

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

**ФИЗИЧЕСКИЙ**  
**ИНСТИТУТ**  
*имени*  
*П.Н.Лебедева*



**Ф И А Н**

ПРЕПРИНТ

13

Г.В. ИВАНЕНКОВ

**О ПРОЦЕССАХ «ХОЛОДНОГО СТАРТА»  
В ПИНЧЕВЫХ РАЗРЯДАХ ЧЕРЕЗ  
ПРОВОЛОЧНЫЕ НАГРУЗКИ**

МОСКВА 2006

# **О ПРОЦЕССАХ «ХОЛОДНОГО СТАРТА» В ПИНЧЕВЫХ РАЗРЯДАХ ЧЕРЕЗ ПРОВОЛОЧНЫЕ НАГРУЗКИ**

Г.В. Иваненков

## **АННОТАЦИЯ**

Исследуются основные процессы начальной стадии электрического разряда через металлические проволочки («холодный старт»). Дается классификация типов разряда, рассматриваются задачи о нагреве металла в твердом состоянии и его плавлении, на основе их решения изучаются механизмы возникновения метастабильных фаз, приводящие к резкому расширению вещества и формированию структур типа «кern-корона». Полученные результаты используются для анализа состояния и свойств вещества продуктов взрыва проволочных нагрузок в быстрых импульсных установках типа «Z-пинч».

Мощные пинчевые разряды через электрические нагрузки из многих тонких металлических проволочек наряду с лазерными системами служат одним из основных направлений исследований импульсной плазмы, принципиально важных для инерциального термоядерного синтеза. Современное их развитие связано с генерацией мощных импульсов рентгена, используемых для сжатия мишеней. Полномасштабные работы с пинчами на крупных установках мощности  $> 5$  ТВт, ведущиеся в США и России, не могут во всех деталях охватить комплекс физических исследований. Последние представлены в ряде научных центров, таких как Имperial Колледж в Великобритании, Корнельский университет в США, ФИАН в России и др. Здесь на установках меньших масштабов (MAGPIE, COBRA, XP, БИН) на малых фрагментах сборок удается моделировать тонкие процессы сжатия проволочныхборок, а также развивать методы их диагностики. В частности, это – X-пинч и основанная на нем диагностика в рентгеновском ангстремном диапазоне.

В результате долгих исследований в Лаборатории Сандия на установке Z (20 МА, 40 ТВт) был получен рекордный выход излучения 1.8 МДж [1], и на его основе создан мощный импульсный источник мягкого рентгеновского излучения. Далее, реализуя концепцию быстрого поджига, был осуществлен ввод  $> 20$  кДж этого излучения в мишень и получены термоядерные нейтроны dd-реакции (первоначально до  $4 \cdot 10^{10}$  [2], ныне  $5 \cdot 10^{13}$ ). В России подобные исследования ведутся на таких установках, как Ангара-5, С-300 и др.

В ходе проведения таких экспериментов с помощью X-пинч-диагностики было установлено [3], что, вопреки первоначальным надеждам на полное испарение металла, в начальной стадии разряда в плазму превращалась лишь малая часть вольфрамовой проволочки, а оставшийся высокоимпедансный керн долго сохранялся в исходном положении. Наличие керна, хотя и повышало стабильность образующейся плазмы (чего не хватает газовым лайнерам), влияло на последующий ее снос к оси: вместо цилиндрической оболочки отдельные проволочки формировали вытянутые к оси струи плазмы. Такая ситуация свидетельствует о важности процессов "холодного старта" разряда. Сложность проблемы заключается не только в необходимости рассмотрения фазовых переходов с участием четырех различных термодинамических состояний объекта, но, в первую очередь, в недостаточном знании физического состояния вещества керна и, в частности, его проводящих свойств. Более того, при анализе данных эксперимента существующие знания не позволяют дать однозначное заключение о механизме электрического взрыва. Настоящая работа представляет попытку анализа процес-

сов "холодного старта" в применении к проблематике важных для инерциального синтеза проволочных нагрузок типа Z-пинч.

## 1. Основные процессы и типы разрядов через металлические проводники

Кульминацией "холодного старта" служит электрический взрыв проводника. Он проявляется в резком расширении вещества, интенсивно нагреваемого токовым импульсом. В электротехнической диагностике он регистрируется по резкому росту омического сопротивления, в оптике – по вспышке света. В целом это – весьма сложное физическое явление, связанное с рядом изменений физического состояния вещества. Важнейшие стадии его развития связаны с нагревом твердого металла, его плавлением, нагревом жидкого металла, приводящим к интенсивному парообразованию. Последнее идет как на поверхности, так и в объеме вещества, с ним сопряжено образование поперечных к току страт – чередование слоев вещества, различающихся плотностью. Далее происходит собственно электрический взрыв, выражающийся в резком расширении вещества и снижении электрической проводимости. После взрыва в парах продуктов развиваются ионизация и шунтирующий разряд, охватывая и возникающую внешнюю плазму короны, и долгоживущее вещество зерна. Все эти тесно взаимосвязанные процессы, как правило, слабо изучены, а имеющиеся данные вряд ли позволяют надеяться на создание какой-то одной универсальной физической модели взрыва проводника.

В настоящее время существует ряд попыток как-то классифицировать типы электрического взрыва проводников. В основе их лежит отношение времен развития МГД неустойчивости и нарушения механизма электрической проводимости (см. [4]). Это отношение определяется скоростью ввода энергии, физическими и геометрическими свойствами проводника. Первая такая классификация была дана У. Чейсом [5], различавшим медленный и быстрый режимы взрыва с граничной скоростью ввода энергии 0.1 кДж/г·нс. При интенсивности  $> 10^2$  кДж/г·нс ( $\approx A$  эВ/атом·нс, где  $A$  – массовое число элемента) возникает сверхбыстрый взрыв (скиновый режим, взрывная абляция).

Подобную классификацию можно провести, определив временные масштабы  $\tau_{\text{МНД}}$  и  $\tau_{\Lambda}$ :

$\tau_{\text{МНД}} = a/(c_A^2 + c_s^2)^{1/2}$  – МГД время для проволочки радиуса  $a$ , в пределе больших и малых отношений магнитного и термодинамического давлений равно временам магнитного сжатия  $a/c_A$  и движения фронта разрежения к оси  $a/c_s$ ;

$\tau_\Lambda = m\rho c_s^2 \sigma / j^2$  – время, необходимое для омического ввода энергии сублимации  $\Lambda_{\text{sub}} \approx m c_s^2 (\rho - \text{число атомов в единице объема металла, } m - \text{масса атома})$ .

В них фигурируют: «холодная» скорость звука  $c_s = (2Z\varepsilon_F / 3m)^{1/2}$ , где  $Z$  – валентность металла,  $\varepsilon_F = \hbar^2(3\pi^2 Z\rho)^{2/3} / 2m_e$  – энергия Ферми свободных электронов; альвеновская скорость магнитного звука на поверхности металла:  $c_A = (2I/c a) / (4\pi m\rho)^{1/2}$ . Далее масштаб  $\tau_{\text{MHD}}$  будет браться как  $\max(a/c_A, a/c_s)$ .

Переход от преобладания сил магнитного поля тока к доминированию противоположных по направлению сил давления вещества связан с выполнением одновременно двух соотношений:  $c_A = c_s$  и  $\tau_{\text{MHD}} = \tau_\Lambda$ . Им отвечают значения плотности тока и радиуса

$$j_* = (m\rho)^{1/2} c_s^2 \sigma / c, \quad a_* = c^2 / c_s \sigma. \quad (1.1)$$

Это позволяет выделить такие области параметров разряда через проволочки:

- 1)  $c_A > c_s$  и  $a/c_A < \tau_\Lambda$  – преобладание магнитных сил сжатия при токах  $j < j_*$  в толстых проволочках с  $a > a_*$ ;
- 2)  $c_A < c_s$  и  $a/c_s > \tau_\Lambda$  – обратная ситуация с преобладанием термодинамического давления в тонких проволочках;
- 3)  $c_A < c_s$  и  $a/c_s < \tau_\Lambda$  эквивалентны ограничениям сверху магнитного поля  $ja < (m\rho)^{1/2} c_s c$  и интенсивности джоулева нагрева  $j^2 / \sigma < (m\rho)^{1/2} c_s^2 / ac$ ;
- 4)  $c_A > c_s$  и  $a/c_A > \tau_\Lambda$  – аналогичные ограничения снизу.

