = 0. \quad (29)$$

Домножая на $E_0 \neq 0$ уравнение (26) имеем $E_0^2\psi'_{s0} = \text{const}$. В соответствии с граничными условиями при $z \rightarrow \infty$ (29) $E_0^2\psi'_{s0} = 0$. Поскольку $E_0 \neq 0$, то

$$\psi'_{s0} = 0 \quad (30)$$

для всех $z \geq 0$. Используя соотношение (30) из уравнения (25) и граничных условий при $z = 0$ (27),(28) находим

$$E_0(z) = E_0(0) \exp\left(-\frac{z}{d}\right) \equiv -\frac{2E_L kd \cos \theta}{\sqrt{1 + (kd \cos \theta)^2}} \exp\left(-\frac{z}{d}\right), \quad (31)$$

$$\text{tg } \psi_{s0} = -\frac{1}{kd \cos \theta}. \quad (32)$$

В линейном приближении по $\nu(z)/\omega$ из (20)–(24) имеем уравнения для E_1 и ψ_{s1} ,

$$E_1'' - \frac{1}{d^2}E_1 = 0, \quad (33)$$

$$\psi_{s1}'' - \frac{2}{d}\psi_{s1}' = -k^2\varepsilon_2(z), \quad (34)$$

и следующие граничные условия

$$(E_1' - \psi_{s1}kE_0 \cos \theta)|_{z=0} = 0, \quad (35)$$

$$(E_0\psi_{s1}' + E_0'\psi_{s1} + kE_1 \cos \theta)|_{z=0} = 0, \quad (36)$$

$$E_1(z \rightarrow \infty) = 0, \quad E_1'(z \rightarrow \infty) = 0, \quad E_0(z \rightarrow \infty)\psi_{s1}'(z \rightarrow \infty) = 0. \quad (37)$$

Учитывая последнее из условий (37), которое следует из факта отсутствия магнитного поля при $z \rightarrow \infty$, из уравнения (34) находим

$$\psi_{s1}'(z) = k^2 \exp\left(\frac{2z}{d}\right) \int_z^\infty \varepsilon_2(z') \exp\left(-\frac{2z'}{d}\right) dz'. \quad (38)$$

Далее из уравнений (33), (38) находим E_1 и ψ_{s1} , удовлетворяющие граничным условиям (35)–(37),

$$E_1(z) = E_1(0) \exp\left(-\frac{z}{d}\right) \equiv -2E_L \exp\left(-\frac{z}{d}\right) \frac{k^4 d^3 \cos^2 \theta}{[1 + (kd \cos \theta)^2]^{3/2}} \times \\ \times \int_0^\infty \varepsilon_2(z') \exp\left(-\frac{2z'}{d}\right) dz', \quad (39)$$

$$\psi_{s1}(z) = \frac{d}{2}k^2 \left[\exp\left(\frac{2z}{d}\right) \int_z^\infty \varepsilon_2(z') \exp\left(-\frac{2z'}{d}\right) dz' + \int_0^z \varepsilon_2(z') dz' + \right. \\ \left. + \frac{1 - (kd \cos \theta)^2}{1 + (kd \cos \theta)^2} \int_0^\infty \varepsilon_2(z') \exp\left(-\frac{2z'}{d}\right) dz' \right]. \quad (40)$$

Квадратичные по $\nu(z)/\omega$ поправки к амплитуде E_2 и фазе ψ_{s2} удовлетворяют уравнениям

$$E_2'' - \frac{1}{d^2}E_2 = E_0 a(z) \equiv E_0[(\psi'_{s1})^2 - k^2 \delta \varepsilon_1(z)], \quad (41)$$

$$\psi''_{s2} - \frac{2}{d}\psi'_{s2} = 0, \quad (42)$$

и следующим граничным условиям

$$\left(E_2' - \psi_{s2} k E_0 \cos \theta + \frac{1}{2} E_0' \psi_{s1}^2 \right) \Big|_{z=0} = 0, \quad (43)$$

$$\left(E_1 \psi'_{s1} + E_0 \psi'_{s2} + E_0' \psi_{s2} + k E_2 \cos \theta + \frac{1}{2} E_0 \psi_{s1}^2 k \cos \theta \right) \Big|_{z=0} = 0, \quad (44)$$

$$E_2(z \rightarrow \infty) = 0, \quad E_2'(z \rightarrow \infty) = 0, \quad E_0(z \rightarrow \infty) \psi'_{s2}(z \rightarrow \infty) = 0. \quad (45)$$

В соответствии с уравнением (42) и последним из граничных условий (45) имеем $\psi'_{s2} = 0$, то есть $\psi_{s2} = \psi_{s2}(0)$. С учетом первых граничных условий (45) из (41) имеем соотношение

$$\frac{d}{dz} \frac{E_2(z)}{E_0(z)} = - \exp\left(\frac{2z}{d}\right) \int_z^\infty dz' a(z') \exp\left(-\frac{2z'}{d}\right), \quad (46)$$

проинтегрировав которое, получим

$$E_2(z) = E_2(0) \exp\left(-\frac{z}{d}\right) - d \operatorname{sh}\left(\frac{z}{d}\right) \int_z^\infty a(z') E_0(z') \exp\left(-\frac{z'}{d}\right) dz' - \\ - d \exp\left(-\frac{z}{d}\right) \int_0^z \operatorname{sh}\left(\frac{z'}{d}\right) a(z') E_0(z') dz'. \quad (47)$$

Константы $\psi_{s2}(0)$ и $E_2(0)$ находятся из граничных условий при $z = 0$ (43),

(44) и имеют вид

$$\begin{aligned}
E_2(0) = E_L \frac{kd \cos \theta [2(kd \cos \theta)^2 - 1]}{[1 + (kd \cos \theta)^2]^{5/2}} & \left[k^2 d \int_0^\infty dz \varepsilon_2(z) \exp\left(-\frac{2z}{d}\right) dz \right]^2 + \\
+ E_L \frac{2k^3 d^2 \cos \theta}{[1 + (kd \cos \theta)^2]^{3/2}} & \int_0^\infty dz \exp\left(-\frac{2z}{d}\right) \left\{ \delta \varepsilon_1(z) - k^2 \left[\exp\left(\frac{2z}{d}\right) \times \right. \right. \\
& \left. \left. \times \int_z^\infty dz' \varepsilon_2(z') \exp\left(-\frac{2z'}{d}\right) \right]^2 \right\}, \quad (48)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\psi_{s2}(0) = -\frac{kd \cos \theta}{[1 + (kd \cos \theta)^2]^2} & \left[k^2 d \int_0^\infty \varepsilon_2(z) \exp\left(-\frac{2z}{d}\right) dz \right]^2 + \\
+ \frac{k^3 d^2 \cos \theta}{[1 + (kd \cos \theta)^2]^2} & \int_0^\infty dz \exp\left(-\frac{2z}{d}\right) \left\{ \delta \varepsilon_1(z) - k^2 \left[\exp\left(\frac{2z}{d}\right) \times \right. \right. \\
& \left. \left. \times \int_z^\infty dz' \varepsilon_2(z') \exp\left(-\frac{2z'}{d}\right) \right]^2 \right\}. \quad (49)
\end{aligned}$$

Соотношения (31), (32), (39), (40), (47)–(49) описывают поле в металле с точностью до членов квадратичных по малому параметру $\nu(z)/\omega$.

