

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

**ФИЗИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ**



*имени  
П. Н. Лебедева*

**Ф И А Н**

ПРЕПРИНТ

В. РОЗАНОВ, Н. ЗМИТРЕНКО,  
Н. ПРОНЧЕВА, Р. ЯХИН

**28**

**ЗАКОН РОСТА ШИРИНЫ ЗОНЫ  
ПЕРЕМЕШИВАНИЯ: ЧИСЛЕННЫЕ  
РАСЧЕТЫ И АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ**

МОСКВА 2005

# **Закон роста ширины зоны перемешивания: численные расчеты и аналитическая модель.**

**В.Розанов<sup>1</sup>, Н.Змитренко<sup>2</sup>, Н.Прончева<sup>2</sup>, Р.Яхин<sup>1</sup>**

<sup>1</sup> *Физический институт им. П.Н.Лебедева, РАН, Москва, Россия*  
*rozanov@sci.lebedev.ru*

<sup>2</sup> *Институт Математического Моделирования, РАН, Москва, Россия*  
*zmitrenko@imamod.ru*

## **Аннотация**

Определению законов роста ширины зоны перемешивания, вызванного развитием неустойчивости Релея - Тэйлора (НРТ), посвящено большое количество экспериментальных и теоретических работ. Также имеется обширный материал по численному моделированию этого процесса с использованием 2D и 3D гидродинамических кодов. В частности, было проведено систематическое исследование задач о развитии неустойчивости Релея - Тэйлора и Рихтмайера - Мешкова с помощью численного кода NUT [1].

Имеется большое количество задач, для которых важным является предсказание ширины зоны перемешивания за конечное время развития с учетом ее зависимости от начальных условий.

Среди этих задач интересной и важной является задача устойчивого сжатия термоядерной мишени в проблеме инерциального синтеза. В ней начальные возмущения определяются симметрией и однородностью источника энергии (лазерные или ионные пучки, импульсные системы), однородностью и качеством изготовления самой камеры.

В данной работе будут проанализированы результаты расчетов двумерных задач о развитии НРТ с регулярным начальным спектром возмущений, а также будет предложена модель теории для описания данного процесса (определены законы роста зоны перемешивания). Часть результатов была представлена в работе [1].

## Введение.

С целью систематического исследования влияния разнообразных начальных условий на развитие турбулентности была принята следующая физическая постановка задачи. В двумерной области  $\{0 \leq x \leq L_x, z_{\min} \leq z \leq z_{\max}\}$  с размерами  $L_x=72\text{мм}$  и  $L_z= z_{\max}- z_{\min}=150\text{мм}$ ,  $z_{\min}=-100\text{мм}$ ,  $z_{\max}=50\text{мм}$  в начальный момент времени заданы постоянная температура и равновесные распределения плотностей и давления двух газов, находящихся в поле постоянной силы тяжести. В отсутствие возмущений поверхность раздела газов имеет координату  $z=0$ , выше нее, в области  $0 \leq z \leq z_{\max}$  расположен тяжелый газ, ниже, в области  $z_{\min} \leq z \leq 0$  – легкий. Ускорение силы тяжести  $g=9,8*10^{-5}\text{мм/мкс}^2$  направлено вниз (рисунок 1).

