

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

**ФИЗИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ**



*имени
П. Н. Лебедева*

Ф И А Н

ПРЕПРИНТ

А.Н. ЛОГУНОВ

12

**ФИЗИКА ПРОЦЕССА ФОРМИРОВАНИЯ
КОГЕРЕНТНОГО ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ
С УРОВНЯ СПОНТАННОГО ШУМА
В РЕЗОНАТОРЕ С АКТИВНОЙ СРЕДОЙ**

МОСКВА 2007

ФИЗИКА ПРОЦЕССА ФОРМИРОВАНИЯ КОГЕРЕНТНОГО
ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ С УРОВНЯ СПОНТАННОГО
ШУМА В РЕЗОНАТОРЕ С АКТИВНОЙ СРЕДОЙ

А.Н. Логунов

АННОТАЦИЯ

Впервые, в рамках представлений полуклассической теории лазера, публикуется (полученное автором) решение основной проблемы лазерной физики – установления физического содержания процесса формирования когерентного лазерного излучения с уровня спонтанного шума в резонаторе с активной средой.

Физика процесса формирования когерентного лазерного
излучения с уровня спонтанного шума в резонаторе с
активной средой.

А.Н. Логунов

Содержание.

	стр.
1. Введение.	7
2. Литературный обзор.	9
3. Постановка проблемы.	10
<u>Часть I. Содержание основных физических образов, методов исследования и моделей.</u>	<u>12</u>
4. Определенис элементарных структурных компонент поля излучения в лазерном резонаторе.	12
4.1. Общие представления.	12
4.2. Искажение конфигураций продольной и радиальной мод в резонаторе с усиливающей излучение активной средой.	15
4.3. Определение используемых далее понятий продольная мода и шумовая продольная мода.	18
4.3.1. Общие замечания.	18
4.3.2. Процесс отражения продольной волны излучения от поверхности зеркала. Структура продольного поля в резонансной полости.	18
4.3.3. Поле продольной компоненты излучения в интерферометре Фабри-Перо.	21
4.3.4. Времена жизни продольных колебаний поля излучения в пустом резонаторе.	25
4.3.5. Определение используемых далее понятий продольная мода и шумовая продольная мода.	28
4.3.6. Характерное время резонансного возбуждения шумовым полем продольного собственного колебания (моды) поля, имеющего в свободном состоянии конечное время жизни τ . Влияние τ на физическое содержание проблемы.	32
4.4. Стросние наблюдаемой когерентной продольной структуры поля в резонаторе на начальной стадии ее формирования.	32
5. Свойства спонтанного излучения в резонаторе.	34
5.1. Общие положения.	34
5.2. Когерентные свойства спонтанного излучения от плоского экрана с конечной поперечной протяженностью.	34

5.2.1. Определение предмета исследования.	34
5.2.2. Поперечная пространственная когерентность.	34
5.2.3. Продольная пространственная когерентность.	36
5.2.4. Временная когерентность.	37
5.2.5. Замечания.	40
5.3. Движение поля спонтанного излучения в резонаторе. Временная шкала процесса. Основной вывод.	41
6. Эффект вынужденного излучения.	43
6.1. Общие представления.	43
6.2. Две точки зрения на предмет исследования.	48
6.3. Свойства первичного излучения, поляризации среды и и вынужденного излучения, необходимые для формирования когерентной компоненты поля лазерного излучения в резонаторе. Релаксация поляризации среды.	50
6.4. Движение интерференционной картины поля излучения в резонаторе и соответствующих ей свойств вынужденного излучения.	56
6.5. Важная физическая закономерность.	59
6.6. Свойства вынужденного излучения в системе (среда + две плоских волны первичного излучения). Свойства вынужденного излучения в резонаторе.	60
6.7. Вынужденное излучение, индуцированное полем одной волны первичного излучения в присутствии другой волны первичного излучения. Глобальная модель процесса взаимодействия поля излучения со средой, лежащая в основе лазерной физики. Учет интерференции первичных волн.	63
7. Разнообразие статистических свойств волнового поля излучения в лазерном резонаторе.	71
7.1. Общие положения.	71
7.2. Начальные временные этапы движения статистических свойств поля излучения в резонаторе. Необходимое условие существования процесса формирования шумовых продольных мод.	71
7.3. Разнообразие статистических свойств поперечной волновой компоненты поля излучения в резонаторе при $t' > 0$	75
7.3.1. $0 < t' < 2 \cdot 10^{-7}$ с.	75
7.3.2. $2 \cdot 10^{-7} < t' < 2 \cdot 10^{-5}$ с.	78
7.3.3. $2 \cdot 10^{-5} < t' < 10^{-4}$ с.	78
7.3.4. $10^{-4} < t' < 10$ с.	81
7.3.5. $t' > 10$ с.	82

