РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

Физический институт имени П.Н.Лебедева

ФИАН

ПРЕПРИНТ

23

Б.Б. КРЕЙСМАН

ПОИСК ГЕЛИОСТАЦИОНАРНЫХ ОРБИТ С МАЛЫМ ПЕРИГЕЕМ СРЕДИ СИММЕТРИЧНЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ ПЛОСКОЙ ОГРАНИЧЕННОЙ ЗАДАЧИ ТРЕХ ТЕЛ

МОСКВА 2006

Аннотация

В проекте РАДИОАСТРОН угол между направлением на наблюдаемый источник и и направлением на Солнце должен превышать 90 градусов. При этом должна обеспечиваться связь с наземной станцией. Эти условия лучше всего выполняются у орбит, апогей которых вращается под влиянием Луны и постоянно находится в стороне, противоположной Солнцу. Кроме того требуется либо интенсивное вращение плоскости орбиты, либо реализация малых значений перигея (не более 40 тыс. км).

Вопрос о существовании таких орбит решается в рамках плоской круговой ограниченной задачи трех тел для системы Земля-Луна. Строятся семейства периодических решений с периодами от 7 до 13 суток. Для этих семейств расчитываются зависимости периода и угла поворота за год линии апсид от минимального апогея орбиты и приводятся соответствующие графики. Проведенный анализ позволяет утверждать, что требуемый поворот на 360 градусов (то есть гелиостационарность орбиты) достигается только для перигеев, лежащих в диапазоне 70-120 тыс.км. При перигеях, меньших 40 тыс. км, угол поворота не превышает 97 градусов.

The international project **"RadioAstron"** provides to launch the space radio telescope with 10-meter antenna and creation together with the global ground VLBI network a unified system of the ground-space interferometer with capabilities, in 10 times exceeding capabilities of ground interferometers. For implementation of this purpose it is required to design regularly evolved (under the action of the Moon) orbit with radius of perigee «40 thousand km and with rotation of apsides line 360 degrees for one year.

The most interesting families of periodic solutions of the planar restricted three bodies problem have been built for the Earth-Moon system. It has been shown, that the orbits which are meeting the requirements of the project **"RadioAstron"** do not exist.

Содержание

1 Введение

В проекте РАДИОАСТРОН [1]-[3] угол между направлением на наблюдаемый источник и и направлением на Солнце должен превышать 90 градусов. При этом должна обеспечиваться связь с наземной станцией. Эти условия лучше всего выполняются у орбит, апогей которых вращается под влиянием Луны и постоянно находится в стороне, противоположной Солнцу. Кроме того требуется либо интенсивное вращение плоскости орбиты, либо реализация малых значений перигея (не более 40 тыс. км).

По предложению руководителя проекта академика Н.С.Кардашева вопрос о существовании плоских орбит с перигеями не более 40 тыс. км и линией апсид, поворачивающейся за год на 360 градусов, решается в рамках плоской круговой ограниченной задачи трех тел для системы Земля-Луна.

2 Плоская круговая ограниченная задача трех тел

В этой задаче [4]-[5] Земля и Луна рассматриваются как материальные точки с массами M_1 и M_2 и гравитационными постоянными G_1 и G_2. Луна движется вокруг Земли по кругу радиуса R с постоянной угловой скоростью ω и периодом T_m. Третье тело пренебрежимо малой массы движется в плоскости орбиты Луны. Нами принято:

$R = 384400 км$,

$G_1 = 398600.448073446 км^3/с^2$,

$G_2 = 4902.79914059472 км^3/с^2$.

Следовательно,

$\omega = \frac{G^{1/2}}{R^{3/2}} = 0.2665314417572216 \cdot 10^{-5} рад/сек$,

$T_m = 27.28460540601867$ суток.