3.3 Коэффициент поглощения и сдвиг фазы s-волны

Согласно (12), (13), (19), комплексный коэффициент отражения R_s выражается через значение производных функций $\psi_s(z)$ и $\ln E_a(z)$ при $z = 0$.

$$R_s = \frac{k \cos \theta - \psi'_s(z) + i[\ln E_a(z)]'}{k \cos \theta + \psi'_s(z) - i[\ln E_a(z)]'} \Big|_{z=0}. \quad (50)$$

Кроме того, в соответствии с определениями (13), (14) для ϕ_s и A_s имеем

$$A_s = \frac{4k \cos \theta \psi'_s(z)}{[k \cos \theta + \psi'_s(z)]^2 + [E'_a(z)/E_a(z)]^2} \Big|_{z=0}, \quad (51)$$

$$\operatorname{tg} \phi_s = \frac{2k \cos \theta E'_a(z)/E_a(z)}{k^2 \cos^2 \theta - [\psi'_s(z)]^2 - [E'_a(z)/E_a(z)]^2} \Big|_{z=0}. \quad (52)$$

Полученные выше выражения для поля позволяют найти комплексный коэффициент отражения (13) с точностью до поправок квадратичных по малому параметру $\nu(z)/\omega$. Учитывая приближенное соотношение

$$\frac{d}{dz} \ln E_a(z) \simeq -\frac{1}{d} + \frac{d}{dz} \left[\frac{E_2(z)}{E_0(z)} \right] \quad (53)$$

и формулы (30),(31),(38),(46), из (51),(52) находим

$$A_s = \frac{4k^3 d^2 \cos \theta}{1 + (kd \cos \theta)^2} \int_0^\infty dz \varepsilon_2(z) \exp\left(-\frac{2z}{d}\right), \quad (54)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \phi_s = & \frac{2kd \cos \theta}{1 - (kd \cos \theta)^2} \left\{ 1 - \frac{k^4 d^2}{1 - (kd \cos \theta)^2} \left[\int_0^\infty dz \varepsilon_2(z) \exp\left(-\frac{2z}{d}\right) \right]^2 + \right. \\ & + \frac{1 + (kd \cos \theta)^2}{1 - (kd \cos \theta)^2} k^2 d \int_0^\infty dz \exp\left(-\frac{2z}{d}\right) \left(\delta \varepsilon_1(z) - \left[k \exp\left(\frac{2z}{d}\right) \times \right. \right. \\ & \left. \left. \times \int_z^\infty dz' \varepsilon_2(z') \exp\left(-\frac{2z'}{d}\right) \right]^2 \right) \left. \right\}. \quad (55) \end{aligned}$$

Выражение (54) записано с точностью до слагаемых линейных по $\nu(z)/\omega$. Формулы (54), (55) обобщают формулы Френеля на случай, когда диэлектрическая проницаемость металла содержит малую неоднородную часть (см. соотношения (1), (2)). Если изменением $\delta \varepsilon_1(z)$ и $\varepsilon_2(z)$ можно пренебречь, то из (54), (55) следуют соотношения Френеля записанные с точностью до слагаемых квадратичных по $\nu/\omega \ll 1$.

4 Отражение р-волны

4.1 Основные соотношения для р-волны

Магнитное поле падающей линейно поляризованной р-волны (см. рис. 2)

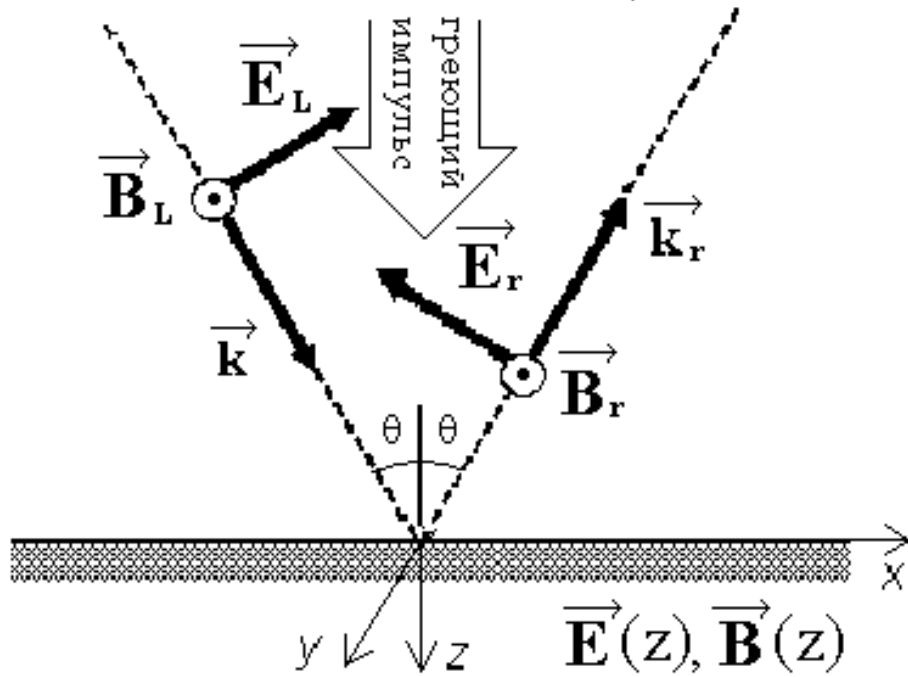


Рис. 2: Отражение р-волны от поверхности металла нагреваемого фемтосекундным импульсом

представим в виде

$$\frac{1}{2} \vec{B}_L \exp(-i\omega t + i \vec{k} \vec{r}) + c.c., \quad z \leq 0, \quad (56)$$

где $\vec{B}_L = (0, B_L, 0)$. Магнитное поле \vec{B}_L падающей р-волны ортогонально плоскости падения. Электрическое поле р-волны лежит в плоскости падения и имеет вид $\vec{E}_L = E_L(\cos \theta, 0, -\sin \theta)$, где $E_L = B_L$. Поле отраженной волны описывается соотношением

$$\frac{1}{2} \vec{B}_r \exp(-i\omega t + ikx \sin \theta - ikz \cos \theta) + c.c., \quad z \leq 0, \quad (57)$$