7.3.6. Выводы.	82
7.4. Разнообразие статистических свойств продольной волновой компоненты поля излучения в резонаторе при $t' > 0$	82
7.4.1. $0 < t' < 2 \cdot 10^{-7}$ с.	83
7.4.2. $2 \cdot 10^{-7} < t' < 3 \cdot 10^{-7}$ с.	84
7.4.3. $3 \cdot 10^{-7} < t' < 3 \cdot 10^{-2}$ с.	84
7.4.4. $t' > 3 \cdot 10^{-2}$ с.	84
7.4.5. Выводы.	86
7.5. Разнообразие статистических свойств волнового поля излучения в резонаторе в целом (при $t' > 0$).	86
7.5.1. Общие положения. Постановка задачи.	86
7.5.2. $0 < t' < 2 \cdot 10^{-7}$ с.	88
7.5.3. $2 \cdot 10^{-7} < t' < 3 \cdot 10^{-7}$ с. Эффект пересечений.	90
7.5.4. $3 \cdot 10^{-7} < t' < 2 \cdot 10^{-5}$ с. Составные колебания в системе (продольные моды + шумовые поперечные моды).	91
7.5.5. $2 \cdot 10^{-5} < t' < 10^{-4}$ с.	93
7.5.6. $10^{-4} < t' < 3 \cdot 10^{-2}$ с. Рождение составных мод.	93
7.5.7. $3 \cdot 10^{-2} < t' < 10$ с.	96
7.5.8. $t' > 10$ с.	96
7.5.9. Движение в пространстве-времени $(\hat{z}, \hat{x}, t, \hat{t})$ топологических свойств заданного вначале отдельного когерентного импульса излучения.	96
7.5.10. Замечания и выводы.	97
<u>Часть 2.</u> Физическое содержание содержания процесса формирования когерентного лазерного излучения с уровня спонтанного шума в резонаторе с активной средой.	102
8. Движение когерентной составляющей поля излучения в лазерном резонаторе с активной средой.	102
8.1. Общие положения.	102
8.2. Поле излучения в резонаторе в линейном приближении его взаимодействия с активной средой, но с учетом эффекта насыщения им ее оптических свойств. Решение основной проблемы лазерной физики.	102
8.3. Ограничения, накладываемые присутствием поперечных колебаний поля излучения, на определение порогового условия генерации когерентной составляющей лазерного излучения в резонаторе.	111

стр.

9. Приложение. Движение во времени диаграммы направленности когерентной составляющей лазерного излучения на стадии формирования этой составляющей в резонаторе с активной средой.	113
10. Замечания и выводы.	118
11. Заключение.	120
Литература.	121

Физика процесса формирования когерентного лазерного излучения с уровня спонтанного шума в резонаторе с активной средой

А.Н. Логунов

1. Введение.

Проблема определения физического содержания процесса формирования когерентного лазерного излучения с уровня спонтанного шума в резонаторе с активной средой является фундаментальной проблемой лазерной физики. Без преувеличения можно сказать, что с ее решения начинается знакомство с лазерной физикой. Эта проблема впервые была поставлена и решена американскими учеными в период, предшествующий моменту времени создания первого лазера Мейманом (1960-1961 гг.). Наиболее вероятно предположить, что она решалась методами, используемыми сейчас в так называемой полуклассической теории лазера. (В этой теории излучение описывается методами классической волновой механики, а лазерноактивная среда – методами квантовой механики). В первых научных публикациях по лазерной тематике основное внимание уделялось исследованиям кинетических свойств лазерноактивных сред. Движение поля излучения описывалось на примитивном уровне (см., например, [1-5]). Уму непостижимо, но такая ситуация почти не изменилась вплоть до настоящего времени. Современный уровень развития полуклассической теории лазера представлен в [6]. Вместо развития классической теории поля лазерного излучения, фигурирующей в полуклассической теории лазера, с момента ее возникновения появилась и получила сильное развитие квантовая теория лазера [7], в которой как лазерноактивная среда, так и поле излучения описываются квантовомеханически (для описания излучения используется аппарат квантовой теории поля). Современная трактовка квантовой теории лазера дана, например, в [8]. Сейчас в научной литературе имеется обилие материала по квантовой теории лазера и смежным с ней квантовополювым методам описания поля излучения (см., например, [9]). По этой причине сейчас имеется неопределенность: «Какую из двух существующих теорий лазера выбрать для решения указанной выше фундаментальной проблемы лазерной физики?». Эта неопределенность увеличивается в силу существования принципа соответствия между квантовым и классическим волновыми способами описания поля излучения. Это означает существование предельных переходов (соответствий) между обоими способами его описания.

Может сложиться ошибочное впечатление об эквивалентности обоих способов описания лазерного излучения. В действительности, однако, физические свойства лазерного излучения обладают более широкой

областью определения по сравнению с пересечением областей определения свойств поля, описываемых указанными способами.

Возникает вопрос: «Какой способ первичный?». Ситуация здесь похожа на ситуацию, которая имела место в период становления квантовой механики как науки. В те времена первичными были представления классической волновой механики. Именно эти представления использовались в качестве тестов, определяющих достоверность квантовой теории в предельных переходах к классической волновой механике.

Указанное свойство важно в двух отношениях.

а). Решение фундаментальной проблемы лазерной физики следует сначала получить используя полуклассическую теорию лазера.