Проще всего уравнения движения выглядят во вращающейся (синодической) системе координат в безразмерной форме [2]. Плоскость XY совпадает с плоскостью орбиты Луны, начало координат находится в барицентре системы Земля-Луна, ось X направлена от Луны к Земле. Система вращается против часовой стрелки с угловой скоростью ω; в качестве единицы времени берется $1/\omega$, единицы расстояния — R, единицы массы — $M_1 + M_2$. В этих обозначениях:

масса Луны — m_2; $m_2 = M_2/(M_1 + M_2) = 0.01215058162343363$,

масса Земли — m_1; $m_1 = M_1/(M_1 + M_2) = 1 - m_2$.

Земля и Луна неподвижны и имеют координаты $(m_2, 0)$ и $(-m_1, 0)$.

Уравнения движения в этой системе координат имеют вид:

$$
\begin{aligned}
\frac{dX}{dt} &= V_x, \qquad R_1^2 = (X - m_2)^2 + Y^2, \\
\frac{dY}{dt} &= V_y, \qquad R_2^2 = (X + m_1)^2 + Y^2, \\
\frac{dV_x}{dt} &= 2V_y + X - \frac{m_1(X - m_2)}{R_1^3} - \frac{m_2(X + m_1)}{R_2^3}, \\
\frac{dV_y}{dt} &= -2V_x + Y - \frac{m_1 Y}{R_1^3} - \frac{m_2 Y}{R_2^3}.
\end{aligned} \tag{1}
$$

Легко видеть, что система уравнений (1) допускает первый интеграл, полученный Якоби в 1836 году и носящий его имя:

$$X^2 + Y^2 + \frac{2m_1}{R_1} + \frac{2m_2}{R_2} - V_x^2 - V_y^2 = C_J. \tag{2}$$

Якоби вывел этот интеграл в сидерической системе координат и показал, что он имеет простую интерпретацию:

$$C_J = 2\omega M_b - 2E, \tag{2'}$$

где M_b — кинетический момент третьего тела единичной массы относительно барицентра основных тел, E — полная энергия этого тела. Ровно через 100 лет Зигель доказал, что других алгебраических интегралов, отличных от интеграла Якоби, не существует. Еще раньше Пуанкаре [6] доказал, что система (1) не имеет первых интегралов, отличных от интеграла Якоби, и аналитических в окрестности точки $m_2 = 0$. Там же он доказал существование периодических решений ограниченной задачи при малых m_2 а так же возможность ветвления решений, кратных периодическим, и возможность асимптотических и двояко-асимптотических решений.

В точках орбиты, удаленных от второго притягивающего тела, можно вычислить кеплеровы элементы a и e (большая полуось и эксцентриситет орбиты) и получить [4] приближенную формулу для этого интеграла (критерий Тиссерана):

$$1/a + 2\sqrt{a(1-e^2)} = C. \tag{2''}$$

Таким образом, в отличие от задачи двух тел в задаче трех тел большая полуось и эксцентриситет орбиты не являются константами и могут существенно изменяться; приближенно сохраняется только выражение (2"). Третий оскулирующий элемент орбиты - аргумент перигея ω также не является константой. Поэтому основным способом изучения решений системы (1) на большом или неограниченном интервале времени является [6] построение и анализ ее периодических решений.

Условия периодичности решения с периодом T имеют вид:

$$X(T) = X(0), \quad Y(T) = Y(0), \quad V_x(T) = V_x(0), \quad V_y(T) = V_y(0). \tag{3}$$

Предполагая, что известен какой-либо способ (например, численный метод) интегрирования уравнений движения (1), мы можем рассматривать условия периодичности (3) как 4 нелинейных уравнения с 5 неизвестными $X(0), Y(0), V_x(0), V_y(0)$ и T.

