РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

Физический институт имени П.Н. Лебедева

ФИАН

ПРЕПРИНТ

15

А.Н. ЛОГУНОВ

ПОЛЕ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ОПТИЧЕСКИ ЛИНЕЙНОЙ СРЕДЕ

МОСКВА 2007

ПОЛЕ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ОПТИЧЕСКИ ЛИНЕЙНОЙ СРЕДЕ

А.Н.Логунов

АННОТАЦИЯ

Дана новая теоретико-полевая формулировка проблемы распространения пучка лазерного излучения в оптически линейной среде. В отличие от прежней формулировки она имеет нелинейный характер. Новая точка зрения на предмет исследования позволила увидеть в нем неизвестные ранее интересные физические закономерности. Новая введенная концепция составной волновой структуры пучка лазерного излучения позволила обнаружить признак эффекта самофокусировки его продольной волновой составляющей при распространении пучка в оптически линейной среде. В отличие от известного эффекта самофокусировки пучка в оптически нелинейной среде этот признак не критичен к исходному уровню плотности энергии поля лазерного излучения.

Поле лазерного излучения в оптически линейной среде.

А.Н.Логунов

На начальной стадии развития скалярной волновой теории поля лазерного излучения когерентный пучок такого излучения моделировался единственной волной, распространяющейся вдоль оптической оси z (см., например, [1]). Закон распространения огибающей $\tilde{\psi}$ высокочастотного поля пучка в оптически линейной среде с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 1 + \varepsilon'(\vec{r})$, являющейся функцией от координаты $\vec{r}$ в пространстве, описывался линейным дифференциальным уравнением

$$2ik_o\tilde{\psi}_{,z} + \Delta\tilde{\psi} + k_o^2\varepsilon'(\vec{r})\tilde{\psi} = 0, \qquad (1)$$

где: Δ - лапласиан, k_o - волновое число плоской волны лазерного излучения в вакууме, z - координата на оптической оси, $|\varepsilon'| << 1$. Модель пучка лазерного излучения, описываемого посредством (1), совпадает с одной из моделей поля излучения, фигурирующих в радиофизике. Она также лежит в основе направления исследований статистической радиофизики и оптики, в котором $\varepsilon'(\vec{r})$ из (1) является случайной функцией [2,3]. Результаты исследований статистических свойств поля лазерного излучения, основанные на использовании модели поля, описываемого посредством уравнения (1), изложены в [4].

Следующим этапом развития скалярной волновой теории поля лазерного излучения явилось осознание того факта, что когерентный пучок лазерного излучения – это композиция из нескольких волновых полей [5,6].

В соответствии с этими представлениями, огибающая Ψ высокочастотного поля пучка лазерного излучения составлена из продольной ψ_{11} и поперечной $\psi_\perp$ компонент, описывающих волновые движения поля вдоль оптической оси z и в поперечном относительно этой оси направлениях:

$$\Psi = \psi_{11}.\ \psi_\perp . \qquad (2)$$

Такое представление волнового поля пучка лазерного излучения находится в соответствии с методом нормальных координат, фигурирующим в волновой механике.

Здесь существенно отметить, что поперечная компонента $\psi_\perp$ нетривиальна ($\psi_\perp \neq \mathrm{Const}$) и является, наравне с ψ_{11}, неотъемлемой волновой составляющей поля пучка лазерного излучения.

Структура поля $\psi_\perp$ в резонаторе и не слишком далеко за пределами его продольных границ допускает физическую интерпретацию, использующую образ стоячей волны, т.е. суперпозиции двух встречных бегущих волн, имеющих одинаковую частоту и распространяющихся в некотором потенциальном поле V (внутри резонатора V – потенциальная яма, а $\psi_\perp$ - собственное колебание поля в ней). Периоды T низших по энергии временных колебаний поперечной составляющей $\psi_\perp$ поля пучка в резонаторе, в зависимости от геометрии резонатора и его поперечных размеров, лежат в интервале $10^{-9} < T < 10^{-4}$ с.