б). Использование методов квантовой теории лазера базируется на предварительном хорошем знакомстве с полуклассической теорией лазера. В противном случае существует высокая вероятность получения ошибочных результатов.

Таким образом, возвращаемся к начальному этапу развития лазерной физики и отмечаем, что еще тогда основная проблема уже была решена методами, похожими на методы современной полуклассической теории лазера. Без решения этой проблемы нельзя было бы создать в 1960-1961 гг. первый лазер. К сожалению, подробные результаты решения этой проблемы, в основном касающиеся исследований движения поля излучения в резонаторе, остались неопубликованными. Такая ситуация сохранилась вплоть до настоящего времени. С научной точки зрения это является чудовищной аномалией в лазерной физике. Каждому новому поколению молодых ученых, специализирующихся в области лазерной физики, вплоть до настоящего времени, перед серьезными исследованиями приходится самостоятельно решать одну и ту же весьма сложную основную проблему лазерной физики. Надежда найти ее решение в научной литературе отсутствует. Это сильно затрудняет развитие лазерной физики как науки. Целью данной публикации является устранение указанного недостатка.

Мы предлагаем следующий путь решения основной проблемы в целом.

Он начинается с результатов наших исследований, изложенных в предыдущих публикациях [10-13]. В целом путь состоит из пяти этапов:

а) уяснение физического содержания структуры собственных колебаний волнового поля излучения в пустых лазерных резонаторах [10];

б) уяснение физического содержания процесса установления поперечных колебаний волнового поля излучения, возбуждаемых источниками в резонаторе [11,12];

в) уяснение физического содержания процесса распространения лазерного излучения в оптически линейной среде [13];

г) решение основной проблемы лазерной физики (данная публикация);

д) определение и изучение топологических физических свойств поля лазерного излучения на основе результатов исследований, проведенных на предыдущих этапах (следующие публикации).

Как видим, наиболее важное значение на этом пути имеет этап (г), который и будет освещен в данной публикации.

2. Литературный обзор

Процесс движения поля излучения в лазерном резонаторе с активной средой на стадии установления стационарного режима его генерации с уровня спонтанного шума сейчас в лазерной физике считается «хорошо изученным». Можно было бы привести обширную научную библиографию, посвященную исследованиям в этой области. Мы этого делать не будем, поскольку, после критического анализа, оказалось, что при решении сформулированной выше основной проблемы лазерной физики эта информация бесполезна. Это означает, что наш метод физического восприятия существа основной проблемы будет сильно отличаться от общепринятого в современной научной литературе по лазерной физике. Чтобы избежать недоразумений в этом месте, ниже последовательно и подробно изложим наш метод физического восприятия существа проблемы и ее решения. Он строится исходя из подробного анализа смыслового содержания фигурирующих в проблеме физических образов и воплощается в реальность посредством формулировок подходящих методов исследования и физических моделей. Эта процедура не основана на использовании общепринятых в этой области лазерной физики методов исследования и моделей, освещенных в соответствующей специальной литературе. Она основана на использовании существующих в волновой механике общих физических образов и закономерностей. Именно это свойство позволяет увидеть в предмете исследования новые физические черты, особенности и закономерности, которые незаметны при использовании «специальных», «общепринятых» методов исследования и моделей, фигурирующих в современной лазерной физике и имеющих в большинстве случаев очень узкую физическую специализацию (область применения).

Таков способ нашего восприятия предмета и метода исследования основной проблемы лазерной физики. Его «нетрадиционность» неизбежно должна привести к физической трактовке проблемы с новой точки зрения и, следовательно, к открытию присущих предмету исследования новых физических свойств и закономерностей. В этом заключается основная цель наших исследований. Чтобы ее достигнуть, необходимо найти правильный путь решения проблемы. Начало этому пути было положено в наших предшествующих публикациях [10-13]. Совершим краткий обзор изложенной там информации, полезной при решении основной проблемы лазерной физики.

Основная проблема лазерной физики начинается с ответа на вопрос: «Что представляет собой когерентная составляющая поля излучения в пустых лазерных резонаторах?». Из анализа поля в резонаторе методом нормальных координат следует, что она представляет собой набор продольных и поперечных собственных колебаний этого поля, иногда называемых продольными и поперечными модами. В [10] было вскрыто физическое содержание структуры таких мод в пяти классических типах лазерных резонаторов, имеющих различную геометрию. При этом отмечалась основополагающая роль дифракционного эффекта.

Следующим этапом решения основной проблемы является ответ на вопрос: «Как происходит движение поперечной волновой компоненты поля излучения в резонаторе на стадии возбуждения поперечных мод исходной поперечной шумовой компонентой поля излучения?». Ответ на этот вопрос не прост. Он найден в [11,12]. Там была установлена основополагающая роль дифракционного и дисперсионного эффектов в этом процессе. Его сценарий, изложенный в [11,12], очень важен. Ниже будет показано, что он имеет сходство со сценарием возбуждения продольных мод с уровня спонтанного шума.