Взрыв отвечает первым двум случаям. В первом из них (медленный взрыв) сжатие жидкого металла обгоняет ввод в него тепла, кумулируя введенную энергию. Во втором случае (быстрый взрыв) расширение металла происходит возле поверхности, а центр может быть перегрет выше кипения, и в объеме способен начаться бурный рост зародышей пара. Из-за скорого расширения, или, наоборот, медленного сжатия, взрыв невозможен в третьем и четвертом случаях.

Вторая из формул (1.1), взятая как  $a_*^2 \sigma / c^2 = a_* / c_s$ , представляет равенство гидродинамического времени  $\tau_{\text{MHD}}$  и масштаба  $\tau_s = a^2 \sigma / c^2$  диффузии магнитного поля в объем проволочки. Поэтому величина  $a/a_*$  характеризует отношение этих времен. В быстром разряде имеется два способа реализации условия  $a/c_s > \tau_s$ : при  $\tau_s < \tau_\Lambda < a/c_s$  и при  $\tau_\Lambda < \tau_s < a/c_s$ . В первом из них поле и ток быстро проникают в металл, и взрыв развивается по описанному сценарию с объемным выделением джоулева тепла. Во втором случае (скиновый режим), кроме локализации тепловыделения в скин-слое, требуется еще и достаточное магнитное поле  $\sim I/a > (m\rho)^{1/2} c c_s$ . В медленном взрыве  $a/c_A < \tau_s$  также имеются аналогичные возможно-

сти  $a/c_A < \tau_s < \tau_\Lambda$  и  $a/c_A < \tau_\Lambda < \tau_s$ , но плотность тока мала для возникновения скин-режима. Отметим связь первой из этих ситуаций с возможностью МГД сжатия твердого металла. При этом ввод энергии  $\varepsilon = C_0 T$  ( $C_0$  обозначает почти одинаковые удельные теплоемкости  $C_v \approx C_p \approx 3$ ) ограничен нагревом ниже температуры плавления, и взамен  $\tau_\Lambda$  следует использовать время  $\tau_\varepsilon = \rho \varepsilon \sigma / j^2$ . Условия такого сжатия реализуются при больших токах  $I > (c^3 / \sigma)(\pi m \rho)^{1/2} \approx 10$  МА и достаточно ограниченных магнитных полях  $B \sim I/a < \pi c(3\rho T_m)^{1/2}$ . Требуемое магнитное давление менее 100 кбар обеспечивается при радиусе проводника более 1 см.

Для инерциального синтеза, где используется быстрый взрыв в объеме металла, соответствующая цепочка процессов "холодного старта" пока не анализировалась. Существующая концепция приведена в книге [4], а эмпирическая картина представлена в обзоре [6]. Для последующего рассмотрения важную роль играет работа [7], где проведено математическое моделирование ввода энергии в проволочку. Оно охватило процессы нагрева вольфрама, его плавления и образования жидкости. Важно, что использованное в [7] уравнение состояния учитывало метастабильность: ныне место ранних представлений о волне испарения [8] заняли механизмы взрыва, связанные с кинетикой метастабильных состояний. Так, в работе [9] ведущая роль отведена перегретой жидкости, а в недавней концепции фазового взрыва [10] – фазе переохлажденного пара, возникающего на поверхности проводящей жидкости в магнитном поле тока.

## 2. Формулировка задачи

Рассмотрим электрический разряд через тонкую металлическую проволочку радиуса  $a$  в вакууме, служащей нагрузкой цепи, описываемой уравнением

$$c^{-2}L\dot{I} + RI = V.$$

В начале процесса, когда на конденсаторе напряжение  $V$  почти неизменно, а омическое напряжение на нагрузке  $RI = V$  мало, ток растет по закону

$$I \approx \dot{I}_0 t, \quad \dot{I}_0 = c^2 V_0 / L$$

линейного роста со временем (индексом 0 отмечены начальные значения, отвечающие нулевому давлению в металле). Типичным для лабораторных установок  $c^{-2}L = 1$  мкГн и  $V_0 = 20$  кВ отвечает  $\dot{I}_0 = 20$  А/нс. После квазистационарного проникновения магнитного поля ток однородно, с плотностью  $j = I / \pi a^2$ , заполняет сечение проводника. Время диффузии поля в металл определяется про-

водимостью, подчиненной при сверхдебаевских температурах закону Блоха-Грюнайзена  $\sigma \sim \rho / T$ . В начале нагрева, когда он еще невелик, толщина скин-слоя  $\approx c(t/4\pi\sigma_0)^{1/2}$ , и время проникновения тока  $\sim 1$  нс для проводника радиуса  $a_0 \sim 10$  мкм (приняты:  $T_0 = 0.03$  эВ,  $\rho_0 = 7 \cdot 10^{22}$  см<sup>-3</sup>,  $\sigma_0 \approx 10^{17}$  1/с). Таково же и время  $a_0/c_s$  установления термического расширения металла, причем  $c_s \approx c_0$  – скорость звука в металле в нормальном и холодном состояниях. По завершении этих процессов можно построить простую модель нагрева проволоочки и на основе ее решения проанализировать процессы плавления и образования метастабильных фаз металла.

Анализируя нагрев, можно пренебречь теплопроводностью: оценка по Видеману-Францу ее коэффициента  $\kappa = \pi^2 \sigma T / 3c^2 \approx 7 \cdot 10^{22}$  см<sup>-1</sup>с<sup>-1</sup> говорит о том, что за типичное время  $\tau_0 \approx 10$  нс ее влияние остается локализованным в значительно меньших радиуса проводника масштабах  $\approx (\kappa\tau_0/C_0\rho_0)^{1/2} \approx 1$  мкм. Еще ниже роль излучения, так что при однородно распределенном токе можно поставить следующую задачу:

$$\begin{aligned} \partial_t \rho + r^{-1} \partial_r (r \rho v) &= 0, & m \rho (\partial_t + v \partial_r) v &= -\partial_r p - 2\pi j^2 r / c^2, & (2.1) \\ \rho T (\partial_t + v \partial_r) s &= j^2 / \sigma; & r = 0: & v = 0, \quad \partial_r p = 0; & r = a: & v = \dot{a}, \quad p = 0 \end{aligned}$$

( $s$  – энтропия на один атом, имеющий массу  $m$ ,  $p$  – давление). Для давления можно взять модельное уравнение состояния Мю-Грюнайзена [11], представляющее его в виде суммы холодной (индекс 0 отвечает  $p = T = 0$ ) и тепловой составляющих:

$$p = m c_0^2 (\rho - \rho_0) + \Gamma C_v \rho T, \quad (2.2)$$

где  $\Gamma$  – параметр Грюнайзена ( $\approx 2$  в металле, в газе  $\Gamma = C_p/C_v - 1$ ); удельная внутренняя энергия записана в виде, применимом лишь в 1-фазной области. Условию  $p = 0$  на поверхности отвечает точная компенсация обеих компонент давления, что при свободном тепловом расширении в вакуум  $\rho_0/\rho - 1 = \alpha T$  равносильно выполнению закона Грюнайзена, записанного в форме  $\alpha m c_0^2 = \Gamma C_v$ .

Определим теперь, до каких пор в полном балансе напряжений можно игнорировать вклад сопротивления нагреваемой током проволоочки  $R = l/\pi a^2 \sigma \sim T/\rho a^2 \sim T$ . К моменту начала плавления омическое напряжение достигает значения  $R_m I_m \approx l T_{m0} \dot{I}_0 t_m / \pi a_0^2 \sigma_0 T_0 \approx \dot{I}_0 t_m / \pi a_0^2 \sigma_m$ , где  $\sigma_m$  – проводимость плавящегося металла. Наш подход верен при величине этого напряжения  $< V_0/3$ , что представляет собой ограничение скорости роста тока следующей комбинацией геометрических и теплофизических параметров проводника:

$$\dot{I}_0 < (V_0/l)^3 \pi a_0^2 \sigma_m^2 / [81 C_0 \rho_0 T_{m0} \ln(T_{m0}/T_0)].$$

Для взятых значений параметров и обычной в экспериментах длины  $l = 1$  см правая часть = 100 А/нс. Это заведомо выполнено при  $\dot{I}_0 = 20$  А/нс, но критического уровня правая часть достигает уже при  $l = 2$  см. Высокие значения  $\dot{I}_0$  обычно связаны с большими напряжениями (типичные для сильноточных генераторов  $c^{-2}L \sim 100$  нГн и  $V_0 \sim 1 \div 10$  МВ отвечают, в расчете на одну проволочку сборки,  $\dot{I}_0 = 0.1 \div 1$  кА/нс), и линейный рост тока описывает достаточно широкий диапазон условий.