где $\vec{B}_r = R_p \vec{B}_L$, R_p — комплексный коэффициент отражения. При этом для электрического поля отраженной волны имеем $\vec{E}_r = -R_p E_L(\cos \theta, 0, \sin \theta)$. Как и для s-волны поле в металле описывается соотношениями (8), (9), где $\vec{E}(z) = (B'(z)/ik\varepsilon(z), 0, -B(z) \sin \theta/\varepsilon(z))$, $\vec{B}(z) = (0, B(z), 0)$. Из условий непрерывности электрического и магнитного полей на поверхности $z = 0$

имеем

$$E_L \cos \theta (1 - R_p) = \frac{1}{ik\varepsilon(z)} B'(z)|_{z=0} \equiv E_x(z)|_{z=0}, \quad (58)$$

$$E_L (1 + R_p) = B(z)|_{z=0} \equiv B_y(z)|_{z=0}. \quad (59)$$

Отсюда, используя понятие поверхностного импеданса для р-волны

$$Z_p = [E_x(z)/B_y(z)]|_{z=0} \equiv [B'(z)/ik\varepsilon(z)B(z)]|_{z=0}, \quad (60)$$

для коэффициента отражения R_p имеем

$$R_p = \frac{\cos \theta - Z_p}{\cos \theta + Z_p} \equiv r_p e^{i\phi_p}, \quad (61)$$

где r_p — абсолютная величина коэффициента отражения, а ϕ_p — сдвиг фазы отраженной волны. Коэффициент поглощения р-волны определяется соотношением

$$A_p = 1 - r_p^2. \quad (62)$$

В соответствии с уравнениями Максвелла магнитное поле $B(z)$ р-волны в металле удовлетворяет уравнению

$$\frac{d}{dz} \left[\frac{1}{\varepsilon(z)} \frac{dB(z)}{dz} \right] + k^2 \left[1 - \frac{\sin^2 \theta}{\varepsilon(z)} \right] B(z) = 0, \quad z \geq 0. \quad (63)$$

Граничное условие для поля $B(z)$ на поверхности металла следует из (58),(59) и имеет вид

$$\left[\frac{1}{ik\varepsilon(z)} B'(z) + B(z) \cos \theta \right] \Big|_{z=0} = 2E_L \cos \theta. \quad (64)$$

Другое граничное условие следует из обращения в ноль магнитного поля при $z \rightarrow \infty$, $B(z \rightarrow \infty) = 0$.

4.2 Поле в металле

Принимая во внимание приближенный вид диэлектрической проницаемости (1), (2) из (63) имеем уравнение

$$B''(z) - \frac{\varepsilon'(z)}{\varepsilon(z)} B'(z) + \left[-\frac{1}{d^2} + k^2 \delta\varepsilon_1(z) + ik^2 \varepsilon_2(z) \right] B(z), \quad z \geq 0. \quad (65)$$

Описываемое уравнением (65) поле $B(z)$ удовлетворяет граничному условию (64) и требованию отсутствия поля в глубине металла. Поле в металле ищем в виде

$$B(z) = B_a(z) \exp[i\psi_p(z)], \quad (66)$$

где $B_a(z)$ и $\psi_p(z)$ — вещественные функции, определяющие амплитуду и фазу магнитного поля. Используя выражение (66) из (65) находим

$$B_a''(z) + 2iB_a'(z)\psi_p'(z) + iB_a(z)\psi_p''(z) - B_a(z)[\psi_p'(z)]^2 - \frac{\varepsilon'(z)}{\varepsilon(z)}[B_a'(z) + iB_a\psi_p'(z)] + \left[-\frac{1}{d^2} + k^2\delta\varepsilon_1(z) + ik^2\varepsilon_2(z) \right] B_a(z) = 0. \quad (67)$$

Равенство нулю вещественной и мнимой частей уравнения (67) дает систему связанных уравнений для функций $B_a(z)$ и $\psi_p(z)$. Эти функции удовлетворяют следующим граничным условиям

$$\begin{aligned} \{ [B_a' - k\varepsilon_2 B_a \cos \theta] \cos \psi_p - [B_a \psi_p' + (\varepsilon_1 + \delta\varepsilon_1)k B_a \cos \theta] \sin \psi_p \} \Big|_{z=0} = \\ = -2E_L k \varepsilon_2 \cos \theta, \end{aligned} \quad (68)$$

$$\begin{aligned} \{ [B_a' - k\varepsilon_2 B_a \cos \theta] \sin \psi_p + [B_a \psi_p' + (\varepsilon_1 + \delta\varepsilon_1)k B_a \cos \theta] \cos \psi_p \} \Big|_{z=0} = \\ = 2E_L k [\varepsilon_1 + \delta\varepsilon_1] \cos \theta, \end{aligned} \quad (69)$$

$$B_a(z \rightarrow \infty) = 0, \quad B_a'(z \rightarrow \infty) = 0, \quad B_a(z \rightarrow \infty)\psi_p'(z \rightarrow \infty) = 0. \quad (70)$$

В формулах (68) и (69) использованы обозначения $\delta\varepsilon_1 = \delta\varepsilon_1(0)$, $\varepsilon_2 = \varepsilon_2(0)$. С целью построения приближенного решения уравнения (67) воспользуемся малым параметром $\nu(z)/\omega \ll 1$. Функции $B_a(z)$ и $\psi_p(z)$ ищем в виде ряда по степеням $[\nu(z)/\omega]^n \ll 1$, $n = 1, 2, \dots$;

$$B_a(z) = \sum_{n=0}^{\infty} B_n(z), \quad \psi_p(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \psi_{pn}(z), \quad (71)$$

где $B_n = B_n(z)$ и $\psi_{pn} = \psi_{pn}(z)$ имеют порядок малости $[\nu(z)/\omega]^n$.

В нулевом порядке по малому параметру, принимая во внимание соотношения $\varepsilon_2(z) \sim |\varepsilon_1|\nu(z)/\omega$, $\delta\varepsilon_1(z) \sim \varepsilon_2(z)\nu(z)/\omega$, из (67)–(71) имеем два уравнения

$$B_0'' - \frac{1}{d^2}B_0 - B_0(\psi'_{p0})^2 = 0, \quad (72)$$

$$2B_0'\psi'_{p0} + B_0\psi''_{p0} = 0, \quad (73)$$

и следующие граничные условия

$$B_0' \cos \psi_{p0} - [B_0\psi'_{p0} + \varepsilon_1 k B_0 \cos \theta] \sin \psi_{p0} = 0, \quad (74)$$

$$B_0' \sin \psi_{p0} + [B_0\psi'_{p0} + \varepsilon_1 k B_0 \cos \theta] \cos \psi_{p0} = 2E_L k \varepsilon_1 \cos \theta, \quad (75)$$

$$B_0(z \rightarrow \infty) = 0, \quad B_0'(z \rightarrow \infty) = 0, \quad B_0(z \rightarrow \infty)\psi'_{p0}(z \rightarrow \infty) = 0. \quad (76)$$