Следующим этапом решения основной проблемы является ответ на вопрос: «Какова роль продольной и поперечной компонент когерентной составляющей поля лазерного излучения в процессе восприятия этим излучением оптических свойств активной среды?». Ответ на этот вопрос содержится в [13]. Там замечено, что в процессе распространения пучка лазерного излучения в среде оптические свойства среды воспринимаются в основном продольной компонентой излучения. Поперечная компонента излучения при этом влияет только на эффективность такого восприятия.

Информации, содержащейся в [10-13], достаточно для следующего главного этапа решения основной проблемы лазерной физики, который будет анализироваться ниже.

3. Постановка проблемы.

Проблема, решение которой будет представлено ниже, формулируется следующим образом. Установить физическое содержание процесса формирования когерентного лазерного излучения с уровня спонтанного шума в резонаторе с активной средой.

Сделаем ряд замечаний, касающихся выбранного нами метода решения проблемы.

При решении проблемы будут использоваться в основном наиболее общие физические образы и закономерности волновой механики. Только в отдельных частных случаях будет использовано несколько современных образов полуклассической теории лазера.

Разумно начать изложение материала с предварительного описания физических образов, методов исследования и моделей, которые необходимы для решения проблемы. Они подробно представлены в Части 1 данного сочинения. В этой части наиболее важным является [п. 6. Эффект вынужденного излучения.]. Этот эффект, наряду с дифракционным и дисперсионным эффектами, составляет наиболее важную черту физического содержания классической теории поля лазерного излучения. Об этом можно судить даже из расшифровки аббревиатуры слова «laser»: «light amplification by stimulated emission of radiation».

Материал, изложенный в Части 1, используется при решении главной проблемы в Части 2.

Отметим, что процесс решения поставленной проблемы обладает очень сложным смысловым содержанием. По этой причине при поиске ее решения будет существенно использоваться принцип последовательного уточнения и усложнения заданных в начале примитивных физических образов, методов анализа и моделей.

Часть 1. Содержание основных физических образов, методов
исследования и моделей.

4. Определение элементарных структурных компонент поля
излучения в лазерном резонаторе.

4.1. Общие представления.

Сначала дадим самые грубые представления о структуре волнового поля излучения в резонаторе и процессе ее движения во времени. Впоследствии они будут существенно уточнены.

Определим структуру поля исходного спонтанного излучения активной среды в резонаторе.

Пусть активная среда находится в цилиндре, который размещен в резонаторе так, что его ось симметрии совпадает с оптической осью z резонатора. Разобьем цилиндр плоскостями, перпендикулярными оси z , на тонкие экраны. Спонтанное излучение от цилиндра представляет собой суперпозицию полей излучения от всех экранов. Будем интересоваться спонтанным излучением среды от одного экрана, причем предположим, что оно распространяется от экрана только в положительном направлении оси z . Такая модель источника спонтанного излучения использовалась нами ранее в [11]. Если убрать зеркала резонатора и поместить начало отсчета $z = 0$ в точке пересечения плоскости экрана с осью z , то, как отмечалось в [11], в области

$$\frac{\hat{\ell}^2}{\lambda_0} < z < \frac{c}{2\Delta\nu}$$

($\hat{\ell}$ - характерный поперечный размер экрана, λ_0 – длина волны спонтанного излучения, $\Delta\nu$ – частотная ширина спектрального контура спонтанного излучения) во временном интервале $\Delta t < \frac{1}{\Delta\nu}$ спонтанное излучение вблизи

оси z можно представить в виде синусоидальной волны с длиной волны λ_0 и приблизительно постоянной амплитудой. Такая структура спонтанного излучения позволяет ввести понятие многообразия фазовых фронтов продольной (распространяющейся вдоль оси z) волны спонтанного излучения. Можно также ввести систему криволинейных (в общем случае) ортогональных координат, ассоциирующуюся с этим многообразием. Если в рассматриваемую систему ввести зеркала резонатора, то в процессе движения излучения между ними геометрия фазового многообразия и, следовательно, геометрия криволинейной ортогональной координатной системы будут изменяться.

В соответствии с методом нормальных координат, в такой системе можно ввести понятия продольного и поперечного волновых полей,

описываемых, соответственно, волновыми функциями $\Psi_{\parallel}, \Psi_{\perp}$. Функция Ψ_{\parallel} определяет волновое поле, распространяющееся вдоль продольной координаты (вдоль z), а функция Ψ_{\perp} - волновое поле, распространяющееся в ортогональном (поперечном) направлении. Общее волновое поле, описываемое волновой функцией Ψ , в соответствии с методом нормальных координат, определяется так: $\Psi = \Psi_{\parallel} \cdot \Psi_{\perp}$.

На этом этапе важно заметить, что возбуждение и движение волнового поля Ψ_{\perp} определяется изменением продольной метрики продольной волны спонтанного излучения, распространяющегося между зеркалами резонатора (см. [11]).