Во всех дальнейших вычислениях будет рассматриваться линейно растущий ток  $I = \dot{I}_0 t$ , однородно протекающий по сечению проводника. Это весьма важно при рассмотрении процессов образования жидких метастабильных состояний: расчеты [7] показали, что именно так ведет себя ток при учете метастабильности в уравнении состояния: без ее учета ток в плавящемся металле распределяется неоднородно.

### 3. Нагрев металла в твердом состоянии

Поведение решения (2.1) на стадии нагрева грубо характеризуют зависимости вида

$$\rho = \bar{\rho}(t) = \rho_0 (a_0/a)^2, \quad v = \dot{a}r/a, \quad p = p_*(1 - r^2/a^2), \quad T = \bar{T}(t);$$

$$p_* = \bar{\rho} m \ddot{a} a / 2 + \pi j^2 a^2 / c^2, \quad C_0 \bar{\rho} \dot{\bar{T}} = (\rho_0 / T_0 \sigma_0) j^2 \bar{T} / \bar{\rho}.$$

При этом их пространственные распределения находятся в противоречии друг другу. Причина кроется в неучете конечности скорости распространения звуковых возмущений, связанных с неоднородным расширением нагреваемой проволочки. Далее эти эффекты разложения по параметру  $(a_0/c_0 \tau_0)^2 \alpha T$  (вместо сечения  $a_0^2$  взято его изменение при тепловом расширении металла, где  $\alpha$  – термический коэффициент расширения,  $T_m$  – температура плавления) рассматриваются в первом порядке.

Известные в термодинамике связи

$$dp/\rho = mc_s^2 (d\rho/\rho + \alpha T ds/C_p), \quad T ds = C_p dT - \alpha T dp/\rho$$

позволяют преобразовать уравнения (2.1). Если к тому же отбросить в уравнении нагрева малый эффект  $\sim \alpha^2$ , учесть закон Грюнайзена и использовать уравнение состояния (2.2) в уравнении движения, можно получить систему



$$\begin{aligned}
(\partial_t + v\partial_r)\ln \rho_0 / \rho &= r^{-1}\partial_r(rv) , \\
(\partial_t + v\partial_r)v &= c_0^2\partial_r[\ln \rho_0 / \rho - \alpha(T - T_0)] - 2\pi rj^2 / (mc^2\rho) , \\
(\partial_t + v\partial_r)\ln T / T_0 &= (\rho_0 / \rho)^2 j^2 / (C_0\rho_0 T_0\sigma_0) - \Gamma(\partial_t + v\partial_r)\ln \rho_0 / \rho .
\end{aligned} \tag{3.1}$$

Второе из этих уравнений, описывающее движение вещества, представляет динамическое обобщение закона термического расширения, который выполнен точно лишь на поверхности.

Решение системы (3.1) в первом порядке разложения можно искать в виде

$$\ln \frac{\rho_0}{\rho} \approx \frac{\rho_0}{\rho} - 1 = \frac{\rho_0}{\rho_*} \left( 1 + \delta \frac{r^2}{a^2} \right) - 1 , \quad v = \dot{a} \frac{r}{a} , \quad \frac{T}{T_*} = 1 + \theta \frac{r^2}{a^2} \tag{3.2}$$

(звездочка отмечает значения параметров на оси). Из первой пары уравнений найдем, что

$$\frac{\rho_0}{\rho_*} = \frac{a^2}{a_0^2} \left( 1 - \frac{\delta}{2} \right) , \quad \delta = \frac{a_0}{2c_0^2} \left[ \ddot{a} + 2\pi a_0 \frac{(I / \pi a_0^2)^2}{\rho_0 mc^2} \right] = \text{const} ,$$

а последнее из уравнений (3.1) определит температуру металла на оси проволочки:

$$\dot{T}_* / T_* = [(I / \pi a_0^2)^2 / \rho_0 C_0 T_0 \sigma_0] (\rho_0 a_0^2 / \rho_* a^2)^2 + \Gamma \dot{\rho}_* / \rho_* .$$

Нетрудно написать интеграл этого уравнения

$$\ln T_* / T_0 = (1 - \delta) \int_0^t [I / (\pi a_0^2)]^2 dt / \rho_0 C T_0 \sigma_0 - \Gamma (a^2 / a_0^2 - 1) .$$

Слабость, на фоне быстрого нагрева, изменения объема  $\alpha T_m \leq 1-2\%$  позволяет пренебречь последним членом. В итоге, используя линейный рост тока, найдем

$$T_*(1 + \Gamma\theta\alpha T_*) = T_0 \exp\{(t / \tau_{h0})^3\}, \quad \tau_{h0} = [3\rho_0 C_0 \sigma_0 T_0 / (\dot{I}_0 / \pi a_0^2)^2]^{1/3} .$$

Время  $\tau_{h0}$  ( $\approx 20$  нс для принятых параметров) служит мерой темпа нагрева твердого металла. Доля малого замедления темпа из-за расширения составляет лишь  $\approx \delta/3$ . Температура существенно растет, и вскоре по прошествии такого времени металл начинает плавиться.

Пространственное изменение температуры, согласно (3.2), определяется параметром  $\theta$ . Подстановка в (3.1) показывает для него

$$\dot{\theta} = \delta \dot{T}_* / T_* , \quad \theta = \delta \ln(T_* / T_0) \approx \delta (t / \tau_{h0})^3 .$$

Согласно (3.2), из-за конечного времени распространения, постепенное снижение плотности твердого металла в ходе нагрева на поверхности идет быстрее, чем на оси. В результате плотность оказывается немного выше средней  $\bar{\rho}$  на

оси и ниже нее – на поверхности. Давление монотонно спадает до нуля на поверхности, но температура из-за эффекта усиления джоулева нагрева расширением, наоборот, немного растет вдоль радиуса проволоочки. Это позволяет вычислить значение  $\delta$ .

Нуль давления на поверхности отвечает равновесному тепловому расширению металла  $\rho_0/\rho_* - 1 + \delta = \theta\alpha T_*$ . Иначе,  $(a/a_0)^2 - 1 \approx \alpha(T_* - \delta/2\alpha)$ . Постоянный сдвиг температуры, связанный с  $\delta$ , означает справедливость решения (3.2) лишь по окончании некоторой переходной стадии начала нагрева. Он не влияет на вычисления скорости и ускорения. Отсюда, спустя достаточное время, имеем

$$\dot{a} = \frac{\alpha \dot{T}_* a_0}{2}, \quad \ddot{a} = \frac{\alpha \ddot{T}_* a_0}{2}, \quad \ddot{T}_* = \dot{T}_* \left( \frac{\dot{T}_*}{T_*} + 2 \frac{\dot{I}}{I} \right) \approx \left( \frac{\dot{T}_*}{T_*} \right)^2 T_* , \quad \frac{\dot{T}_*}{T_*} \approx \frac{(I / \pi a_0^2)^2}{\rho_0 C_0 T_0 \sigma_0}.$$

Фигурирующее здесь ускорение, равное

$$\ddot{a} \approx [(I / \pi a_0^2)^2 / (\rho_0 C_0 T_0 \sigma_0)]^2 \alpha T_* a_0 / 2 ,$$

позволяет вычислить параметр  $\delta$ , определяющий пространственное изменение плотности и температуры. На стадии интенсивного нагрева, когда ток достигает плотности  $I / \pi a_0^2 > C T_0 \sigma_0 [4\pi\rho_0 / (\alpha m c^2 T_*)]^{1/2}$ , инерционный вклад в  $\delta$  превалирует над магнитным, и расширение становится равноускоренным:

$$\delta = \ddot{a} a_0 / 2c_0^2 = \alpha \ddot{T}_* (a_0 / 2c_0)^2.$$

Поэтому спустя некоторое время  $t_0$  нагрев металла можно описать зависимостью вида

$$T_* = T_*(t_0) \{1 + 6t_0(t - t_0) / \tau_{h0}^2 + 18[t_0(t - t_0) / \tau_{h0}^2]^2\}.$$