Домножая на $B_0 \neq 0$ уравнение (73) имеем $B_0^2\psi''_{p0} = \text{const}$. В соответствии с граничными условиями при $z \rightarrow \infty$ (76) $B_0^2\psi''_{p0} = 0$. Поскольку при конечных z магнитное поле отлично от нуля $B_0 \neq 0$, то

$$\psi'_{p0} = 0 \quad (77)$$

для всех $z \geq 0$. Используя соотношение (77) из уравнения (72) и граничных условий при $z = 0$ (74), (75) находим

$$B_0(z) = B_0(0) \exp\left(-\frac{z}{d}\right) \equiv -\frac{2E_L k d \varepsilon_1 \cos \theta}{\sqrt{1 + (\varepsilon_1 k d \cos \theta)^2}} \exp\left(-\frac{z}{d}\right), \quad (78)$$

$$\text{tg } \psi_{p0} = -\frac{1}{\varepsilon_1 k d \cos \theta} > 0. \quad (79)$$

В линейном приближении по $\nu(z)/\omega$ из (67)–(71) имеем уравнения для B_1 и ψ_{p1} ,

$$B_1'' - \frac{1}{d^2}B_1 = 0, \quad (80)$$

$$\psi''_{p1} - \frac{2}{d}\psi'_{p1} = -g(z) \equiv -k^2\delta\varepsilon_2(z) - \frac{\varepsilon_2'(z)}{d\varepsilon_1}, \quad (81)$$

и следующие граничные условия

$$\left(-\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} B_0' + \psi'_{p1} B_0 + k B_1 \varepsilon_1 \cos \theta + B_0' \psi_{p1} \right) \Big|_{z=0} = 0, \quad (82)$$

$$(B'_1 - kB_0\varepsilon_1\psi_{p1}\cos\theta)|_{z=0} = 0, \quad (83)$$

$$B_1(z \rightarrow \infty) = 0, \quad B'_1(z \rightarrow \infty) = 0, \quad B_0(z \rightarrow \infty)\psi'_{p1}(z \rightarrow \infty) = 0. \quad (84)$$

Учитывая последнее из условий (84), из уравнения (81) находим

$$\psi'_{p1}(z) = \exp\left(\frac{2z}{d}\right) \int_z^\infty g(z') \exp\left(-\frac{2z'}{d}\right) dz'. \quad (85)$$

Удовлетворяющее граничным условиям (84), решение уравнений (80), (81) имеет вид

$$B_1(z) = B_1(0)e^{-z/d}, \quad (86)$$

$$\begin{aligned} \psi_{p1}(z) = \psi_{p1}(0) + \frac{d}{2} \left[\exp\left(\frac{2z}{d}\right) - 1 \right] \int_z^\infty g(z') \exp\left(-\frac{2z'}{d}\right) dz' + \\ + \frac{d}{2} \int_0^z g(z') \left[1 - \exp\left(-\frac{2z'}{d}\right) \right] dz', \quad (87) \end{aligned}$$

где значения функций B_1 и ψ_{p1} в точке $z = 0$ определяются соотношениями

$$B_1(0) = \frac{2E_L\varepsilon_1^2k^2d^2\cos^2\theta}{[1 + (\varepsilon_1kd\cos\theta)^2]^{3/2}} \left\{ d \int_0^\infty g(z) \exp\left(-\frac{2z}{d}\right) dz + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \right\}, \quad (88)$$

$$\psi_{p1}(0) = \frac{1}{1 + (\varepsilon_1kd\cos\theta)^2} \left\{ d \int_0^\infty g(z) \exp\left(-\frac{2z}{d}\right) dz + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \right\}. \quad (89)$$

Во втором порядке теории возмущения для функций B_2 и ψ_{p2} имеем следующие уравнения

$$\begin{aligned} B_2'' - \frac{1}{d^2}B_2 = B_0(z)b(z) \equiv B_0 \left\{ (\psi'_{p1})^2 - k^2\delta\varepsilon_1(z) + \frac{1}{\varepsilon_1^2d} [\varepsilon_1\delta\varepsilon'_1(z) + \varepsilon'_2(z)\varepsilon_2(z)] - \right. \\ \left. - \psi'_{p1} \frac{\varepsilon'_2(z)}{\varepsilon_1} \right\}, \quad (90) \end{aligned}$$

$$2B'_0\psi'_{p2} + B_0\psi''_{p2} = 0, \quad (91)$$

и следующие граничные условия

$$\left\{ -B_2' + \left[\frac{\varepsilon_2^2}{\varepsilon_1^2} + \frac{\delta\varepsilon_1}{\varepsilon_1} \right] B_0' - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} B_0 \psi_{p1}' - \frac{1}{2} \psi_{p1}^2 B_0' + k\psi_{p2} \varepsilon_1 B_0 \cos \theta \right\} \Big|_{z=0} = 0, \quad (92)$$

$$\left[-\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} B_1' + B_1 \psi_{p1}' + B_2 k \varepsilon_1 \cos \theta + \frac{1}{2} \psi_{p1}^2 B_0 k \varepsilon_1 \cos \theta + B_0' \psi_{p2} + B_0 \psi_{p2}' \right] \Big|_{z=0} = 0, \quad (93)$$

$$B_2(z \rightarrow \infty) = 0, \quad B_2'(z \rightarrow \infty) = 0, \quad B_0(z \rightarrow \infty) \psi_{p2}'(z \rightarrow \infty) = 0. \quad (94)$$

Из уравнения (90) имеем

$$\frac{d}{dz} \left[\frac{B_2(z)}{B_0(z)} \right] = - \exp \left(\frac{2z}{d} \right) \int_z^\infty b(z') \exp \left(-\frac{2z'}{d} \right) dz', \quad (95)$$

где функция $b(z)$ описывается выражением (90). Удовлетворяющие граничным условиям (94) решения уравнений (90), (91) имеют вид

$$B_2(z) = B_2(0) \exp \left(-\frac{z}{d} \right) - \exp \left(-\frac{z}{d} \right) d \int_0^z b(z') \operatorname{sh} \left(\frac{z'}{d} \right) B_0(z') dz' - \\ - \operatorname{sh} \left(\frac{z}{d} \right) d \int_z^\infty b(z') \exp \left(-\frac{z'}{d} \right) B_0(z') dz', \quad (96)$$

$$\psi_{p2}(z) = \psi_{p2}(0). \quad (97)$$

Значения функций B_2 и ψ_{p2} в точке $z = 0$ находим из граничных условий (92), (93):