Практически все известные к настоящему моменту периодические решения системы (1) симметричны относительно оси Y. Это связано с тем, что система (1) допускает инвариантную замену переменных:

$$X_1 = X, \quad Y_1 = -Y, \quad t_1 = -t, \quad V_{1x} = -V_x, \quad V_{1y} = V_y. \tag{4}$$

Следовательно, если в начальный момент орбита в нашей системе координат ортогональна оси X:

$$X(0) = a_1, \quad Y(0) = 0, \quad V_x(0) = 0, \quad V_y(0) = v_1, \tag{5}$$

и в какой-либо момент времени $T/2$ она снова ортогональна оси X:

$$X(T/2) = a_2, \quad Y(T/2) = 0, \quad V_x(T/2) = 0, \quad V_y(T/2) = v_2, \tag{6}$$

то, интегрируя в обратном времени от $t = 0$ до $t = -T/2$, получим из условий симметрии (3):

$$X(-T/2) = a_2, \quad Y(-T/2) = 0, \quad V_x(-T/2) = 0, \quad V_y(-T/2) = v_2.$$

Следовательно, координаты и скорости в моменты времени $t = T/2$ и $t = -T/2$ равны между собой и решение периодично с периодом T.

Так как значения a_2 и v_2 могут быть произвольными, то для симметричных относительно оси Y периодических решений ограниченной задачи мы имеем 2 нелинейных уравнения:

$$Y(T/2) = 0, \quad V_x(T/2) = 0, \tag{7}$$

с 3 неизвестными a_1, v_1 и T. Значения $Y(0)$ и $V_x(0)$ всегда берутся нулевыми.

Очевидно, что периодические решения, определяемые начальными условиями (a_1, v_1) и соответствующими им в момент $T/2$ (a_2, v_2), совпадают между собой. Для исключения этой неоднозначности мы фиксируем наши обзначения так, что всегда $a_1 \leq a_2$.

Далее рассматриваются только симметричные периодические решения.

Исходя из прикладного назначения задачи мы выбрали следующий способ представления результатов. Начальные условия (a_1, v_1) и (a_2, v_2) задаются в инерциальной геоцентрической немасштабированной системе координат. Расстояния измеряются в тысячах км, скорости в км/сек. Орбиты изображаются в немасштабированных системах координат, инерциальной и вращающейся вокруг центра Земли с угловой скоростью ω. Рассматриваются только прямые орбиты вокруг Земли, на которых облет Земли совершается против часовой стрелки. Обратные орбиты, на которых облет Земли совершается по часовой стрелке, то есть навстречу движению Луны, требуют существенно большего расхода топлива при запуске ИСЗ и нами не рассматривались.

3 Периодические решения первого сорта

При $m_2 = 0$ и $m_1 = 1$ мы имеем невозмущенную задачу двух тел — Земля и ИСЗ. В этом случае масса Луны добавляется к массе Земли, которая имеет в результате в немасштабированной системе координат гравитационную постоянную G, $G = G_1 + G_2$.

В инерциальной (сидерической) системе координат периодическими решениями невозмущенной задачи являются все эллиптические орбиты вокруг Земли, в том числе круговые орбиты и решения-отрезки, в которые вырождаются эллиптические орбиты при эксцентриситете равном соответственно нулю или единице.

Во вращающейся, синодической системе координат периодическими решениями этой задачи будут круговые орбиты вокруг Земли и эллиптические орбиты с такими периодами, что за целое число месяцев n малое тело совершает целое число l оборотов вокруг Земли. В инерциальной системе координат получается $m, m = l + n$, оборотов вокруг Земли. Рациональное число N, $N = m/n$, называется соизмеримостью орбиты. Целое число $l, l = m - n$, дает число пересечений орбитой оси X за полупериод во вращающейся, синодической системе координат. **Орбиты, у которых a_1 соответствует апогею, мы называем основными, а орбиты, у которых a_1 соответствует перигею, - дополнительными орбитами.**

Для нечетного l точки a_1 и a_2 имеют разные знаки. При движении по семейству этим точкам сначала соответствуют два перигея и имеем дополнительные орбиты, затем этим точкам соответствуют два апогея и плавно переходим к основным орбитам.

Для четного l точки a_1 и a_2 имеют одинаковые знаки. При движении по семейству этим точкам сначала соответствуют перигей и апогей, оба находятся на положительной полуоси X и имеем дополнительные орбиты. Затем переходим к основным орбитам с арогеем и перегеем, лежащими на отрицательной полуоси X.