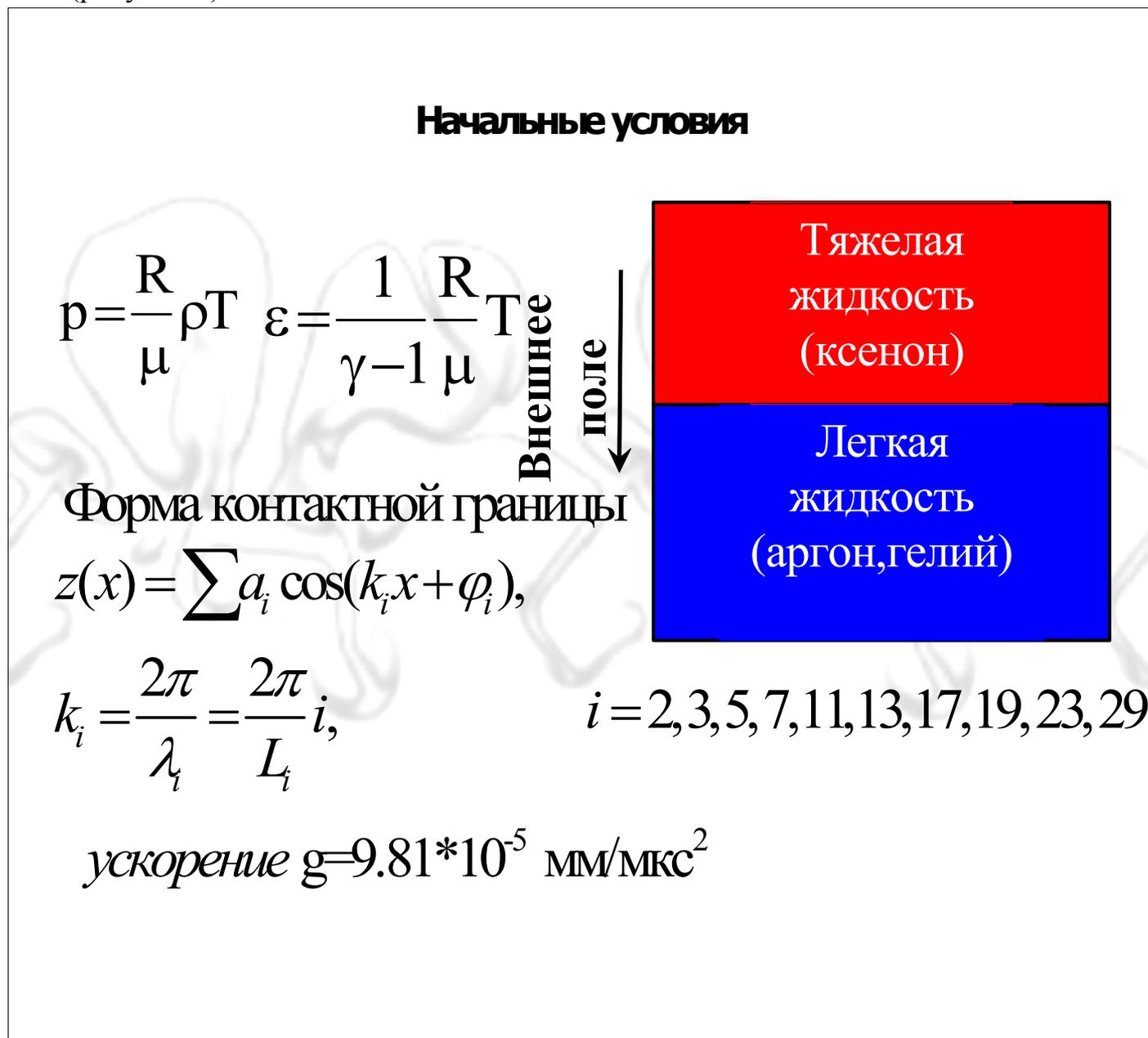


Рис.1. Постановка задачи.

Соответствующие распределения плотностей и давления имеют вид:

$$p_i(z) = p_0 \exp\left(-\frac{m_i g z}{k T_0}\right),$$

$$\rho_i = \rho_{0i} \exp\left(-\frac{m_i g z}{k T_0}\right),$$

где  $i=1$ - тяжелый газ,  $i=2$ - легкий газ,  $\rho_{0i}$  и  $p_0$ - плотность и давления газов на поверхности раздела,  $m_i$ - масса частицы газа,  $k$  - постоянная Больцмана. Значения молекулярных весов соответствуют двум выбранным парам газов: Хе-Ар и Хе-Не. Для нашей задачи имеем  $p_0=0,5$  атм,  $T_0=300$  °К,  $\rho_{01}=2,64 \cdot 10^{-3}$  г/см<sup>3</sup> (ксенон),  $\rho_{02}=8,07 \cdot 10^{-4}$  г/см<sup>3</sup> (аргон),  $\rho_{02}=8,07 \cdot 10^{-5}$  г/см<sup>3</sup> (гелий). Указанные вещества рассматриваются в программе NUT как идеальные невязкие газы с одинаковым показателем адиабаты  $\gamma=5/3$ . Отметим что, для выбранных физических условий сжимаемость газа будет оказывать влияние на динамику процесса: для тяжелого газа изменения давления с высотой достигают 25%. В приведенных исследованиях возмущения задавались в соответствии со следующей формулой для формы контактной поверхности:

$$z(x) = - \sum_{i=1}^n a_{0i} \cos(k_i x + \varphi_i). \quad (1)$$

Здесь  $i$  пробегает 6,8,10 значений по числу генерируемых мод,  $k_i=2\pi/\lambda_i$ - волновое число гармоники с длиной волны  $\lambda_i$ ,  $a_{0i}$ - амплитуда отдельного возмущения,  $\varphi_i$ -фаза. Длины волн в (1) выбирались из условия отсутствия в наборе гармоник кратных значений, для чего было принято следующее определение:

$$\lambda_i = L_x / p_i, \quad (2)$$

где  $p_i$ -  $i$ -тое простое целое число ( $p_i=2,3,..71$ ). Тем самым, диапазон значений длин волн определялся  $1,014 \leq \lambda_i \leq 36$  мм. Амплитуды  $a_{0i}$  в расчетах выбирались согласно одному из двух правил (две серии расчетов):

- 1)  $a_{0i} = \alpha_0 * \lambda_i / 4\pi$ ,  $\alpha_0 = \text{const}$ . В проведенных расчетах использовались следующие значения  $\alpha_0/2 = 0,2; 0,5; 0,8$ .
- 2)  $a_{0i} = a_0 = \text{const}$  (использовалось одно значение  $a_0 = 9/\pi$ ,  $L_0 = 18/\pi$ ).