$$B_2(0) = -\frac{2E_L \varepsilon_1 k d \cos \theta}{(1 + (\varepsilon_1 k d \cos \theta)^2)^{3/2}} \left[-d \int_0^\infty b(z) \exp \left(-\frac{2z}{d} \right) dz + \frac{\delta\varepsilon_1}{\varepsilon_1} + \right. \\ \left. + 3 \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2 k^2 d^3 \cos^2 \theta}{1 + (\varepsilon_1 k d \cos \theta)^2} \psi_{p1}'(0) - \frac{1}{2} \frac{1 - 2(\varepsilon_1 k d \cos \theta)^2}{1 + (\varepsilon_1 k d \cos \theta)^2} [d\psi_{p1}'(0)]^2 + \right. \\ \left. + \frac{1 + 4(\varepsilon_1 k d \cos \theta)^2}{1 + (\varepsilon_1 k d \cos \theta)^2} \frac{\varepsilon_2^2}{2\varepsilon_1^2} \right], \quad (98)$$

$$\begin{aligned} \psi_{2p}(0) = & \frac{kd\varepsilon_1 \cos \theta}{1 + (\varepsilon_1 kd \cos \theta)^2} \left[-d \int_0^\infty b(z) \exp\left(-\frac{2z}{d}\right) dz + \frac{\delta\varepsilon_1}{\varepsilon_1} - \right. \\ & - \frac{1 - (\varepsilon_1 kd \cos \theta)^2}{1 + (\varepsilon_1 kd \cos \theta)^2} \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} d\psi'_{p1}(0) - \frac{1}{1 + (\varepsilon_1 kd \cos \theta)^2} [d\psi'_{p1}(0)]^2 + \\ & \left. + \frac{(\varepsilon_1 kd \cos \theta)^2}{1 + (\varepsilon_1 kd \cos \theta)^2} \frac{\varepsilon_2^2}{\varepsilon_1^2} \right]. \quad (99) \end{aligned}$$

Соотношения (78),(79), (86)-(89) и (96)-(99) описывают магнитное поле в металле с точностью до членов квадратичных по отношению частоты столкновений электронов к частоте излучения.

4.3 Коэффициент поглощения и сдвиг фазы р-волны

Используя соотношения (60), (61), (66), для комплексного коэффициента отражения R_p имеем

$$R_p = \frac{k[\varepsilon_1 + \delta\varepsilon_1] \cos \theta - \psi'_p(z) + i[k\varepsilon_2 \cos \theta + [\ln B_a(z)]']}{k[\varepsilon_1 + \delta\varepsilon_1] \cos \theta + \psi'_p(z) + i[k\varepsilon_2 \cos \theta - [\ln B_a(z)]']} \Big|_{z=0}. \quad (100)$$

При этом для коэффициента поглощения и сдвига фазы находим

$$A_p = \frac{4k \cos \theta \{[\varepsilon_1 + \delta\varepsilon_1] \psi'_p(z) - \varepsilon_2 [B'_a(z)/B_a(z)]\}}{\{k[\varepsilon_1 + \delta\varepsilon_1] \cos \theta + \psi'_p(z)\}^2 + [k\varepsilon_2 \cos \theta - B'_a(z)/B_a(z)]^2} \Big|_{z=0}, \quad (101)$$

$$\text{tg } \phi_p = \frac{2k \cos \theta \{[\varepsilon_1 + \delta\varepsilon_1] B'_a(z)/B_a(z) + \psi'_p(z) \varepsilon_2\}}{k^2 [\varepsilon_1 + \delta\varepsilon_1]^2 \cos^2 \theta + k^2 [\varepsilon_2]^2 \cos^2 \theta - [\psi'_p(z)]^2 - [B'_a(z)/B_a(z)]^2} \Big|_{z=0}. \quad (102)$$

Для дальнейшего вычисления коэффициента поглощения р-волны и фазы отраженного излучения используем приближенное соотношение для логарифмической производной магнитного поля

$$\frac{d}{dz} \ln B_a(z) \simeq -\frac{1}{d} + \frac{d}{dz} \left[\frac{B_2(z)}{B_0(z)} \right] \quad (103)$$

и полученные выше формулы для амплитуды и фазы поля в металле (77), (78), (85), (86), (95), (97). Тогда, из (101),(102) находим

$$A_p = \frac{4kd \cos \theta}{1 + (kd\varepsilon_1 \cos \theta)^2} \left[\varepsilon_1 d \int_0^{\infty} g(z) \exp\left(-\frac{2z}{d}\right) dz + \varepsilon_2 \right], \quad (104)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \phi_p = & \frac{2kd\varepsilon_1 \cos \theta}{1 - (kd\varepsilon_1 \cos \theta)^2} \times \\ & \times \left\{ 1 - \frac{1 + (kd\varepsilon_1 \cos \theta)^2}{1 - (kd\varepsilon_1 \cos \theta)^2} d \int_0^{\infty} b(z) \exp\left(-\frac{2z}{d}\right) dz - d \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \int_0^{\infty} g(z) \exp\left(-\frac{2z}{d}\right) dz + \right. \\ & + \frac{1 + (kd\varepsilon_1 \cos \theta)^2}{1 - (kd\varepsilon_1 \cos \theta)^2} \frac{\delta\varepsilon_1}{\varepsilon_1} + \frac{(kd\varepsilon_2 \cos \theta)^2}{1 - (kd\varepsilon_1 \cos \theta)^2} - \frac{d^2}{1 - (kd\varepsilon_1 \cos \theta)^2} \times \\ & \left. \times \left[\int_0^{\infty} g(z) \exp\left(-\frac{2z}{d}\right) dz \right]^2 \right\}. \quad (105) \end{aligned}$$

Формулы (104), (105) дают коэффициент поглощения и сдвиг фазы отраженной р - поляризованной волны с той же точностью, что и полученные выше формулы (54),(55) для s - поляризованной волны.

5 Влияние нагрева электронов на поглощение и отражение

Воспользуемся установленными выше соотношениями (54),(55) и (104), (105) для описания влияния нагрева электронов на оптические свойства металла. Сначала обсудим особенности отражения s-волны. Примем, что до воздействия греющего импульса электроны имеют однородную температуру T_0 . Отвечающие такой температуре обусловленные столкновениями малые слагаемые в диэлектрической проницаемости $\varepsilon_2(T_0)$ и $\delta\varepsilon_1(T_0)$ также не зависят от координаты. При постоянных $\varepsilon_2(T_0)$ и $\delta\varepsilon_1(T_0)$ из (54),(55) получаем соотношения Френеля

$$A_{sF} = \frac{2k^3 d^3 \cos \theta}{1 + (kd \cos \theta)^2} \varepsilon_2(T_0), \quad (106)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \phi_{sF} = \frac{2kd \cos \theta}{1 - (kd \cos \theta)^2} \left[1 - \frac{3 + (kd \cos \theta)^2}{1 - (kd \cos \theta)^2} \frac{1}{8} k^4 d^4 \varepsilon_2^2(T_0) + \right. \\ \left. + \frac{1 + (kd \cos \theta)^2}{1 - (kd \cos \theta)^2} \frac{1}{2} k^2 d^2 \delta \varepsilon_1(T_0) \right]. \quad (107) \end{aligned}$$

Поскольку в обсуждаемых условиях $kd \sim 1/\sqrt{-\varepsilon_1} \ll 1$, то функции A_{sF} и $\operatorname{tg} \phi_{sF}$ максимальны при $\theta = 0$ и монотонно убывают при увеличении θ от 0 до $\pi/2$.