Алгоритмы построения периодических решений как первого, так и второго сорта даны в публикациях автора [7]-[9]. Там же даны графикии типичных орбит этих и более сложных семейств.

Семейство почти круговых периодических орбит обзначается далее 2/1s.

Орбиты этого семейства, близкие к Земле, мало отличаются от круговых орбит задачи двух тел. При отдалении от Земли они приобретают фасолеобразную форму [7], затем длительность периода стабилизируется и орбиты становятся похожими на дополнительные орбиты соизмеримости 2/1. Параметры наиболее интересных для нас периодических решений даны в таблице 1. В качестве единицы длительности периода взяты сутки.

Таблица 1. Параметры периодических решений с резонансами 1-9 семейства 2/1s .

n	a_1	v_1	a_2	v_2	T	C	s	u	p/q	m/n
1	151.57856	1.625082	-152.00078	-1.622128	9.125	3.773	-.5	240	1/3	4/1
2	165.39755	1.557307	-165.97490	-1.554206	10.958	3.617	-.809	216	2/5	7/2
3	181.09180	1.491205	-181.86063	-1.488464	13.450	3.475	-1	180	1/2	3/1
4	184.35785	1.478808	-185.16236	-1.476271	14.041	3.449	-1	180	1/2	3/1
5	190.90696	1.455402	-191.76609	-1.453505	15.324	3.400	-.940	160	4/9	14/5
6	192.97892	1.448429	-193.84745	-1.446819	15.762	3.385	-.901	154	3/7	11/4
7	196.52810	1.437024	-197.39810	-1.436037	16.559	3.360	-.809	144	2/5	8/3
8	199.42622	1.428292	-200.27744	-1.427972	17.262	3.340	-.707	135	3/8	13/5
9	203.79344	1.416414	-204.55892	-1.417502	18.443	3.310	-.5	120	1/3	5/2
10	207.98945	1.407348	-208.54252	-1.410600	19.811	3.280	-.223	103	2/7	12/5
11	210.45689	1.404410	-210.73696	-1.409787	20.856	3.260	0	90	1/4	7/3
12	212.50219	1.408540	-212.14992	-1.417919	22.366	3.233	.309	72	1/5	9/4
13	212.30322	1.420828	-211.26728	-1.433938	23.436	3.215	.5	60	1/6	11/5
14	210.52875	1.440009	-208.76890	-1.456790	24.270	3.201	.623	51	1/7	13/6
15	207.00108	1.468882	-204.43865	-1.489650	24.988	3.187	.707	45	1/8	15/7
16	199.98911	1.520436	-196.41630	-1.546491	25.696	3.168	.766	40	1/9	17/8

4 Периодические решения второго рода

Пусть известно некоторое решение $\boldsymbol{x}(t)$ гамильтоновой системы с начальными условиями $\boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{x}_0$. Рассмотрим возмущенное движение $\boldsymbol{x}_1(t)$, $\boldsymbol{x}_1(t) = \boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{y}(t)$, с начальными условиями $\boldsymbol{x}_1(0) = \boldsymbol{x}_0 + \boldsymbol{y}_0$.

Подставляя его в уравнение (1), разлагая правые части в ряд Тейлора по $\boldsymbol{y}(t)$ и отбрасывая члены разложения степени выше первой, получаем уравнения возмущенного движения в первом приближении

$$\frac{d\boldsymbol{y}}{dt} = \boldsymbol{J}\boldsymbol{H}''(t)\boldsymbol{y}, \tag{8}$$

называемые **уравнениями в вариациях Пуанкаре**. Здесь $\boldsymbol{H}''(t)$ – симметричная матрица четвертого порядка (матрица Гесса функции Гамильтона $H(\boldsymbol{x})$) с элементами $H''_{ij} = \left(\frac{\partial^2 H}{\partial x_i \partial x_j}\right)$; в частные производные подставлены значения $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}(t)$.