Целью данной публикации является уяснение физического содержания процесса распространения пучка лазерного излучения в оптически линейной среде с точки зрения новых представлений о его структуре (2).

При распространении пучка в среде с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon \neq 1$ вторичное (вынужденное) излучение, испускаемое средой, воспринимается в основном продольной волновой компонентой ψ_{11} пучка. (Плотность потока энергии вынужденного излучения, воспринимаемая поперечной волновой компонентой $\psi_\perp$ пучка составляет пренебрежимо малую часть $\alpha \approx \frac{k_\perp}{k_o} \approx \frac{\lambda_o}{a}$ от общей плотности потока энергии вынужденного излучения. Здесь $\lambda_o = \frac{2\pi}{k_o} \approx 3.10^{-5}\text{см}$, $k_\perp$- волновое число поперечного колебания $\psi_\perp$, $a \sim 1$ см – поперечный характерный размер пучка. Тогда $\alpha \sim 3.10^{-5}$).

Далее ограничимся стационарной постановкой задачи, т.е. рассмотрим волновое поле, испускаемое стационарным источником (лазером) во временном масштабе $\Delta t \ll T$.

Поля ψ_{11} и $\psi_\perp$ будем описывать уравнениями, которые в ортогональной системе криволинейных координат (x^1, x^2, x^3) имеют вид:

$$2ik_o\psi_{11,z} + \Delta\psi_{11} + k_o^2\varepsilon' |\operatorname{Re}\psi_\perp| \psi_{11} = 0, \tag{3}$$

$$2ik_o\psi_{\perp,z} + \Delta\psi_\perp - V\psi_\perp = 0, \tag{4}$$

где: $\Delta\psi_{11} = \frac{1}{\sqrt{g}}(\sqrt{g}g^{jj}\psi_{11,j})_{,j}; \quad j = 1,2,3;$

x^1 – продольная криволинейная координата;

x^2, x^3 – поперечные криволинейные координаты;

g_{jj} – компоненты метрического тензора риманова многообразия фазовых фронтов высокочастотной продольной волны;

$\sqrt{g_{11}} = \frac{\lambda}{\lambda_o}$; λ - длина волны высокочастотного продольного волнового движения с учетом дифракции и оптических свойств среды;

$g = g_{11}g_{22}g_{33}$; $g_{jj} > 0$;

$V = k_o^2(g^{11} - 1)$ - потенциальное поле, в котором имеет место поперечное волновое движение (см. [6]).

При записи (3,4) предполагалось, что на оптической оси z компонента g_{11} близка к единице.

Основным этапом решения проблемы, сформулированной в виде (3,4), является определение риманова многообразия М фазовых фронтов высокочастотного продольного волнового движения x^j (x, y, z) в декартовом неискривленном пространстве (x, y, z) физических независимых переменных. Многообразие М определено, если известны функции g_{jj} (x^1, x^2, x^3). Функция g_{11} определяется с учетом дифракционного эффекта продольной волны (см. [5,6]) и оптических свойств среды. Продольное волновое поле считается определенным, если известно многообразие М вместе с соответствующей ему функцией амплитуды ρ (x, y, z) поля ψ_{11}. Геометрия многообразия М и функция ρ связаны между собой.

Проблема считается окончательно решенной, если, в дополнение к этому, на многообразии М известно волновое поле $\psi_\perp$. (Движение поля $\psi_\perp$ происходит вдоль поверхностей фазовых волновых фронтов высокочастотной продольной составляющей поля пучка).

Таковы представления о структурных свойствах решения проблемы, сформулированной уравнениями (3,4).

Теперь уясним наиболее важные физические особенности новой формулировки проблемы.