Рассмотрим влияние нагрева электронов на A_s и $\operatorname{tg} \phi_s$. При относительно быстром нагреве электронов в скин-слое в уравнении (5) можно пренебречь дивергенцией теплового потока. В этом случае из (3)–(5) находим

$$\frac{\nu(z, t)}{\nu(T_0)} = \exp \left[\alpha \exp \left(-\frac{2z}{\delta} \right) \right], \quad (108)$$

где параметр α пропорционален интегралу от плотности потока излучения греющего электроны,

$$\alpha = \alpha(t) = \frac{16a}{\pi^2 N \hbar c} \int_{t_0}^t dt' I(t'), \quad (109)$$

t_0 — время начала нагрева электронов при котором их температура равна T_0 . Соотношение (108) позволяет записать малые слагаемые $\varepsilon_2(z)$ и $\delta \varepsilon_1(z)$ (2) в виде

$$\varepsilon_2(z) = \varepsilon_2(T_0) \exp \left[\alpha \exp \left(-\frac{2z}{\delta} \right) \right], \quad (110)$$

$$\delta \varepsilon_1(z) = \delta \varepsilon_1(T_0) \exp \left[2\alpha \exp \left(-\frac{2z}{\delta} \right) \right]. \quad (111)$$

Используя зависимости (110), (111) для коэффициента поглощения (54) и сдвига фазы отраженной волны (55) находим

$$A_s = A_{sF} \frac{1}{\alpha} (e^\alpha - 1) \geq A_{sF}, \quad (112)$$

$$\begin{aligned}
\operatorname{tg} \phi_s = \operatorname{tg} \phi_{sF} + \frac{1 + (kd \cos \theta)^2}{[1 - (kd \cos \theta)^2]^2} k^3 d^3 \delta \varepsilon_1(T_0) \cos \theta \left[\frac{1}{2\alpha} (e^{2\alpha} - 1) - 1 \right] - \\
- \frac{k^5 d^5 \cos \theta}{[1 - (kd \cos \theta)^2]^2} \frac{1}{2} \varepsilon_2^2(T_0) \left[\frac{1}{\alpha^2} (e^\alpha - 1)^2 - 1 \right] - \frac{1 + (kd \cos \theta)^2}{[1 - (kd \cos \theta)^2]^2} \times \\
\times \frac{1}{4} \varepsilon_2^2(T_0) k^5 d^5 \cos \theta \left[\frac{2}{\alpha} \int_0^\alpha \frac{d\xi}{\xi} e^\xi (e^\xi - 1) - \frac{1}{\alpha^2} (e^\alpha - 1)^2 - 1 \right]. \quad (113)
\end{aligned}$$

Соотношения (112), (113) записаны в предположении, что отличием глубины скин-слоя греющей – δ и пробной – d волн можно пренебречь. Последнее возможно в условиях высокочастотного скин-эффекта при $-\varepsilon_1 \gg 1$. Согласно (112) коэффициент поглощения почти экспоненциально быстро возрастает по мере увеличения параметра α . Измерив A_s можно найти α . Поскольку плотность электронов N известна, а вид зависимости $I(t)$ задается формой греющего импульса, то зная α (109) можно определить неизвестный параметр a или эффективную частоту электрон-электронных столкновений. Величину α можно найти и из измерений разности фаз $\phi_s - \phi_{sF}$ (см. (113)). Функция $\phi_s - \phi_{sF}$ дает отличие сдвигов фаз при отражении пробного импульса от металлов с горячими и холодными электронами. Схема соответствующего эксперимента представлена на рис. 3. Как видно из рис. 3, пробный импульс разбивается на два, каждый из которых проходит одинаковые расстояния. Один из импульсов отражается от горячего, а другой от холодного металлов. В результате, в момент интерференции импульсы имеют фазы отличающиеся на величину $\phi_s - \phi_{sF}$. Тем самым, определив $\phi_s - \phi_{sF}$ по изучению результата интерференции можно найти α , а затем и параметр a . Вид функции $\phi_s - \phi_{sF}$ в зависимости от α приведен на рис. 4. Сплошная кривая построена при $\theta = \pi/3$ и для металла с $\nu(T_0) = 10^{14} \text{cek}^{-1}$, $\omega_p = 1.4 \cdot 10^{16} \text{cek}^{-1}$. Основная частота пробного импульса ω принята равной $1.8 \cdot 10^{15} \text{cek}^{-1}$, что дает $kd = (-\varepsilon_1 + \sin^2 \theta)^{-1/2} \sim 0.1$. Для сравнения на рис. 4. приведена пунктирная кривая отвечающая формуле Френеля, в которой значения поправок на поверхности металла

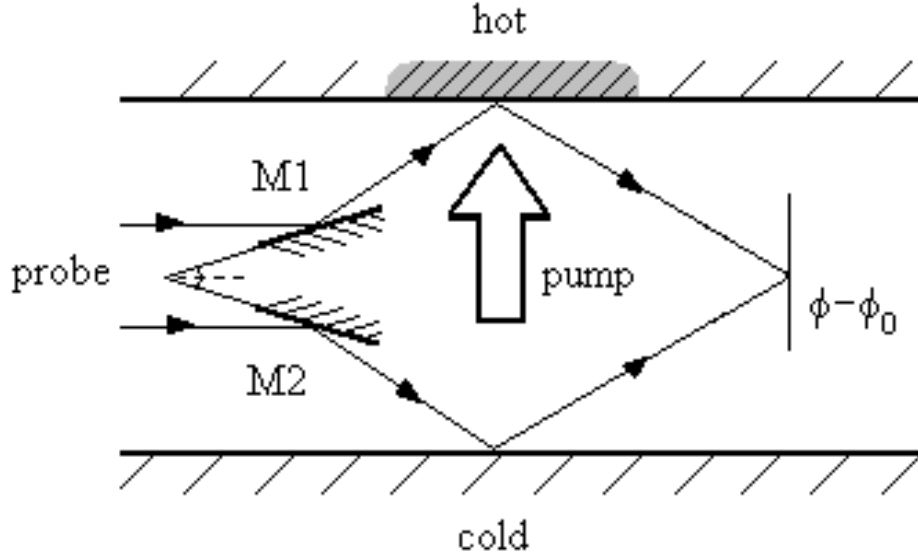


Рис. 3: Возможная схема эксперимента по измерению разности фаз $\phi - \phi_0$, возникающей из-за нагрева электронов излучением накачки.