Система уравнений (8) является линейной системой с зависящими от времени коэффициентами. Решения такой системы с произвольными начальными условиями в момент $t = 0$ $\boldsymbol{y}(0) = \boldsymbol{y}_0$ представимо в виде $\boldsymbol{y}(t) = \boldsymbol{Y}(t)\boldsymbol{y}_0$, где $\boldsymbol{Y}(t)$ - матрица четвертого порядка, удовлетворяющая условию $\boldsymbol{Y}(0) = \boldsymbol{E}_4$ и называемая **матрициантом**. Матрица $\boldsymbol{M}$, равная значению матрицианта в конце периода, $\boldsymbol{M} = \boldsymbol{Y}(T)$, называется **матрицей монодромии**, а ее собственные значения ρ_k - **мультипликаторами** системы (3). Очевидно, $\boldsymbol{Y}(t+T) = \boldsymbol{Y}(t)\boldsymbol{M}$.

Периодические решения автономных гамильтоновых систем и эквивалентным им лагранжевым не являются изолированными, а принадлежат в общем случае однопараметрическим семействам периодических решений с изменящимся периодом [4]-[9]. Это обусловлено тем, что матрица монодромии этих решений всегда имеет пару единичных мультипликаторов и пару мультипликаторов, произведение которых равно единице, а полусумма называется индексом устойчивости. Если модуль индекса устойчивости меньше 1, то решение орбитально устойчиво, если больше - то неустойчиво.

При продолжении семейства индекс устойчивости непрерывно изменяется и, даже начиная с неустойчивого периодического решения, можно попасть в область устойчивых решений. В этой области преобразование окрестности решения за период сводится к повороту на угол, непрерывно изменяющийся при движении по семейству. В точках семейства, в которых этот угол φ рационально выражается через 2π, $\varphi = 2\pi \cdot p/q$, p и q - целые, $q > 1$, исходное семейство пересекается с семейством периодических решений, имеющих в q раз больший период. Такие решения (при продолжении семейства по внешнему параметру) Пуанкаре называл [6] **периодическими решениями второго рода**. В работе [9] показано, что матрица монодромии позволяет определить направление продолжения как исходного семейства, так и порожденного им семейства решений второго рода.

Если нет второго интеграла, то при $q > 3$ в этой точке семейства решений второго рода происходит переход от устойчивых решений к неустойчивым и достигаются экстремумы энергии и длительности периода. Устойчивые решения порождают свои семейства периодических решений второго рода и так до бесконечности. При $q = 1$ возможно "схлопывание" решения в решение меньшего периода.

В районе резонансов 1:1 и 2:1 теория предсказывает порождение одной ветви, в остальных случаях порождаются две ветви. При нечетном q эти ветви плавно перехотят друг в друга, при нечетном q одной ветви соответствуют основные орбиты, другой - дополнительные.

Оказывается [9], для семейства периодических решений первого сорта периодическими решениями второго рода являюся периодические решения второго сорта. Именно точки порождения этих решений даны в таблице 1. Число q в графе p/q дает кратность резонанса, а графа m/n - соизмеримость орбит нового семейства.

По алгоритму, описанному в работе [9], построены орбиты всех этих семейств. Эти орбиты существенно отличаются от невозмущенных, их кеплеровы элементы не являются константами и минимальные расстояния от Земли различны на различных витках. Для каждого решения вычисляется значение минимального перицентра а также поворот P_a линии апсид в градусах за период T. Для слабовозмущенных орбит этот поворот можно вычислять по формуле:

$$P_a = 360(T - nT_c)/2\pi, \tag{9}$$

где T_c - длительность синодического месяца, $T_c = 27.28460540601867$ суток.

Таким образом, в точках, где $T > nT_c$, $P_a > 0$, то есть поворот линии апсид осуществляется в нужном направлении, против часовой стрелки. Если же $T < nT_c$, то поворот линии апсид P_a отрицательный.