Проиллюстрируем эту ситуацию на примере самого тугоплавкого из металлов – вольфрама. В этом случае температура  $T_*$  достигает значения, необходимого для начала плавления, в момент  $t_m = \tau_{h0} (\ln T_{m0}/T_0)^{1/3} \approx 30$  нс; соответствующий ток  $I_m = 600$  А имеет плотность  $j_m = 2 \cdot 10^8$  А/см<sup>2</sup>. Магнитный вклад в давление становится ниже инерционного в середине стадии нагрева при плотности тока  $> 10^8$  А/см<sup>2</sup>, или, иначе, при напряженности электрического поля в металле  $> 1$  кВ/см (типичная длина проволоочки равна 1 см). Выбрав  $t_0$  после этого момента, всегда можно сделать магнитное давление малосущественным. В нашем примере его величина  $\approx 1$  кбар отвечает магнитному полю на поверхности 120 кГс. Инерционное давление в момент  $t_m$  оказывается на порядок выше. Ему отвечают ускорение  $10^{12}$  см/с<sup>2</sup> и скорость расширения  $\approx 10^3$  см/с. Буквенные выражения последних оценок  $\alpha T_m a_0 / 2 \tau_{h0}^2$  и  $\alpha T_m a_0 / \tau_{h0}$  содержат время

$$\tau_{hm} = T_{m0} / \dot{T}_*(t_m) = \tau_{h0} (\ln T_{m0} / T_0)^{-2/3} / 3$$

( $\approx 3$  нс), характеризующее скорость нагрева на данном этапе. Нагрев наиболее интересен вблизи и в период плавления. Взяв  $t_0 = t_m - \tau_{hm} = t_m [1 - 1/(3 \ln T_{m0}/T_0)]$ , получим оценку меры пространственной неоднородности распределений плотности и температуры

$$\delta \approx (a_0 / 2c_0 \tau_{hm})^2 \alpha T_{m0} .$$

В нашем случае  $\delta \approx 10^{-2}$  мало, но, несмотря на это, имеет место важная далее неоднородность температуры.

#### 4. Смена нагрева твердого металла плавлением

Температура плавления, зависящая от давления, оказывается монотонно спадающей от оси до поверхности проволоочки. Используя уравнение Клапейрона-Клаузиуса, для нее напишем

$$T_m(p) = T_{m0} + T'_m p , \quad T'_m = \Delta\rho_m / (\rho_{s0} \rho_{l0} \Delta s_m) \quad (4.1).$$

Здесь индексы  $s$  и  $l$  характеризуют твердую и жидкую фазы плавящегося металла,  $\rho_{s0}$  и  $\rho_{l0}$  – плотности фаз при  $p = 0$ , а  $\Delta\rho_m \approx 0.1\rho_0$  и  $\Delta s_m \approx 1$  – скачки соответствующих величин при переходе (скачок энтропии связан с удельной теплотой плавления  $T_m \Delta s_m$ ). Подставив сюда найденное выше выражение для давления, выраженное по (2.2), напишем условие достижения температуры плавления. Монотонность изменения ее профиля и кривизна, противоположная радиальной зависимости температуры металла, определяют закон движения границы  $r_m(t)$  области плавления металла от поверхности к оси проволоочки

$$T(r_m, t) = T_m(p(r_m, t)) . \quad (4.2)$$

Заметим отличие такого распространения от известной задачи Стефана: в данном случае джоулево выделение тепла идет во всем объеме проводника, и наличие такого фронта вызвано лишь неоднородностью распределения входящих в условие (4.2) температур. Поэтому скорость фронта, как нематериальная по ее сути фазовая скорость волны, может иметь любые значения. Что же касается собственно процесса плавления, то он, начинаясь в областях, пограничных между соседними кристаллическими зёрнами, связан с обычным дозвуковым распространением многочисленных локальных фронтов фазового перехода.

Подставив зависимости (3.2) в (4.2), найдем закон движения переднего фронта плавления

$$\theta(1 - \Pi)[1 - (r/a)^2] = 1 + \theta - T_{m0}/T_* \approx \tau/\tau_{h0}$$

Постоянный параметр  $\Pi = T'_m p_* / T_* \theta \approx \Gamma C_0 \rho_0 \Delta \rho_m / \rho_{s0} \rho_{i0} \Delta s_m$ , определяющий изменение температуры плавления в сечении проводника, меньше 1 для всех металлов. Скорость фронта определяется из выражения

$$2(1 - \Pi) \frac{r_m}{a} \left( -\dot{r}_m + \dot{a} \frac{r_m}{a} \right) \approx \frac{a T_{m0} \dot{T}_*}{T_*^2 \theta}$$

и зависит от введенного выше времени нагрева. В силу того, что  $T_* \approx T_{m0}$  и  $\theta \approx \theta_m = \delta \ln T_{m0} / T_0$ , она оказывается  $\sim a_0 / \tau_{m*}$ , где  $\tau_{m*} \approx \delta \tau_{hm} \ln T_{m0} / T_0$  служит временем распространения фронта плавления по проводнику. При высоком значении параметра  $\dot{I}_0 / a_0^2$  она легко становится гораздо выше скорости звука.

Таким образом, по истечении времени  $t_m = \tau_{h0} (\ln T_{m0} / T_0)^{1/3}$  сечение проводника делится движущимся фронтом плавления на две части: внутренняя область незавершившегося нагрева твердого металла  $0 < r < r_m$ , где остается справедливым найденное выше решение, и область начавшегося образования жидкости  $r_m < r < a$ . Полное время распространения фронта плавления очень коротко:  $\tau_{hm} \approx 0.1$  нс гораздо меньше времен любых процессов, включая ввод энергии в ходе плавления и распространение звука.

Плавление в нашем случае специфично тем, что жидкая фаза, образующаяся с объемной долей  $X = (\rho_s - \rho) / \Delta \rho_m$ , не имеет возможности расширяться внутри проволоочки. Реально это означает необходимость компенсации расширения внутреннего расплава дополнительным сжатием как твердой, так и жидкой фаз металла. На поверхности же, где давление постоянно равно нулю, идет обычное изобарическое плавление. Переход от одного типа плавления к другому постепенно происходит во внешней части  $r_f < r < a$  области расплава  $r_m < r < a$ . Разделяющий их фронт расширения  $r = r_f$ , возникнув с началом плавления на границе металл–вакуум, будет распространяться в глубь проводника. Его природа родственна слабому разрыву газодинамической волны разрежения, движущемуся со скоростью звука, но затраты тепла на плавление замедляют его.

Анализ, проведенный в разделе 3, свидетельствует о малом проявлении неоднородности плотности в процессе нагрева проводника. В первом приближении параметры металла, быстро плавящегося изохорически в области  $r_m < r < r_f$ , распределены однородно: плотность  $\rho = \rho_m$ , достигнутая к началу плавления металла, постоянна, а температура  $T = T_m(\rho_s)$  возрастает. Учет их слабого радиального изменения нужен лишь для определения направления распространения фронта плавления от поверхности к оси. Существенно сильнее плотность меняется в ходе самого плавления в зоне за фронтом расширения. Но и здесь оно не

столь велико: параметр  $\delta_m = \Delta\rho_m/\rho_m \approx 0.1$ . В той же мере по сравнению со звуком мала и скорость движения вещества. Это позволяет в уравнениях (3.1) для любой области плавления металла не учитывать конвективные инерционные члены. Также, в них можно опустить магнитные силы и принять, что вдоль кривой плавления  $dp = c_m^2 d\rho_s$ ,  $\rho_s = \rho + X\Delta\rho_m$ . Кроме того, уравнение баланса энтропии требует усреднения проводимости расплава:  $\sigma = \sigma_s - X\Delta\sigma_m$ . В силу того, что  $\sigma_s \sim \rho_s/T_m$  и  $\Delta\sigma_m \sim \Delta\rho_m/T_m$ , имеет место поведение  $\sigma \sim \rho/T_m$ . В итоге система (3.1) переписывается как

$$\partial_t \rho + \rho_m \partial_r v = 0, \quad \rho_m \partial_t v = -c_m^2 \partial_r (\rho + X\Delta\rho_m), \quad \rho \partial_t s = \frac{j_m^2}{T_m \sigma_m} (1 + \delta_m X). \quad (4.3)$$

Здесь, в пределах точности модели, взята постоянная плотность тока  $I/\pi a^2 = j_m$  и учтена слабость, в начале плавления, влияния цилиндрической геометрии. Параметр  $c_m \approx 10^5$  см/с служит скоростью звука, вычисленной вдоль кривой фазового перехода, а  $T_m$  и  $\sigma_m$  – фиксированные значения температуры  $T_m(\rho_m)$  и проводимости  $\sigma_m \sim \rho_m/T_m(\rho_m)$ .