Если не накладывать ограничения на масштаб времени наблюдения $\Delta t \ll (\Delta v)^{-1}$, то в области $\hat{z} > \frac{\hat{t}^2}{\lambda_0}$, где координата \hat{z} теперь отсчитывается в

направлении распространения исходной волны излучения в резонаторе (т.е. без учета смены направления этой волны при ее отражении от зеркал; внутри резонатора: $0 \leq z \leq L$, $0 \leq \hat{z} < \infty$, L – расстояние между зеркалами; начала отсчета $z = 0$ и $\hat{z} = 0$ совпадают) поле спонтанного излучения вдоль \hat{z} будет иметь структуру последовательности движущихся со скоростью света и частично пересекающихся когерентных импульсов излучения. Временная протяженность каждого такого импульса близка к времени когерентности $T_k = (\Delta v)^{-1}$, а его пространственная протяженность в направлении распространения \hat{z} близка к $c T_k$. Поля таких когерентных импульсов не коррелируют между собой. Внутри отдельного когерентного импульса справедливо представление поля посредством образов введенных выше волновых функций $\Psi = \Psi_{\parallel} \cdot \Psi_{\perp}$. Разумно полагать, что исходная поперечная протяженность поля Ψ_{\perp} с учетом отражения излучения от зеркал не превышает поперечного размера резонатора.

В процессе движения сначала импульсные поля Ψ_{\parallel} и Ψ_{\perp} испытывают растяжения в пространстве и во времени, обусловленные проявлением дифракционного и дисперсионного эффектов. Для Ψ_{\perp} это свойство подробно описано в [11, 12]. В том случае, когда пространственные протяженности импульсов $\Psi_{\parallel}, \Psi_{\perp}$, измеренные в направлениях их распространения, становятся больше соответствующих удвоенных протяженностей резонансных областей (для Ψ_{\parallel} это удвоенное расстояние между зеркалами резонатора, а в случае радиальной волны Ψ_{\perp} это удвоенный характерный поперечный размер резонатора), начинается процесс образования собственных колебаний (мод) поля излучения. В случае резонатора с цилиндрической осевой симметрией, т.е., когда $\Psi_{\perp} = \Psi_r \cdot \Psi_a$, где Ψ_r и Ψ_a - волновые функции радиального и азимутального движения, соответственно, из волн $\Psi_{\parallel}, \Psi_{\perp}$ образуются совокупности

$\{\Psi_{11j}\}, \{\Psi_{p\ell}\}, \{\Psi_{am}\}$ собственных колебаний (j, ℓ, m – целые положительные числа), каждое из которых представляет собой стоячую волну, т.е. суперпозицию двух встречных бегущих волн, имеющих одинаковую резонансную частоту.

Для когерентной составляющей $(\Psi)_k$ волнового поля Ψ справедливо представление

$$\begin{aligned} (\Psi)_k &= (\sum_j \Psi_{11j}) (\sum_{\ell} \Psi_{p\ell}) (\sum_m \Psi_{am}) = \\ &= \sum_{j,\ell,m} \Psi_{11j} \cdot \Psi_{p\ell} \cdot \Psi_{am} = \sum_{j,\ell,m} \Psi_{j\ell m}. \end{aligned}$$

Здесь важно отметить, что в действительности компоненты $\Psi_{11j}, \Psi_{p\ell}, \Psi_{am}$ в определении $\Psi_{j\ell m}$ зависимы между собой. Между ними имеется связь. В рамках метода разделения переменных эта связь индуцируется через константы разделения. Она была продемонстрирована нами в [10] на примере низших радиальных и азимутальных колебаний. Поэтому более правильным было бы представить строение составной моды $\Psi_{j\ell m}$ в виде

$$\Psi_{j\ell m} = \Psi_{11j\ell m} \cdot \Psi_{pj\ell m} \cdot \Psi_{aj\ell m}.$$

Далее рассмотрим систему, состоящую только из продольных и радиальных колебаний, полагая азимутальную волновую функцию равной единице. Кроме того, будем предполагать связи между Ψ_{11j} и $\Psi_{p\ell}$ в определении $\Psi_{j\ell} = \Psi_{11j} \cdot \Psi_{p\ell}$ настолько слабыми, что ими можно пренебречь и считать наборы собственных функций $\{\Psi_{11j}\}$ и $\{\Psi_{p\ell}\}$ независимыми.

Такое представление когерентной составляющей поля излучения в резонаторе эпизодически будет встречаться ниже. Однако, при формулировке решения основной проблемы, мы ограничимся использованием более грубой модели резонатора с плоской прямоугольной геометрией в двумерном декартовом координатном пространстве (z, x) с поперечной координатой x , ортогональной по отношению к продольной (направленной вдоль оптической оси) координате z . В этом случае когерентная составляющая поля излучения в резонаторе будет представлена волновыми полями вида

$$\Psi_{j\ell} = \Psi_{11j} \cdot \Psi_{\perp\ell},$$

где $\Psi_{\perp\ell}$ – волновая функция поперечного колебания ℓ поля излучения в резонаторе (вдоль x).