По значению P_a поворота за период T легко вычислить поворот P_g линии апсид за год:

$$P_g = 365.25 P_a / T, \tag{10}$$

На рисунках 1-11 для этих семейств даются графики зависимости от минимального перицентра длительности периода T (верхние фрагменты) и поворота P_g линии апсид в градусах за год (нижние фрагменты). В силу линейности формул 9 и 10 зти графики подобны; знание длительности периода T позволяет оценить равномерность поворота линии апсид P_a в течении года.

В таблице 2 приведены параметры периодических решений, имеющие либо требуемый перигей, либо требуемый поворот линии апсид, либо максимальный поворот линии апсид. Анализ графиков и таблицы приводит к выводу, что **орбит, удовлетворяющих полностью требованиям проекта РАДИОАСТРОН нет**.

Наиболее перспективной является орбита семейства 5/2n, представленная в строке 15 таблицы 2. Угол поворота, равный почти 270 градусов за год, при правильном выборе даты начала зксперимента позволит провести наблюдения всех объектов небесной сферы.

Таблица 2. Параметры наиболее интересных периодических решений второго сорта.

n	p_m	ap	T	P_a	P_g	m_1	m_2	m/n
1	40.028	318.85	27.650	4.8276	63.771	.61249	8.4841	3/1n
2	84.000	281.81	28.392	14.606	187.90	.81986	2.8615	
3	40.810	341.15	138.22	23.691	62.605	-.47785	11431	
4	64.816	316.86	140.64	55.579	144.35	-.93491	2009.8	14/5
5	40.190	352.39	138.81	31.544	82.999	.69659	75719	
6	68.548	316.57	112.51	44.504	144.48	-.91096	180.72	
7	40.658	348.31	110.85	22.545	74.287	-1.0926	6322.1	11/4
8	50.507	339.04	112.26	41.205	134.06	-.57300	1823.0	
9	40.134	355.38	83.373	20.048	87.827	-1.0113	2958.4	
10	55.000	337.74	84.487	34.748	150.22	-1.0538	18.985	8/3n
11	72.347	316.80	84.674	37.212	160.52	-.47211	28.924	
12	82.765	320.06	143.33	91.134	232.24	-.70424	52.133	13/5
13	40.874	347.73	137.81	18.332	48.587	-.41050	40847	
14	40.034	357.90	55.693	14.833	97.280	-1.1135	293.78	
15	65.824	331.07	57.755	42.036	265.84	-.85599	-7.3035	5/2n
16	39.286	508.46	85.506	408.18	1743.6	-4.9751	368.16	
17	39.670	508.15	196.08	787.11	1466.2	1.5159	97303	
18	127.96	313.31	147.71	148.94	368.30	-.32899	-75.32	12/5
19	69.450	437.55	194.86	770.99	1445.2	-.079108	71254	
20	40.664	505.68	198.06	813.25	1499.7	23.948	19999	
21	39.844	513.03	112.26	401.17	1305.3	-2.6838	10.555	
22	59.575	482.92	112.78	408.04	1321.5	-2.0166	56.569	7/3n
23	126.96	306.46	88.667	89.893	370.30	-.74389	-1.1272	
24	134.56	302.00	117.98	116.63	361.08	-.95623	-4.2169	9/4
25	18.769	480.05	137.47	373.80	993.18	.62253	9.3051	
26	40.359	449.71	164.55	371.16	823.84	.84593	32.228	11/5
27	140.90	297.08	147.52	146.36	362.40	-1.0056	-1.1115	
28	16.963	467.93	191.64	368.59	702.48	.97840	1.0000	
29	40.267	449.25	191.56	367.46	700.65	.96275	.87498	13/6
30	148.94	296.86	177.15	177.39	365.74	-.90471	1.2583	

5 Периодические решения семейств сильновозмущенных орбит

В публикации автора [7] описаны семейства орбит, эволюционирующих значительно сильнее, чем описанные выше. Там же даны графики типичных орбит этих и более сложных семейств.