Из сравнения (1) и (3) следует важный вывод. Закон движения вдоль z волнового поля ψ_{11} с точностью до замены $\varepsilon'.|\mathrm{Re}\psi_\perp| \to \varepsilon'$ совпадает с таким законом для $\tilde{\psi}$ из (1). Это различие связано с тем, что огибающая напряженности поля вынужденного излучения $\varepsilon'|\mathrm{Re}\psi_\perp|.\psi_{11}$ в случае (3), при отождествлении ψ_{11} с $\tilde{\psi}$, отличается от такой огибающей $\varepsilon'\tilde{\psi}$ в (1) в $|\mathrm{Re}\psi_\perp|$ раз. В частности, если Re $\psi_\perp = 0$, то поле вынужденного излучения будет отсутствовать и волна ψ_{11} не будет чувствовать среды, в которой она распространяется.

Указанное замечание имеет важные физические последствия.

Оптические свойства среды по отношению к процессу распространения волны ψ_{11} в ней оказываются промодулированными функцией $|\mathrm{Re}\psi_\perp|$.

Это, например, означает, что даже в случае однородной среды с постоянным показателем преломления $n > 1$, т.е. при $\varepsilon' = \mathrm{Const} > 0$, движение волны ψ_{11} будет происходить так, как будто она распространяется в среде с переменным в пространстве показателем преломления, т.е. в среде с переменной частью диэлектрической проницаемости, равной $\varepsilon'.|\mathrm{Re}\psi_\perp(\vec{r})|$.

Это свойство должно наблюдаться, например, в виде проявления <u>признака эффекта самофокусировки</u> пучка лазерного излучения, распространяющегося в <u>оптически линейной</u> среде с превышающим единицу и <u>постоянным</u> показателем преломления, т.е. при $\varepsilon' = \mathrm{Const} > 0$. Для этого необходимо, чтобы функция $|\mathrm{Re}\psi_\perp(\vec{r})|$ имела максимум на оптической оси z и монотонно стремилась к нулю при удалении от нее в поперечном направлении. Здесь предполагается, что начальный фазовый фронт продольной высокочастотной волны пучка вблизи оптической оси z перед его входом в среду слабо искривлен, а искажением геометрии этого фронта вблизи оси z за счет поперечного дифракционного эффекта в продольной волне на начальном этапе движения пучка в среде можно пренебречь.

Приведем пример, иллюстрирующий свойства проявления признака эффекта самофокусировки гауссова пучка лазерного излучения в оптически линейной среде с $\varepsilon' = \mathrm{Const} > 0$. В частности, этот пример уяснит вопрос о том, что в данной статье понимается под признаком эффекта самофокусировки.

Рассмотрим гауссов пучок лазерного излучения, распространяющийся в направлении оптической оси z. В пучке присутствует продольная волна ψ_{11} и основное поперечное колебание $\psi_{\perp}$. Рассмотрим пространственную эволюцию пучка в параксиальном приближении, т.е. вблизи оси z при значениях радиальной (поперечной) координаты r , близких к нулю. В этой области справедлива аппроксимация функции $\psi_{\perp}(r,z)$ в виде

$$\psi_{\perp} \approx \rho_{\perp}(r,z).\cos\varphi_{\perp}(r) \approx \rho_{\perp}(r,z),$$

где: $\rho_{\perp}, \varphi_{\perp}$ - амплитуда и фаза колебания $\psi_{\perp}$, причем предполагается, что на оптической оси $\varphi_{\perp} = 0$.

Координатные зависимости амплитуд $\rho_{11}(r,z), \rho_{\perp}(r,z)$ продольной волны ψ_{11} и поперечного колебания $\psi_{\perp}$, соответственно, представим в виде

$$\rho_{11} = \frac{\overset{o}{\rho}_{11}}{\sqrt{g_{11}}}.\exp\left(-\frac{r^2}{\ell_{11}^2.g_{11}}\right),$$

$$\rho_{\perp} = \frac{\overset{o}{\rho}_{\perp}}{\sqrt{g_{\perp}}}.\exp\left(-\frac{r^2}{\ell_{\perp}^2.g_{\perp}}\right),$$

где: $g_{11}(z), g_{\perp}(z)$ - метрические коэффициенты, описывающие поперечное сжатие-растяжение продольной волны и поперечного колебания в процессе движения пучка вдоль z;

$\overset{o}{\rho}_{11}, \overset{o}{\rho}_{\perp}, \ell_{11}, \ell_{\perp}$ - постоянные положительные величины.