Вычислим теперь изменение энтропии в левой части последнего из уравнений (4.3). Примем допущение, что в ходе движения вдоль кривой фазового перехода скачки  $\Delta\rho_m$  и  $\Delta s_m$  не меняются. Тогда в обеих областях плавления

$$d\rho = d\rho_s - \Delta\rho_m dX, \quad ds = ds_s + \Delta s_m dX. \quad (4.4)$$

Для связи  $\rho_s$  и  $T_m$  воспользуемся правилом Линдемана  $T_m \sim \omega_D^2 \rho_s^{-2/3}$ . Выразим в нем дебаевскую частоту  $\omega_D \sim c_s \rho_s^{1/3}$  и скорость звука  $c_s \sim \rho_s^{1/3}$  (запись по формуле Бома-Стайвера через энергию Ферми). Итог этих преобразований  $T_m \sim \varepsilon_F \sim \rho_s^{2/3}$  позволяет записать изменение энтропии твердой фазы, содержащееся во втором из уравнений (4.4), в виде

$$ds_s = \left( C_0 - \alpha_s T_m / \rho_s T_m' \right) dT_m / T_m \approx 2C_0 d\rho_s / 3\rho_s$$

(для упрощения использована малость поправки к теплоемкости, вытекающая из ее оценки  $\approx (\rho_{s0}\rho_{t0}\Delta s_m / \rho_s \Delta\rho_m)\alpha_s T_m \approx \alpha_s T_m / \delta_m \approx 0.1 \ll C_0 = 3$  на основе (4.1)). Подставляя это выражение в (4.4), получим следующую форму уравнения баланса энтропии:

$$\partial_t \rho + \left( \Delta\rho_m + \frac{3(\rho + X\Delta\rho_m)\Delta s_m}{2C_0} \right) \partial_t X = \frac{3j_m^2}{2C_0 T_m \sigma_m \rho} \left( 1 + \frac{\Delta\rho_m}{\rho} X \right).$$

Малый параметр  $\delta_m$  позволяет линейризовать его, после чего уравнения (4.3) примут вид

$$\partial_\tau \tilde{\rho} + \partial_r v = 0, \quad \partial_\tau v = -c_m^2 \partial_r (\tilde{\rho} + \delta_m X), \quad \partial_\tau (\tilde{\rho} + \eta X) = \Omega(1 + \delta_m X - \tilde{\rho}),$$

где  $\tau = t - t_m$  и

$$\tilde{\rho} = \rho / \rho_m - 1, \quad \eta = \delta_m + 3\Delta s_m / 2C_0, \quad \Omega = 3j_m^2 / 2C_0 \rho_m T_m \sigma_m.$$

Рассмотрим теперь область квазиизохорического фазового перехода  $r_m < r < r_f$ . Строго полагая здесь процесс плавления изохорическим, а выделение тепла – однородным, имеем

$$\tilde{\rho} = v = 0, \quad \eta \partial_\tau X = \Omega.$$

Отсюда находим закон образования жидкой фазы

$$X = \Omega \tau / \eta = 3j_m^2 \tau / [(2C_0 \delta_m + 3\Delta s_m) \rho_m T_m \sigma_m] \approx \tau / \tau_{VM},$$

куда вошло время полного плавления металла в изохорическом режиме

$$\tau_{VM} = \eta / \Omega \approx \rho_m T_m \sigma_m \Delta s_m / j_m^2. \quad (4.5)$$

К моменту же выхода фронта плавления на ось содержание жидкой фазы  $X$  в расплаве не превышает величину  $\approx 10\%$ . Отброшенные эффекты неоднородности температуры и плотности твердой фазы оказываются еще меньше ( $\approx 1\%$ ).

Перейдем теперь к исследованию области  $r_f < r < a$ , где плавление идет с расширением металла. Выделим часть полного решения, описывающую найденное однородное распределение параметров в области изохорического плавления:  $\rho = \rho_m + \tilde{\rho}(r, \tau)$ ,  $X = \bar{X}(\tau) + \tilde{X}(r, \tau)$ . Поиск остальной части решения в виде стационарной волны, бегущей к оси, ведет к обыкновенным дифференциальным уравнениям с независимой переменной  $\xi = r + u\tau - a_m$ :

$$u \partial_\xi \tilde{\rho} + \partial_\xi v = 0, \quad u \partial_\xi v = -c_m^2 \partial_\xi (\tilde{\rho} + \delta_m \tilde{X}), \quad u \partial_\xi (\tilde{\rho} + \eta \tilde{X}) = -2\tilde{\rho}.$$

В первом приближении в нем можно пренебречь влиянием расширения на джоулев нагрев металла. Тогда, пользуясь тем, что  $\tilde{\rho} = v = \tilde{X} = 0$  на фронте  $\xi = 0$ , получим однородную алгебраическую систему

$$\tilde{\rho} u + v = 0, \quad (u^2 - c_m^2) \tilde{\rho} = c_m^2 \delta_m \tilde{X}, \quad \tilde{\rho} + \eta \tilde{X} = 0,$$

которая разрешима при

$$u = c_m \sqrt{1 - \delta_m / \eta}. \quad (4.6)$$

Учитывая значения параметров  $\eta \approx 1$  и  $\delta_m \approx 0.1$ , обнаруживаем околосвуковой тип распространения такого фронта. Это позволяет связать такой фронт смены режимов плавления с бегущей внутрь металла волной разгрузки, сопровождающейся расширением вещества до равновесной на поверхности плотности. Действительно, дополнительное сжатие, создаваемое в ходе изохорического плавления перед фронтом, реализуется через холодную (упругую) часть давления, иначе говоря, здесь возникает напряженное состояние металла.

Конкретный вид зависимости  $\tilde{X}(\xi)$ , определяющей распределения плотности и скорости плавящегося металла, найдем из граничного условия  $v|_{r=a} = \dot{a}$ . Подставив в него  $a(\tau) = a_m + \dot{a}_m \tau + \ddot{a}_m \tau^2 / 2 + \dots$ , заметим, что начальная скорость расширения поверхности металла может считаться пренебрежимо малой для последующего процесса: если за весь предшествующий нагрев расширение составило всего  $\approx 1\%$ , то в коротком фазовом переходе оно выросло на порядок. Поэтому имеет смысл рассмотреть равномерно ускоренное движение поверхности  $a(\tau) = a_m + g\tau^2/2$ , когда оказывается

$$v(\xi) = -u\tilde{\rho}(\xi) = \eta u \tilde{X}(\xi) = g\xi / u .$$

В этом случае полная доля жидкой фазы в расплаве равна

$$X = \bar{X}(\tau) + \tilde{X}(\xi) = (\Omega\tau + g\xi / u^2) / \eta ,$$

а длительность полного плавления металла на расстоянии  $r$  от оси составляет

$$\tau_{PM}(r) = \tau_{PMa} [1 + g(a_0 - r) / u^2], \quad \tau_{PMa} = \eta / (\Omega + g / u) .$$

На поверхности это время  $\tau_{PMa}$  всегда оказывается несколько короче времени  $\eta / \Omega \approx \tau_{hm}$  ввода тепла в проводник.