$\varepsilon_2(z = 0, t)$ и $\delta\varepsilon_1(z = 0, t)$ увеличиваются с ростом α в соответствии с соотношениями (110), (111). Из сравнения двух кривых на рис. 4. видно, что формулы Френеля завышают величину разности фаз тем больше, чем больше неоднородный нагрев электронов.

Зависимости вида (112), (113) имеют место до тех пор, пока можно пренебречь отводом тепла из скин-слоя. На больших временах вынос тепла приводит к сглаживанию профиля температуры вблизи поверхности металла (подробнее см. [7]). Температура электронов, хотя и изменяется с течением времени, слабо изменяется на масштабах скин-слоя. На столь больших временах можно принять, что диэлектрическая проницаемость (1), (2) зависит от температуры электронов $T(z = 0, t)$ при $z = 0$. На таких временах отражение и поглощение излучения описывается формулами Френеля (106), (107) в которых вместо $\varepsilon_2(T_0)$ и $\delta\varepsilon_1(T_0)$ входят $\varepsilon_2[T(z = 0, t)]$ и $\delta\varepsilon_1[T(z = 0, t)]$, соответственно.

Перейдем к обсуждению отражения р-волны. Для исходных значений

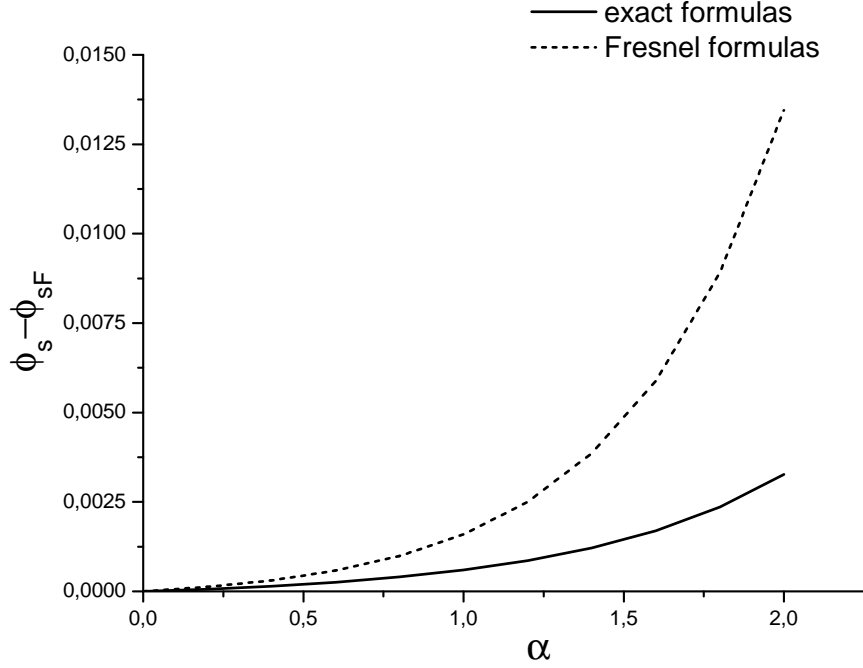


Рис. 4: Сплошная кривая - разность фаз $\phi_s - \phi_{sF}$ при отражении s-волны от горячего и холодного металлов в зависимости от параметра α (109) характеризующего степень нагрева электронов. Пунктирная кривая построена с использованием формулы Френеля для ϕ_s (55), где вместо $\varepsilon_2(z)$ и $\delta\varepsilon_1(z)$ входят $\varepsilon_2(z = 0, t)$ и $\delta\varepsilon_1(z = 0, t)$ (см. (110),(111)). Обе кривые построены при $\theta = \pi/3$

диэлектрической проницаемости $\varepsilon_2(T_0)$ и $\delta\varepsilon_1(T_0)$ из (104), (105) имеем соотношения Френеля

$$A_{pF} = \frac{4kd \cos \theta}{1 + (kd\varepsilon_1 \cos \theta)^2} \left(1 + \frac{1}{2}k^2d^2\varepsilon_1 \right) \varepsilon_2(T_0), \quad (114)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \phi_{pF} = & \frac{2kd\varepsilon_1 \cos \theta}{1 - (kd\varepsilon_1 \cos \theta)^2} \left[1 - \frac{1}{2\varepsilon_1}k^2d^2\varepsilon_2^2(T_0) - \frac{3 + (kd\varepsilon_1 \cos \theta)^2}{1 - (kd\varepsilon_1 \cos \theta)^2} \frac{1}{8}k^4d^4\varepsilon_2^2(T_0) + \right. \\ & \left. + \frac{(kd \cos \theta)^2}{1 - (kd\varepsilon_1 \cos \theta)^2} \varepsilon_2^2(T_0) + \frac{1 + (kd\varepsilon_1 \cos \theta)^2}{1 - (kd\varepsilon_1 \cos \theta)^2} \left(1 + \frac{1}{2}k^2d^2\varepsilon_1 \right) \frac{\delta\varepsilon_1(T_0)}{\varepsilon_1} \right]. \quad (115) \end{aligned}$$

Как обычно, коэффициент поглощения достигает максимума при $(kd\varepsilon_1 \cos \theta)^2 = 1$. При $\theta = \pi/2$, $A_{pF} = 0$, а при $\theta = 0$, A_{pF} имеет локальный минимум. Сдвиг фазы ϕ_{pF} – монотонная функция θ , возрастающая от минимального значения при $\theta = 0$, до максимального $\phi_{pF} = \pi$ при $\theta = \pi/2$ (подробнее см. [15]).

При относительно быстром нагреве электронов их частота столкновений увеличивается в соответствии с соотношением (108), а поправки к диэлектрической проницаемости имеют вид (110), (111). Принимая во внимание соотношения (108)–(111) и обозначения (81), (90) в пренебрежении отличием глубин δ и d для коэффициента поглощения (104) и сдвига фазы (105) находим

$$A_p = \frac{4kd \cos \theta}{1 + (kd\varepsilon_1 \cos \theta)^2} \varepsilon_2(T_0) \left(1 + \frac{1}{2}k^2d^2\varepsilon_1 \right) \frac{1}{\alpha} (e^\alpha - 1) \geq A_{pF}, \quad (116)$$

$$\begin{aligned}
\operatorname{tg} \phi_p = \operatorname{tg} \phi_{pF} + 2kd\delta\varepsilon_1(T_0) \cos \theta \frac{1 + (kd\varepsilon_1 \cos \theta)^2}{1 - (kd\varepsilon_1 \cos \theta)^2} & \left[G(2\alpha) + \right. \\
+ G(0) - G(0) \frac{1}{\alpha} (e^{2\alpha} - 1) & \left. \right] + \frac{\varepsilon_2^2(T_0)}{\varepsilon_1} \frac{2kd \cos \theta}{1 - (kd\varepsilon_1 \cos \theta)^2} \left\{ G(\alpha) - G(0) - \right. \\
- \frac{G^2(\alpha) - G^2(0)}{1 - (kd\varepsilon_1 \cos \theta)^2} + \frac{1 + (kd\varepsilon_1 \cos \theta)^2}{1 - (kd\varepsilon_1 \cos \theta)^2} \times & \\
\times \left[\frac{1}{2} G^2(0) - \frac{1}{2\alpha} \int_0^\alpha dt (G^2(t) - 2tG(t)e^t - 2te^{2t}) \right] & \left. \right\}, \quad (117)
\end{aligned}$$