Такая структура поля в плоском резонаторе имеет некоторое сходство со структурой поля $\Psi_{j\ell}$ в цилиндрическом резонаторе. По этой причине существует некоторое сходство в картине искажений структур полей в этих резонаторах, индуцированных оптическими свойствами активной среды. Указанное сходство полезно принять во внимание при оценке границ использования приближений

$\Psi_{j\ell} = \Psi_{11j\ell} \cdot \Psi_{pj\ell}, \rightarrow \Psi_{j\ell} = \Psi_{11j} \cdot \Psi_{p\ell},$ (в случае цилиндрического резонатора),

$\Psi_{j\ell} = \Psi_{11j\ell} \cdot \Psi_{\perp j\ell}, \rightarrow \Psi_{j\ell} = \Psi_{11j} \cdot \Psi_{\perp\ell},$ (в случае плоского двумерного резонатора).

Уясним физическое содержание эффекта искажений структуры поля в цилиндрическом резонаторе, индуцированных оптическими свойствами активной среды.

4.2. Искажение конфигураций продольной и радиальной мод в резонаторе с усиливающей излучение активной средой.

Рассмотрим установившийся в некотором временном интервале процесс генерации лазерного излучения в цилиндрическом резонаторе с плоскими параллельными зеркалами. Сначала предположим, что когерентная составляющая $(\Psi)_k = \Psi_{11} \cdot \Psi_p$ излучения составлена из единственной продольной моды Ψ_{11} и низшей радиальной моды Ψ_p , причем конфигурации Ψ_{11} и Ψ_p такие же, как в пустом резонаторе (см. [10]). Из представлений, изложенных в [13], следует, что тогда максимальное усиление продольного колебания поля средой будет иметь место на оптической оси z . Усиление будет уменьшаться по мере приближения к боковым свободным границам резонатора. По этой причине разумно полагать, что зависимость амплитуды ρ продольного колебания от поперечной (радиальной) координаты x будет иметь максимум, расположенный на оптической оси z , т.е. при $x = 0$. Для определенности аппроксимируем эту зависимость гауссовой функцией

$$\rho = e^{-ax^2}, \quad a = \text{Const} > 0$$

Учтем дифракционный эффект. В соответствии с представлениями, изложенными в [10], тогда продольная волна в резонаторе будет распространяться так, как будто внутри резонатора имеется некоторая фиктивная прозрачная среда с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 1 + \epsilon'(x)$, где:

$$\epsilon'(x) \approx \frac{\rho_{,xx}}{k_0^2 \rho} = \frac{2a}{k_0^2} (2ax^2 - 1),$$

k_0 – волновое число лазерного излучения.

При этом, однако, следует иметь в виду совпадение фазовых фронтов продольной волны на границах резонатора с поверхностями зеркал.

Геометрия криволинейной координатной системы, связанной с многообразием фазовых фронтов продольной волны в резонаторе, оказывается искаженной. Она показана на рис. 1а (при $\epsilon' \neq 0$).

Искажение геометрии криволинейной системы координат дифракционным эффектом индуцирует искажение зависимости резонаторного потенциала $U_p(x)$, введенного в [10] при описании движения радиальной компоненты поля излучения. Искаженная зависимость

$U_p(x)$ (при $\varepsilon' \neq 0$) изображена на рис. 1б. Из этого рисунка видно, что при достаточно сильных искажениях возникают благоприятные условия для возбуждения радиальных собственных колебаний, отличных от исходного колебания Ψ_p . Они образуются вблизи свободной боковой границы резонатора и имеют собственные значения энергии E_c , показанные на рис. 1б.

В общем случае легко заметить, что искаженному дифракционным эффектом отдельному собственному колебанию Ψ_{11} соответствует набор $\{\Psi_{pm}\}$, ($m = 1, 2, \dots$) собственных радиальных колебаний в искаженной потенциальной яме $U_p(x)$.

При этом, однако, необходимо иметь в виду процесс деформации исходного невозмущенного радиального колебания Ψ_p и, связанное с этим свойством, изменение зависимости $\rho(x)$. Учет этого фактора может привести к возникновению неустойчивости пространственно-временной структуры поля лазерного излучения.

Далее пренебрежем рассмотренным эффектом дифракционного искажения и будем считать продольные и радиальные моды излучения в резонаторе независимыми.

Таким же свойством наделим продольные и поперечные моды в плоском двумерном резонаторе.