Фронт окончания процесса плавления  $X(r_M) = 1$  перемещается со скоростью

$$-\dot{r}_M = u^2 / g\tau_{PM} = \eta \tilde{X}(\xi) = u(1 + \Omega u / g) / \eta .$$

Скорость расширения поверхности к моменту завершения плавления равна

$$\dot{a}(\tau_{PMa}) = g\tau_{PM} = \delta_m u .$$

Отсюда находим значение ускорения

$$g = \frac{u\delta_m}{\tau_{PMa}} = \frac{\Delta_m \Omega c_m}{\eta \sqrt{1 - \delta_m / \eta}} \approx \frac{\delta_m}{\eta} \Omega c_m , \quad \tau_{PMa} \approx \eta / \Omega .$$

Численно оно оказывается  $\approx 10^{13}$  см/с<sup>2</sup>, отвечая скоростям расширения поверхности  $\approx 10^4$  см/с. В итоге получается, что время плавления равно

$$\tau_{PM}(r) \approx \tau_{PMa} [1 + \delta_m \Omega(a_0 - r) / \eta c_m] . \quad (4.7)$$

Обращает на себя внимание близость его и времени квазиизохорического плавления (4.5). В нашем примере оба времени (4.5) и (4.7) меньше 2 нс.

## 5. Плавление металла и образование метастабильных фаз

После выхода к оси фронта плавления объем проводника делится уже лишь на две области, различающиеся типом плавления. Температура, а с нею и давление, в каждой из этих областей имеют вид монотонных функций радиуса, медленно возрастающих при  $0 < r < r_f$  и быстро спадающих при  $r_f < r < a$ . Время плавления металла (4.5)  $\approx \sigma_m \rho_m T_m D s_m / j_m^2$ , почти одинаковое с (4.6), надо сравнить с временем движения фронта  $a_0/u$ . Подставив в первое из времен плотность тока  $j_m \approx \dot{I}_0 t_m / \pi a_0^2$  и время нагрева

$$t_m = \tau_{h0} (3 \ln T_{m0} / T_0)^{1/3} = [(3 \ln T_{m0} / T_0) \rho_0 C_0 \sigma_0 T_0 (\pi a_0^2 / \dot{I}_0)^2]^{1/3} ,$$

получим, что оба времени совпадают при условии, что

$$a_0^3 (\rho_m T_m \sigma_m \Delta s_m u) \approx (\dot{I}_0 \tau_{hm} \ln T_{m0} / T_0)^2 .$$

Подставив сюда  $\rho_m \approx \rho_0$  и  $T_0 \sigma_0 \approx T_m \sigma_m$ , найдем критическое значение радиуса

$$a_1 \approx (C_0 \dot{I}_0 \ln T_{m0} / T_0)^2 / [\rho_m T_m \sigma_m (u \Delta s_m)^3] . \quad (5.1)$$

При радиусе  $a > a_1$  фронт расширения приходит на ось раньше окончания плавления, в противном случае интенсивный удельный ввод энергии оказывается достаточен для опережающего плавления металла на оси. При найденной выше скорости фронта  $u \approx c_m$  и выбранных параметрах нагрузки и цепи тока границе отвечает  $a_1 \gg 70$  мкм.

Эта оценка, однако, получена на основе решения, справедливого лишь в начале плавления. В дальнейшем возможно ускорение фронта разгрузки по мере приближения к оси. Оно вызвано неустойчивостью фронта: локальное понижение давления, возникающее перед фронтом, ведет к процессу разгрузки окружающего вещества, сжатого ранее в ходе изохорического плавления. Этому же содействует эффект повышения плотности джоулевых потерь в расширяющемся металле. Физически допустимы значения скорости фронта расширения (4.6), ограниченные изэнтропической скоростью звука  $c_s \approx c_0$ . Это позволяет снизить в  $(c_0/c_m)^3 \approx 10$  раз данную выше оценку критического радиуса  $a_1$  до  $\approx 10$  мкм.



Радиус  $a_1$  определяется параметром скорости роста тока, характеризующим данную установку, и физическими свойствами проводника. Он оказывается тем выше, чем хуже проводимость и ниже плотность металла, так что лишь достаточно толстые плохие проводники могут быть взорваны тем же способом, что и хорошо проводящие металлы. В случае тугоплавких металлов отсюда следует возможность более раннего, чем взрыв, пробоя окружающих паров, наблюдающегося во многих экспериментах [4,6]. Поэтому этот радиус важен, прежде всего, для установок с низкими, типа нашего примера, значениями  $\dot{I}_0$ , для разрядов же в диодах высоковольтных диодах ( $\dot{I}_0 \sim 1$  кА/нс) он обычно слишком велик.

Выход на ось волны разгрузки существенно меняет характер процесса: расширение охватывает все сечение проволоки. Происходит отражение волны расширения от оси, вблизи оси формируется область слабого пространственного изменения параметров, граница которого бежит в сторону поверхности проводника. В том случае, когда радиус  $a_0 > a_1$ , в плоскости термодинамических состояний возможен такой процесс эволюции, когда траектория, двигаясь вдоль кривой плавления в направлении бинодали (минуя, в противоположность процессу изохорического плавления, область нормальной жидкости) постепенно достигает кривой равновесия фаз. Такой ход фазового превращения делает возможным непрерывный переход плавящегося металла в область метастабильной жидкости. Напротив, при докритических значениях радиуса  $a_0 < a_1$  имеет место раннее образование нормальной жидкости. Динамика взрыва проводника резко различается в этих двух случаях.

Напомним здесь еще раз связь предположения об однородности распределения по сечению тока с возникновением метастабильных состояний жидкости. Ниже дается попытка единообразного рассмотрения этих процессов в связи со структурой фазовой области, прилегающей к бинодали.

В случае проволоки сверхкритического радиуса  $a_0 > a_1$  волна разгрузки успевает отразиться от оси до завершения плавления. Сжатие твердой фазы, идущее вдоль кривой перехода, составляет величину  $\rho_s - \rho_0 < \Delta\rho_m \approx 0.1\rho_0$ , а соответствующие максимумы температуры и давления, согласно используемым уравнениям Ми-Грюнайзена (2.2) для состояния вещества и Клапейрона-Клаузиуса (4.2) для кривой фазового перехода, равны  $T(\rho_s) = T_{m0} + mc_0^2 T'_m \Delta\rho_m$  и  $p_{\max} = mc_0^2(\rho_s - \rho_0) + \Gamma C_v \rho_s T(\rho_s)$ . В итоге давление, в случае тугоплавкого металла, может превысить 100 кбар. С отражением волны разгрузки от оси начинается его понижение. В ходе него фазовая точка движется вдоль кривой плавления в

сторону бинодали, попадая с окончанием плавления в метастабильную область растянутой жидкости. В области наибольшего растяжения жидкости отрицательное давление можно оценить из условия его равновесия с поверхностным натяжением на границе пор. Минимально возможные радиус пор  $b_{\min} \approx \gamma/p_{\text{sub}} \sim 1 \text{ \AA}$  и отрицательное давление оценим по параметрам сублимации  $p_{\text{sub}} \approx \rho_{\text{sub}} \Lambda_{\text{sub}}$ . Это дает  $p_{\min} \approx \gamma/2b_{\min} \geq 10$  кбар. Далее возникают колебания давления и других параметров состояния, впервые полученные в расчетах [7] (в примере с вольфрамовой проволочкой диаметра 15 мкм там найдены перепады давления от 120 до  $-40$  кбар). Их период отвечает времени распространения звука  $2a/c_s$ . Максимальная скорость, достигаемая в ходе развития пор, определяется величиной  $(p_{\max}/m\rho)^{1/2} \sim 10^5$  см/с, а радиус  $b_{\max} \approx (a/c_s)(p_{\max}/m\rho)^{1/2} \sim 1$  мкм. Рост пор увеличивает радиус зерна, давление снижается, а размах колебаний затухает.

Плотность в состоянии наибольшего растяжения жидкости  $\rho > \rho_{\text{sub}} \approx 0.1\rho_0$  отвечает почти вдвое большему среднему межатомному расстоянию, нежели в нормальной среде. Однако равномерное разрыхление жидкости не столь выгодно энергетически. В условиях обилия дефектов слияние двух соседних вакансий создает пору с объемом в 2, а поверхностью в  $2^{2/3}$ , раза больше. Это ослабляет капиллярное давление в  $2^{1/3}$  раза, ведя к слиянию и укрупнению малых пор. В итоге возникает пористая среда типа растянутой жидкости. Ее можно представлять как нормальную жидкость с полостями, релаксационные свойства которой можно моделировать уравнением Рэлея

$$m\rho(b\ddot{b} + 3\dot{b}^2/2) + 2\gamma/b - nT = -p, \quad (5.2)$$

где  $nT$  представляет давление пара, постепенно накапливающегося в полости, что ослабляет капиллярный эффект. Плотность пара определяется кинетическим уравнением

$$\dot{n} = (\rho e^{-U/T} - n) / \tau_{ev}, \quad (5.3)$$

куда входят энергия активации  $U$  и время  $\tau_{ev}$  процессов испарения и конденсации. В интенсивных процессах испарения время  $\tau_{ev} \sim 10$  нс оказывается в случае взрыва тонкой проволочки сравнимо с периодом вынуждающих колебаний давления  $\sim a/c_s$ .