Введем в рассмотрение нелинейную по полю $\psi_{\perp}$ переменную часть диэлектрической проницаемости среды:

$$\varepsilon'_{\text{нл}} = \varepsilon'.\rho_{\perp}(r,z).$$

Примем во внимание поперечный дифракционный эффект продольной волны. Проявление его свойств будем моделировать посредством введения диэлектрической проницаемости $\varepsilon_g = 1 + \varepsilon'_g(r,z)$ некоторой фиктивной среды с

$$\varepsilon_g' = \frac{\Delta_\perp \rho_{11}}{k_o^2 \rho_{11}},$$

где $\quad \Delta_\perp = \frac{1}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial}{\partial r}\right)\right].$

Наконец, введем понятие кривизны

$$K(z) = \frac{1}{R(z)}$$

фазового фронта продольной волны пучка на оси z. Радиус R кривизны этого фронта будем считать положительным, если начало вектора $\vec{R}$ расположено со стороны источника пучка.

Сформулируем граничные условия задачи.

Пусть на граничную плоскую поверхность полубесконечного слоя среды из вакуума, перпендикулярно к ней, падает гауссов пучок лазерного излучения. Эта граничная поверхность пересекает ось z в точке z = 0. Распространение пучка в среде происходит в области z > 0. Будем полагать, что на границе слоя K (0) = 0.

Движение K(z) в слое среды описывается уравнением

$$\frac{dK}{dz} = \frac{1}{2}(\Delta_\perp \varepsilon'_{\text{нл}})_{r=0} + \frac{1}{2}(\Delta_\perp \varepsilon'_g)_{r=0} - K^2.$$

Существование двух первых слагаемых в правой части этого уравнения обусловлено проявлением свойств линзового эффекта.

Это уравнение позволяет сформулировать условие существования эффекта фокусировки продольной волны пучка на начальной стадии его распространения в среде:

$$\left(\frac{dK}{dz}\right)_{z=0} < 0, \quad K(o) = 0.$$

Это условие является образом порогового условия существования известного эффекта самофокусировки пучка в среде с кубической оптической нелинейностью. В рассматриваемой здесь задаче оно составляет смысловое содержание используемого в данной статье понятия <u>признака эффекта самофокусировки.</u> В рамках изложенных выше представлений это условие накладывает ограничение на значение величины $\overset{o}{\rho}_\perp$:

$$\overset{o}{\rho}_\perp > \frac{4 r_\perp^2 g_\perp \sqrt{g_\perp}}{k_o^2 r_{11}^4 g_{11}^2 . \varepsilon'},$$

где значения $g_{11}, g_\perp$ взяты в точке z = 0.

Отсюда видно, что в рассматриваемой ситуации, в отличие от известной ситуации самофокусировки пучка излучения в среде с кубической оптической нелинейностью, никаких ограничений на значение амплитуды $\overset{o}{\rho}_{11}$ продольной волны пучка не накладывается.

Это свойство имеет важное последствие.

Если значение величины $\overset{o}{\rho}_{\perp}$ удовлетворяет записанному выше пороговому условию, то общее волновое поле $\Psi = \psi_{11}.\psi_{\perp}$ можно сделать как угодно слабым, полагая $\psi_{11} \to 0$. Признак эффекта самофокусировки, очевидно, будет проявляться и в этом случае. Отсюда следует свойство некритичности проявления этого признака к исходному уровню плотности энергии поля лазерного излучения (при $z = 0$).