где использовано обозначение

$$G(t) = \frac{1}{t} \left[e^t(t-1) + 1 - \frac{1}{2} k^2 d^2 \varepsilon_1 (e^t - 1) \right]. \quad (118)$$

На рис.5 приведен график функции $\phi_p - \phi_{pF}$ в зависимости от параметра α (109). Сплошная кривая построена при $\theta = \pi/3$ и тех же частотах $\nu(T_0)$, ω_p и ω , что и для s-поляризованной волны. Пунктирная кривая отвечает формуле Френеля, в которой $\varepsilon_2(z = 0, t)$ и $\delta\varepsilon_1(z = 0, t)$ увеличиваются с ростом α (см. (110), (111)). Как и для s-поляризованной волны формула Френеля дает завышенное значение ϕ_p , которое отличается от рассчитанного по формуле (117) тем сильнее, чем больше α . Из соотношений (109), (116)–(118) и рис.5 также видна возможность определения неизвестной частоты электрон-электронных столкновений из измерений коэффициента поглощения и сдвига фазы отраженной р-волны. Зависимости (116)–(118) применимы, если несущественно охлаждение электронов из-за выноса тепла из скин-слоя. Имеющее место на больших временах выравнивание температуры электронов по скин-слою ведет к возможности использования формул Френеля для описания отражения р-волны. Для этого достаточно в формулах (114) и (115) заменить $\varepsilon_2(T_0)$ и $\delta\varepsilon_1(T_0)$ на $\varepsilon_2[T(z = 0, t)]$ и $\delta\varepsilon_1[T(z = 0, t)]$, зависящие от текущего значения температуры электронов $T(z = 0, t)$ на поверхности нагреваемого металла.

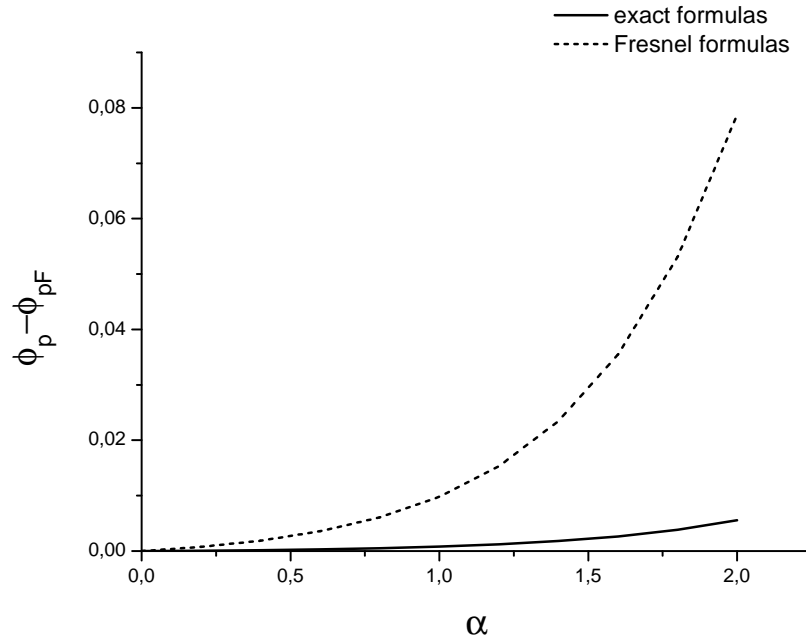


Рис. 5: Сплошная кривая - разность фаз $\phi_p - \phi_{pF}$ в зависимости от степени нагрева электронов при отражении р-волны от горячего и холодного металлов. Пунктирная кривая отвечает формуле Френеля (115), где вместо $\varepsilon_2(T_0)$ и $\delta\varepsilon_1(T_0)$ входят $\varepsilon_2(z = 0, t)$ и $\delta\varepsilon_1(z = 0, t)$. Кривые построены для $\theta = \pi/3$.

6 Заключение

Из изложенного выше следует, что изучение отражения s- и p-поляризованных пробных волн от поверхности металла с горячими электронами может быть эффективным инструментом определения частот электрон-электронных столкновений. При этом анализ экспериментальных зависимостей коэффициента поглощения и сдвига фаз отраженной волны должен базироваться на установленных выше соотношениях (54), (55) и (104), (105) учитывающих возможность существенного изменения обусловленных столкновениями малых слагаемых в диэлектрической проницаемости на масштабах скин-слоя.

Работа выполнена при поддержке программы Президиума РАН "Фемтосекундная оптика и новые оптические материалы", РФФИ (проект N 06-02-16153-а) и УНК ФИАН.

Список литературы

- [1] Guo C., Taylor A.J., Phys. Rev. **B**, **62**, R11921 (2000).
- [2] Guo C., Rodrigues G., Taylor A.J., Phys. Rev. Lett., **86**, 1638 (2001).
- [3] Yoneda H., Morikami H., Ueda K., More R.M., Phys. Rev. Lett., **91**, 075004 (2003).
- [4] Vorobyev A.Y., Guo C., Phys. Rev. **B**, **72**, 195422 (2005).
- [5] Cerchez M., Jung R., Osterholz J., Toncian T., Willi O., Mulser P., Ruhl H., Phys. Rev. Lett., **100**, 245001 (2008).
- [6] Fisher D., Fraenkel M., Henis Z., Moshe E., Elieser S., Phys. Rev. **E**, **65**, 016409 (2001).

- [7] Исаков В.А., Канавин А.П., Урюпин С.А., Квантовая электроника, **36**, 928 (2006).
- [8] Канавин А.П., Урюпин С.А., Квантовая электроника, **38**, 159 (2008).
- [9] Lekner J., Theory of Reflection, Nijhoff, Dordrecht, The Netherlands, 1987.
- [10] Lekner J., Appl. Opt. **33**, 5159 (1994).
- [11] Lekner J., J. Opt.Soc. Am. **A**, **13**, 1809 (1996).
- [12] Fechtchenko R.M., Vinogradov A.V., Optics Letters, **25**, 998 (2000).
- [13] Fechtchenko R.M., Popov A.V., Vinogradov A.V., J. of Russ. Laser Res., **21**, 62 (2000).
- [14] Абрикосов А.А., Основы теории металлов, М., Наука, 1987.
- [15] Борн М., Вольф Э., Основы оптики, М., Наука, 1970.