Такая запись уравнений предполагает усреднение свойств растянутой жидкости в масштабах среднего расстояния и времени распространения звука между порами. Используемое здесь представление о метастабильной жидкости как о непрерывной среде, содержащей полости, отвечает современной концепции ме-

тастабильных состояний [12]: по мере движения к спинодали появляются фрактальные свойства, подобные возникающим вблизи критической точки.

Масштаб среднего расстояния  $\sim n_b^{-1/3}$  связан с плотностью пор через долю объема  $X = \rho / \rho_l$ , занимаемую плотной фазой:  $1 - X = (4\pi b^3/3)n_b$ . В меньших масштабах на движение пор успевает реагировать лишь непосредственно окружающая их плотная жидкость, и в уравнения (5.2), (5.3) вместо  $\rho$  и  $p$  должны войти параметры на границе областей плавления и испарения: плотность  $\rho_l$  и давление  $p_l = mc_0^2(\rho_l - \rho_0) + \Gamma C_v \rho_l T$ . Эти процессы, важные лишь сразу по завершении плавления, когда  $n = 0$ , препятствуют развитию пор. Вследствие быстротечности ими можно в дальнейшем пренебречь. Затем по инерции продолжающегося расширения жидкость попадает в область небольших растяжений. Здесь уравнение состояния (2.2) можно представить как результат 2-фазного усреднения  $p = p_l X + mc_0^2 \rho_0 (1 - X)$ , где коллективное влияние пор описывается отрицательной (упругой) второй частью. В процессе роста пор за время  $\sim a/c_s$  в их объем поступает вещество, испаренное со стенок. Давление  $nT$ , малое в первых циклах колебаний, позже, с выходом за время  $> \tau_{ev}$  на насыщение  $n = \rho \exp(-U/T)$ , сравнивается с капиллярным. Здесь процесс переходит в область перегретой жидкости с всегда положительным давлением, и поры превращаются в пузыри пара, подобные тем, что образуются в объемно вскипающем металле. Интересна также возможность резонансных явлений в области размеров пор  $b \approx (a/c_s)^{2/3} (\gamma/m\rho)^{1/3}$ .

Перейдем к проволочкам докритического радиуса  $a_0 < a_1$ . Это – случай более высокой интенсивности джоулева нагрева: с ростом  $\dot{I}_0$  увеличивается критический радиус, и все более тонкие проволочки взрываются в этом режиме. С приходом фронта волны расширения на ось здесь в зависимости от радиуса возможны две различные ситуации: 1) при весьма высокой интенсивности нагрева очень тонких проволочек  $a_0 < a_2 < a_1$  фазовая траектория жидкости на оси попадает в область выше критической температуры, минуя область 2-фазных состояний; 2) при  $a_2 < a_0 < a_1$  нагрев более умерен, и фазовая траектория достигает бинадали. В этом, последнем, случае из-за сдерживания расширения внешними слоями образуется перегретая жидкость, и возникают условия объемного вскипания и вызванного им резкого расширения. Динамика возникающих паровых пузырей вновь описывается уравнением (5.2), а кинетическое уравнение (5.3) можно свести к условию насыщения. Это сближает между собой случаи  $a_0 > a_1$  и  $a_2 < a_0 < a_1$ .

Оценка  $a_2$  получается подобно  $a_1$  сравнением времени нагрева жидкости до критической температуры  $T_C$  со временем расширения:

$$a_2 \approx (\rho_0 C_0 T_0 \sigma_0 \dot{I}_0 \ln T_{m0}/T_0)^2 / [C_v \rho_i T_C \sigma_i c_s]^3 \approx a_1 [(\rho_0 T_0 \sigma_0) / (C_v \rho_i T_C \sigma_i)]^3. \quad (5.4)$$

В первую очередь здесь сказывается отношение температур  $(T_0/T_C)^3$ , обычно составляющее  $\sim 10^{-6}$ . Поэтому данный радиус интересен только для разрядов в диодах высоковольтных генераторов. В общем случае область значений входящих параметров нагретой до критической температуры жидкости весьма велика, а также есть опасность выйти, из-за роста импеданса нагрузки, за рамки заданного изменения тока.

Все это касается процессов во внутренней области проволоочки. Конкуренцию им способны составить процессы, связанные с поверхностным испарением, усиливающимся по окончании плавления. Здесь определяющую роль играет метастабильная фаза типа непроводящего переохлажденного пара – механизм фазового взрыва [10]. Разлет продуктов такого взрыва сопровождается диспергированием жидкости, вследствие чего скорость процесса оказывается ниже скорости звука, и течение такого процесса оказывается несколько дольше, чем перегрев или сверхкритический нагрев жидкости вблизи оси. Поэтому, в случаях  $a_0 > a_1$  и  $a_2 < a_0 < a_1$  возможно комбинирование идущего извне фазового взрыва и процессов внутри жидкости. В результате возникает неоднородная структура разряда в виде внешней короны вокруг плотного ядра. В случае же наиболее интенсивного ввода энергии в проволоочки радиуса  $a_0 < a_2 < a_1$  фазовый взрыв оказывается медленным процессом, и возникает плавное распределение плотности продуктов взрыва.

## 6. Следствия для пинчевых экспериментов с проволочками

Данных о состоянии и свойствах вещества ядра, возникающего наряду с короной в случае взрыва проволоочки  $a_0 > a_2$ , сегодня крайне мало. В частности, проведение расчетов затрудняет полная неясность путей протекания в нем тока. Из экспериментов с применением X-пинч-диагностики известно [13], что ядро представляет собой смесь пара и жидкости, имеющую пенообразную структуру. Снимки области взрыва, полученные тем же методом после окончания тока, показывают наличие вытянутых вдоль оси разряда структур, состоящих из малых капель. Эти структуры напоминают картину фрактальных нитей [14], полученную с помощью техники электронной микроскопии. Анизотропия структур здесь объясняется действием электрического поля. Заметим, что позднее состоя-

ние фрактальных кластеров в продуктах взрыва проволочек, впервые полученных в работе [15], хотя и не соответствует интересующей нас стадии взрыва, все же может рассматриваться как память о сложной кинетике в процессе расширения паров металла.

Эти представления позволяют предложить представления о путях протекания тока в веществе зерна. В ходе формирования зерна по любому из двух указанных выше механизмов взрыва возникает состояние вещества в виде смеси жидкости и пара. Пузыри пара, растущие в ходе джоулева нагрева жидкости, постепенно заполняют большую часть объема зерна, увеличивая его размеры поперек оси. Это ведет к ячеистой структуре зерна: пленки несущей ток жидкости разделяют области почти непроводящего пара. Повышенное энерговыделение в пленках ведет к их распаду на отдельные капли в паре, приводя к формированию коррелированной структуры. Размер капель, не превышающий 1 мкм, снизу может достигать 1 нм – радиус  $\sim (e^2/\gamma)^{1/3}$ , отвечающий балансу капиллярных и электрических сил в миниатюрной капле сконденсировавшегося вокруг иона пара. Единственный способ поддержания здесь тока связан с пробоем пара между ближайшими металлическими каплями. В результате возникает сложная сеть соединяющих капли токовых нитей, развивающаяся внутри зерна вдоль его оси. В пределе можно считать, что она заключает в себе плазму, которая содержит все 1-кратно заряженные ионы пара, оставляя окружающий пар нейтральным. Толщина таких нитей определяется размерами  $b$  формирующих их капель, а длина  $l$  может существенно превысить длину  $l_0$  взорванной проволочек. В итоге возникает картина, схожая с данным выше описанием фрактальных нитей.