Оценка порогового условия относительно $\overset{o}{\rho}_{\perp}$, при $g_{11} = g_{\perp} = 1$, $\ell_{11} = \ell_{\perp} = 1$ см, $\lambda_o = 300$ нм, приводит к следующему результату:

$$\overset{o}{\rho}_{\perp} > \frac{10^{-10}}{\varepsilon'}.$$

Отметим, что данное выше определение признака эффекта самофокусировки носит локальный по z характер. Вопрос о свойствах зависимости $K(z)$ в целом при $z > 0$ остается открытым. По-видимому, свойства этой зависимости будут сильно отличаться от свойств зависимости $K(z)$, характерных для известного эффекта самофокусировки гауссова пучка лазерного излучения в среде с кубической оптической нелинейностью.

Таково содержание примера, иллюстрирующего свойства проявления признака эффекта самофокусировки гауссова пучка лазерного излучения в оптически линейной среде.

Другой интересный физический эффект должен наблюдаться при распространении пучка лазерного излучения в усиливающей или поглощающей излучение среде. В этом случае величина ε' комплексная.

В случае однородной усиливающей излучение среды $(\mathrm{Re}\,\varepsilon' = 0, \quad \mathrm{Im}\,\varepsilon' = \mathrm{Const} < 0)$, если функция $|\mathrm{Re}\,\psi_{\perp}(\vec{r})|$ имеет максимум на оптической оси z и монотонно стремится к нулю при удалении от нее в поперечном направлении, то продольная волна будет иметь максимальное усиление на оптической оси пучка. Оно будет ослабевать при удалении от этой оси в поперечном направлении.

Как видим, переход от старой формулировки проблемы (1) к физически более корректной новой ее формулировке (2-4) сопровождается появлением новых интересных физических эффектов. Особенностью новой формулировки проблемы, затрудняющей подробное изучение таких эффектов, является ее существенно нелинейный характер. В общем случае она сводится к анализу системы нелинейных дифференциальных уравнений (3, 4).

По этой причине методы линейного анализа проблемы, использовавшиеся ранее при изучении поля в трактовке (1), теперь оказываются неприемлемыми. Неэффективными оказываются также и методы [2-4] статистического анализа полей, описываемых линейным уравнением (1). Дальнейшее регулярное и статистическое изучение проблемы в формулировке (2-4) требует привлечения регулярных и статистических методов нелинейной волновой механики.

Подведем итоги проведенного исследования.

1. Дана новая, физически более корректная по сравнению с прежней, формулировка проблемы распространения пучка лазерного излучения в оптически линейной среде.

2. В рамках представлений этой формулировки открыты новые физические эффекты, возникающие при распространении пучка в среде. Наиболее интересным является открытие признака эффекта самофокусировки пучка в оптически линейной среде. В отличие от общеизвестного эффекта самофокусировки пучка лазерного излучения в оптически нелинейной среде этот признак не критичен к исходному уровню плотности энергии поля лазерного излучения.

3. Свойство нелинейности новой формулировки проблемы приводит к необходимости ее дальнейшего изучения математическими методами нелинейной волновой механики.

В заключение автор благодарит Е.П. Орлова за полезные обсуждения предмета исследования, освещенного в данной публикации.

Литература

1. С.А. Ахманов, А.П. Сухоруков, Р.В. Хохлов. «Самофокусировка и дифракция света в нелинейной среде». УФН, 93, вып. 1, 19-70 (1967).

2. С.М. Рытов, Ю.А. Кравцов, В.И. Татарский. «Введение в статистическую радиофизику. Часть 2. Случайные поля». «Наука», М. (1978).

3. С.А. Ахманов, Ю.Е. Дьяков, А.С. Чиркин. «Введение в статистическую радиофизику и оптику». «Наука», М. (1981).

4. А.М. Прохоров, Ф.В. Бункин, К.С. Гочелашвили, В.И. Шишов. «Распространение лазерного излучения в случайно-неоднородных средах». УФН, 114, вып. 3, 415-456 (1974).

5. A.N. Logunov. «Physical interpretation of a laser pulse motion within the framework of the four-oscillator model». J. Russian Laser Res., 25, № 4, 331-348 (2004).

6. А.Н. Логунов. «Физические основания симметрийного исследования конфигураций поля пучков лазерного излучения в вакууме». Препринт ФИАН, № 17 (2005).