На рисунках 12-14 для семейств 8/3v, 5/2v и 7/3v даются графики зависимости от минимального перицентра длительности периода T и поворота P_g линии апсид за год.

В таблице 3 приведены параметры наиболее интересных периодических решений этих семейств сильновозмущенных орбит. Анализ графиков и таблицы приводит к выводу, что и в этих семействах **орбит, удовлетворяющих полностью требованиям**

проекта РАДИОАСТРОН нет.

Наиболее перспективной является орбита семейства 7/3v, представленная в строке 8 таблицы 2. Угол поворота за год равнен почти 360 градусов при не слишком большом перигее (69.5 тыс. км).

Таблица 3. Параметры наиболее интересных периодических решений семейств сильновозмущенных орбит

n	p_m	ap	T	P_a	P_g	m_1	m_2	m/n
1	17.780	522.43	114.12	425.72	1362.6	65.927	424.42	
2	40.365	472.84	113.82	421.72	1353.3	3.4291	-620.24	8/3v
3	83.191	343.63	96.216	189.50	719.36	.08143	2007.0	
4	39.637	368.96	54.893	4.2762	28.453	-.83608	29.805	
5	120.89	322.44	59.529	65.443	401.54	-.89998	9.0412	5/2v
6	48.386	497.75	118.14	838.82	2593.3	102.15	94651.	
7	40.857	361.59	83.582	22.805	99.655	1.3227	40610.	
8	69.453	339.25	88.357	85.802	354.69	.83433	-1669.0	7/3v
9	70.405	339.18	88.273	84.698	350.46	.73491	1.0000	
10	40.645	519.39	144.43	825.66	2088.0	139.66	3507.9	

6 Выводы

. Проведенный анализ позволяет утверждать, что требуемый поворот на 360 градусов за год (то есть гелиостационарность орбиты) достигается только у орбит с перигеями, лежащими в диапазоне 70-120 тыс.км. При перигеях, меньших 40 тыс. км, угол поворота не превышает 97 градусов (семейство 5/2n).

На рисунках 15 и 16 даны графики наиболее близких к требуемым орбит семейств 5/2n и 7/3v. В верхней части рисунков - орбиты во вращающейся системе координат, в нижней - в инерциальной за год.

Литература

[1] Андреянов В.В., Кардашев Н.С., Попов М.В. и др. "Радиоастрон"- радиоинтерферометр с базой Земля-Космос. Астрон. журн. 1986. Т.63. Вып. 5. С. 850.

[2] Kardashev N.S., Andreyanov V.V., Gvamichava A.S., Likhachev S.F., Slysh V.I. Orbiting Very Long Interferometer (OVLBI) for Radio and Optical Astronomy. Proc. 45th Congress of the Astronautical Federation, Jerusalem, Oct.9–14, 1994, 3p.

[3] Кардашев Н.С., Крейсман Б.Б., Пономарев Ю.Н. Новая орбита и новые возможности проекта "РАДИОАСТРОН". В кн.: Радиоастрономическая техника и методы. М.: ФИАН, 2000 (Труды ФИАН; Т.228). Сд 3-12.

[4] Себехей В. Теория орбит: ограниченная задача трех тел. М., Наука, 1982, 656 с.

[5] Брюно А.Д. Ограниченная задача трех тел. М., Наука, 1982.

[6] Пуанкаре А. Новые методы небесной механики.- Избр. тр. Т. 1,2. М. Наука, 1971,1972.

[7] Крейсман Б.Б. О симметричных периодических решениях плоской ограниченной задачи трех тел. Препр. Физического инст. им.П.Н.Лебедева РАН, 1997, 66, 131с.

[8] Крейсман Б.Б. Гравитационный маневр с помощью сверхнеустойчивых орбит вокруг точек либрации. Космич. исследования, 2003, том 41, 1. С. 57-68.

[9] Крейсман Б.Б. Семейства периодических решений гамильтоновых систем. Несимметричные периодические решения плоской ограниченной задачи трех тел. Космич. исслед., 2005, том 43, 2. С.88-110.

7 Графики