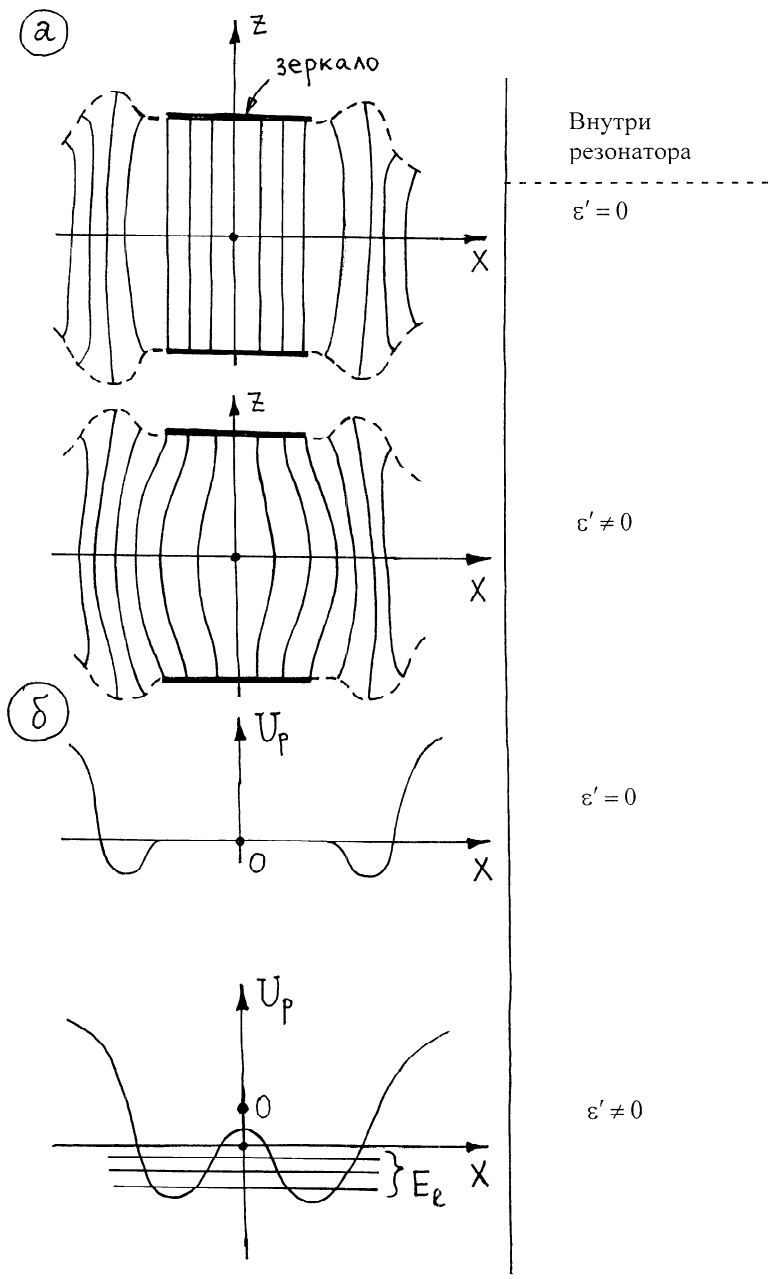


Рис. 1.

4.3. Определение используемых далее понятий продольная мода и шумовая продольная мода.

4.3.1. Общие замечания.

Ранс, в [10,11,12] подробно изучалась структура поперечной компоненты поля излучения в лазерном резонаторе и ее движение в пространстве-времени. Теперь проведем подобное изучение продольной компоненты поля излучения. Начальные представления о структуре когерентной составляющей продольной компоненты поля излучения в пустых лазерных резонаторах были даны в [10]. Для решения интересующей нас здесь проблемы этих представлений недостаточно. Далее восполним их до необходимого уровня.

4.3.2. Процесс отражения продольной волны излучения от поверхности зеркала. Структура продольного поля в резонансной полости.

Решение проблемы уяснения физического содержания структуры продольной составляющей поля излучения в лазерном резонаторе начинается с анализа элементарного процесса отражения плоской волны излучения от поверхности плоского зеркала, имеющего бесконечную поперечную протяженность.

Сначала будем полагать, что зеркало полностью (без потерь) отражает падающую перпендикулярно на его поверхность плоскую волну $\sin(kz)$, где: k – волновое число, z – координата вдоль направления движения волны. Предположим, что отраженная от зеркала волна имеет вид $\sin(kz+\alpha)$, где α – фазовый сдвиг, подлежащий определению. Суммарное волновое поле $\Psi(z)$ имеет вид

$$\begin{aligned}\Psi(z) &= \sin(kz) + \sin(kz + \alpha) = \\ &= 2 \sin\left(kz + \frac{\alpha}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right).\end{aligned}$$

При отражении волны $\sin(kz)$ от поверхности зеркала, расположенной в точке $z = L$, должно выполняться граничное условие

$$\Psi(L) = 2 \sin\left(kL + \frac{\alpha}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 0.$$

Оно удовлетворяется в двух случаях:

а) $\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 0, \quad \alpha = \pi;$

б) $\sin\left(kL + \frac{\alpha}{2}\right) = 0, \quad \alpha = 2\pi n - 2kL, \quad n = 1, 2, \dots$ или, с точностью до 2π ,

$\alpha = -2kL.$

В случае (а) имеет место гасящая интерференция волн, приводящая к $\Psi(z) = 0$. В случае (б) этого не происходит. Если допустить, что величина k совпадает с собственным числом $k_n = \frac{\pi n}{L}$ волны в предполагаемой резонансной полости $0 \leq z \leq L$, то

$$\Psi = \sin\left(\frac{\pi n z}{L}\right) + \sin\left(\frac{\pi n z}{L} - 2\pi n\right) = 2\sin\left(\frac{\pi n z}{L}\right).$$

Как видим, в этом случае происходит удвоение амплитуды исходной волны.