Электрическое сопротивление зерна в такой модели представляет сопротивление системы токовых нитей. Пренебрегая разветвлением нитей, рассмотрим систему в виде цепи  $N$  параллельных токов отдельных нитей. Переносимый в зерне ток  $I_c$  пронизывает лишь часть его сечения  $\pi a_c^2$ . В газе эта часть определяется средней концентрацией 1-кратно заряженных ионов  $\bar{Z}$ , практически то же верно и для смеси пара и малых металлических капель высокой проводимости. Поэтому  $Nb^2 = \bar{Z}a_c^2$ . Сопротивление типичной нити, плазма которой имеет проводимость  $\sigma$ , связано с полным сопротивлением зерна  $R_c$  как  $R = l/\pi b^2 \sigma = NR_c$ . Поэтому ток нити определяется сопротивлением  $R_c = l/\pi a_c^2 (\bar{Z}\sigma)$ , где выражение в скобках представляет среднюю проводимость вещества зерна, и напряжением, общим для короны и каждой нити зерна. В выражение тока, однородного в зерне,  $I_0$  вместо  $l$  войдет длина проволочек  $l_0$ . Отсюда, переносимый ток  $I_c$

отличается от такого однородного тока фактором ослабления  $f = I_c/I_0 = l_0/l$ . Для спиралевидной нити из геометрических соображений можно написать оценку  $f \approx b/a_c = (\bar{Z}/N)^{1/2}$ . Можно также учесть изменение числа нитей по мере ионизации пара, и в частности, полное слияние в единый канал тока при полной ионизации  $\bar{Z}=1$ . Простейшей связью  $N$  и  $\bar{Z}$  в этом случае служит степенной закон  $N = 1/\bar{Z}^s$  с показателем  $s > 0$ , когда фактор ослабления  $f \approx \bar{Z}^{(1+s)/2}$ .

Таким образом, в процессе ионизации плотного пара вещества ядра, содержащем мелкие капли жидкости, образуется случайная сеть плазменных нитей, связывающих отдельные капли. Оценки при  $s = 1$  показывают, что при радиусе ядра  $a_c = 50 \div 100$  мкм фактор ослабления  $f \approx \bar{Z} \approx 0.01$  при размерах капель  $b \approx 1$  мкм. Этому отвечает число нитей тока  $N \approx 100$ . В ходе эволюции такие каналы могут ветвиться и сливаться, и в результате проводимость среды распределяется подобно плотности в пене, проявляя свойства фрактальной геометрии. Размерность геометрии такого проводника должна изменяться в связи с долей нейтрального пара  $X_0 = X(1 - \bar{Z})$  от  $d \approx 1$  для системы тонких нитей до 3 для полной ионизации. Меньше 1 размерность стать не может, т.к. это приведет к обрыву нитей при замене плазменного участка нейтральным паром. Примером такого поведения может служить зависимость вида  $d = 2 + (1 - X_0)^{1/2} - X_0^{1/2}$ .

Заметим, что подобное развитие процесса ионизации, возможно, универсально. Оно может идти и в короне, где в ходе фазового взрыва металла также образуются капли и кластеры жидкости, а существенно меньшая плотность ускоряет превращение пара в плазму. Хотя все же, в короне отсутствуют специфические черты, связанные с более высокой степенью неидеальности плотной плазмы ядра. Далее, рамки данной концепции можно расширить, применив ее к плавно распределенной среде взрыва проволочек радиусов  $a_0 \sim a_2$ . Здесь ход ионизации пара в околоскритической области состояний тесно связан с возникновением заряженных электронных и ионных кластеров. Последние выступают в роли капель, участвующих в образовании тонких нитей тока. Поляризация образующих кластеры нейтральных атомов понижает потенциал ионизации, ведя к появлению металлических свойств: внутри плотных кластеров возникает зонная структура уровней валентных электронов. Заметим, что понижение порога ионизации лежит в основе перехода Мотта изолятор-проводник («ионизация давлением»). Проводимость в области параметров этого перехода обсуждается в работе [16].

## Заключение

Таким образом, в ходе электрического взрыва тонких проводников в разных условиях можно реализовать несколько видов метастабильных состояний: перегретая либо расширенная жидкость внутри вещества проволоочки, а вне проводника – пересыщенный пар. Механизмы их возникновения не альтернативны, а работают в сочетании друг с другом. Как следствие, возникает структура типа керн-корона. Только очень хорошие и тонкие проводники могут быть взорваны без образования такой структуры. Тем самым оказывается, что ни один из современных сценариев электрического взрыва проводников не может претендовать на исключительную роль исчерпывающего объяснения лежащих в основе взрыва процессов. Механизм фазового взрыва, наиболее универсальный среди них и полностью объясняющий поверхностные процессы формирования короны, по всей видимости, должен быть дополнен параллельно действующими внутри проводника механизмами объемного вскипания метастабильной (перегретой или расширенной) жидкости, ответственными за образование керна. Это – случай возникновения структуры типа «кern-корона». Альтернатива его – плавное распределение плотности вещества сверхкритически нагретого проводника, может быть реализована при очень интенсивном вводе энергии.

## Литература

1. R.V. Spielman, C. Deeney, G.A. Chandler et al. *Phys. Plasmas*. V. 5, p. 2105 (1998); C. Deeney, C.A. Coverdale, M.R. Douglas et al. *Phys. Plasmas*. V. 6, p. 2081 (1999); T.W.L. Sanford, R.E. Olson, R.L. Bowers et al. *Phys. Rev. Lett.* V. 83, p. 551 (1999); T.J. Nash, M.S. Derzon, G.A. Chandler et al. *Phys. Plasmas*. V. 6, p. 2023 (1999).
2. T. Mehlhorn. Invited paper on 30-th EPS Conference on Controlled Fusion & Plasmas. July 10, 2003. St. Petersburg.
3. S.V. Lebedev et al. *Phys. Rev. Lett.* V. 81, p. 4152 (1998); *ibid.* V. 85, p. 98 (2000).
4. В.А. Бурцев, Н.В. Калинин, А.В. Лучинский. Электрический взрыв проводников и его применение в электрофизических установках. Энергоатомиздат: 1990.
5. W.G. Chase, H.K. Moor, editors. *Exploding wires*. N.Y.: Plenum press. V.1, 1959; V.2, 1964; V.3, 1965; V.4, 1968.
6. А.И. Савватимский, С.В. Лебедев. *УФН*. Т. 144, с. 215 (1984).

7. С.И. Ткаченко, К.В. Хищенко, В.С. Воробьев, П.Р. Левашов, И.В. Ломоносов, В.Е. Фортов. *Теплофиз. выс. температур.* Т. 39, с. 728 (2001).
8. F.D. Bennet. *High temperature exploding wires.* In: *Progress in high-temperature physics and chemistry*, N.Y., Pergamon Press, 2, 1-63, 1968.
9. К.Б. Абрамова, В.П. Валицкий, Ю.В. Вандакулов, Н.А. Златин, Б.П. Перегуд. *ДАН СССР.* Т. 167, с. 778 (1966); К.Б. Абрамова, Н.А. Златин, Б.П. Перегуд. *ЖЭТФ.* Т. 69, с. 2007 (1975).
10. В.С. Воробьев, С.П. Малышенко, С.И. Ткаченко, В.Е. Фортов. Письма в ЖЭТФ, т. 75, с. 445 (2002); S.I. Tkachenko, V.S. Vorob'ev and S.P. Malysenko. *J. Phys. D: Appl. Phys.* **37**, p. 495 (2004).
11. Я.Б. Зельдович, Ю.П. Райзер. *Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений.* М.: Наука. 1966.
12. В.Г. Бойко, Ч.-Й. Могель, В.М. Сысоев, А.В. Чалый. *УФН.* Т. 161, с. 77 (1991).
13. D.H. Kalantar, and D.A. Hammer. *Phys. Rev. Lett.* V. 71, p. 3806 (1993); Г.В. Иваненков, А.Р. Мингалеев, С.А. Пикуз, В.М. Романова, В. Степневски В., Д. Хаммер, Т.А. Шелковенко. *ЖЭТФ.* Т. 114, с. 1216 (1998) [JETP **87**, 663, 1998].
14. А.А. Лушников, А.Е. Негин, А.В. Пахомов, Б.М. Смирнов. *УФН.* Т. 161, с. 113 (1991).
15. S.R. Forrest, T.A. Witten. *J. Phys. Ser. A*, v. 12, p. L109 (1979).
16. M.P. Desjarlais. *Contrib. Plasma Phys.* V. 41, No. 2-3, p. 267 (2001).