Случай (б), с физической точки зрения, более корректен по сравнению со случаем (а). В более общем нерезонансном случае ($k \neq k_n$) его физическое содержание иллюстрируется на рис. 2.

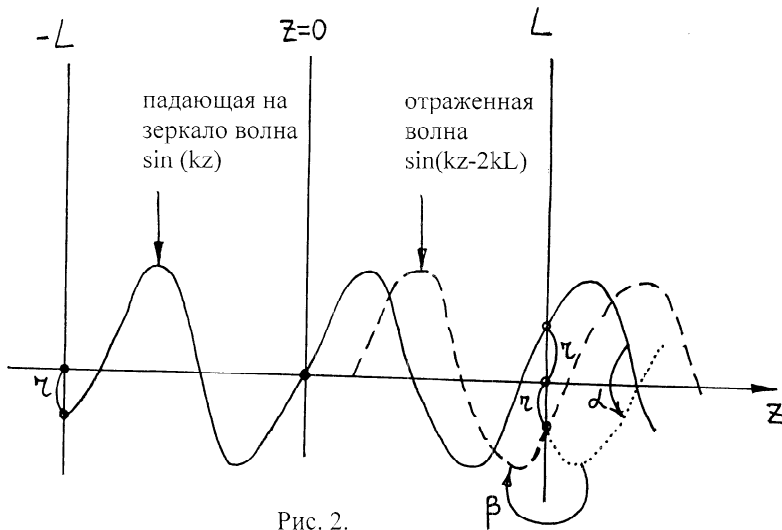


Рис. 2.

Из этого рисунка видно, каким образом следует правильно складывать две волны. Легко также заметить, как происходит их сложение при переходе к резонансному случаю ($r \rightarrow 0$). Можно также убедиться в том, что отраженная волна $\sin(kz - 2kL)$ образуется из исходной $\sin(kz)$ путем применения к последней двух операций (см. рис.2):

- а) смены знака волны $\sin(kz)$, или ее фазового сдвига на π (при $z > L$);
- б) отражения полученной таким образом волны (при $z > L$) относительно плоскости $z = L$.

Теперь легко определить $\Psi(z)$ в зависимости от числа \tilde{L} проходов волны между зеркалами резонатора (или от числа \tilde{L} отрезков синусоиды).

Для этого достаточно полагать равной нулю сумму пары волновых полей (падающей и отраженной) на поверхности зеркала. В результате получим ряд

$$\begin{aligned} \Psi(z) = & \sin(kz) + \sin(kz - 2kL) + \sin(kz + 2kL) + \\ & \tilde{L} = 1 \quad \tilde{L} = 2 \quad \tilde{L} = 3 \\ & + \sin(kz - 4kL) + \sin(kz + 4kL) + \sin(kz - 6kL) + \\ & \tilde{L} = 4 \quad \tilde{L} = 5 \quad \tilde{L} = 6 \\ & + \sin(kz + 6kL) + \dots = \sin(kz) \cdot [1 + 2 \sum_{m=1}^N \cos(2mkL)], \\ & \tilde{L} = 7 \end{aligned}$$

где $N = \frac{\tilde{L} - 1}{2}$.

В случае резонанса $k = k_n = \frac{\pi n}{L}$:

$$\Psi(z) = \tilde{L} \cdot \sin\left(\frac{\pi n z}{L}\right),$$

амплитуда суммарного поля максимальна и равна \tilde{L} .

Оказывается разумным ввести вместо координаты z , определенной внутри резонатора в области $0 \leq z \leq L$, новую координату \hat{z} , определенную в направлении распространения единственной бегущей волны внутри резонатора в области $0 < \hat{z} < \infty$. Структура такой волны $\tilde{\Psi}(\hat{z})$ может быть более сложной по сравнению с синусоидальной. Наблюдаемое поле $\Psi(z)$ в резонаторе представляет собой свертку поля $\tilde{\Psi}(\hat{z})$ по координате \hat{z} с периодом $2L$. Можно показать, что тогда поле в резонаторе определяется по полю $\tilde{\Psi}(\hat{z})$ формулой

$$\begin{aligned} \Psi(z) = & \tilde{\Psi}(z) + [\tilde{\Psi}(\hat{z}_2 + z) + \tilde{\Psi}(\hat{z}_4 + z) + \dots] - \\ & - [\tilde{\Psi}(\hat{z}_2 - z) + \tilde{\Psi}(\hat{z}_4 - z) + \dots], \end{aligned} \tag{1}$$

где $\hat{z}_n = n \cdot L$, $n = 0, 1, 2, \dots$

Отсюда, в частности, следует, что

$$\Psi(0) = \tilde{\Psi}(0),$$

$$\Psi(L) = 0.$$

Теперь уясним содержание одного важного физического свойства.

Выше предполагалось, что процесс отражения волны от зеркала происходит без потерь энергии. Считалось, что зеркало полностью отражающее. В этом случае на поверхности зеркала имело место соотношение