Список и основные параметры расчетов задачи представлены в таблице.

таблица

№	N	ai
TF_RT01-AX	6	0.8/ki
TF_RT02-AX	8	0.8/ki
TF_RT03-AX	10	0.8/ki
TF_RT14-AX	6	9/π
TF_RT15-AX	8	9/π
TF_RT16-AX	10	9/π
TF_RT01-HX	6	0.8/ki
TF_RT02-HX	8	0.8/ki
TF_RT03-HX	10	0.8/ki
TF_RT14-HX	6	9/π
TF_RT15-HX	8	9/π
TF_RT16-HX	10	9/π
IM_RT1AX1	6	0.5/ki
IM_RT2AX1	8	0.5/ki
IM_RT3AX1	10	0.5/ki
IM_RT4AX1	6	0.5/ki
IM_RT5AX1	10	0.5/ki
FI_RT15HX4a	6	0.5/ki
FI_RT15HX5a	8	0.5/ki
FI_RT15HX6a	10	0.5/ki
TF_RM08-HX05	6	0.5/ki
TF_RM09-HX05	8	0.5/ki
TF_RM10-HX05	10	0.5/ki
TF_RM14AX	6	9/π
TF_RM08-AX05	6	0.5/ki
TF_RM09-AX05	8	0.5/ki
TF_RM10-HX05	10	0.5/ki

Таким образом, в первой серии расчетов все отдельные гармоники имеют одинаковый начальный возраст  $\alpha_0$ , а во второй - одинаковую начальную амплитуду.

Фазы  $\varphi_i = 2\pi/8 * m_i$ , где целое число  $m_i$  из диапазона  $0 \leq m_i \leq 7$ , выбирались случайным образом.

Перейдем к определению ширины зоны перемешивания. Под этой величиной понимается величина  $L = \max z(x) - \min z(x)$ . Для отдельного возмущения с длиной волны  $\lambda_i$  в начальный момент времени из (1) следует, что  $L_i(0) = 2a_{0i}$ . Для набора (1)

$$L(0) = \sum_{i=1}^n a_{0i} [\cos(k_i x_{\min} + \varphi_i) - \cos(k_i x_{\max} + \varphi_i)], \quad (3)$$

где  $x_{\max}$ - точка, в которой достигается максимальное значение функции (1),  $x_{\min}$ -точка в которой достигается минимальное значение этой функции. Обозначив выражение  $\cos(k_i x_{\min} + \varphi_i) - \cos(k_i x_{\max} + \varphi_i)$  через  $w_{0i}$ , можно выражение (3) записать в виде

$$L(0) = \sum_{i=1}^n a_{0i} w_{0i}, \quad (4)$$

(в нашей задаче  $w_{0i}$  можно интерпретировать как веса, определяемые начальной формой возмущения). Вопрос о весах является интересным и важным и мы остановимся позднее на нем подробнее.

Расчеты показывают, что в процессе наблюдается иерархичность: высокие гармоники разрушаются быстрее, нежели низкие. Наша задача - найти хорошее математическое описание процесса.

Если развитие неустойчивости описывается линейной теорией, (что является верным в начале процесса), то в момент времени  $t$  амплитуда  $i$ -ой гармоники имеет вид:

$$a_i(t) = a_{0i} \operatorname{ch}(\gamma_i t), \quad (5)$$

где  $\gamma_i = \sqrt{k_i^* A^* g}$ , а общая ширина зоны

$$L(t) = \sum_{i=1}^n a_{0i} w_i \operatorname{ch}(\gamma_i t) \quad (6)$$

Изначально была рассмотрена простая, но довольно точно описывающая процесс на ранней стадии модель.

В данной модели время разрушения той или иной гармоники дается следующей простой формулой:

$$t_i = \ln\left(\frac{2\alpha_i^*}{\alpha_i}\right) / \gamma_i \quad (7)$$

Формула (7) следует из выражения  $\alpha_i^* = (\alpha_{0i}/2) \exp(\gamma_i t)$ . В свою очередь  $\alpha_i^*$  (так называемый критический возраст) получается в теории [2] как  $a_i^* k_i$ , где амплитуда возмущения  $a_i^*$  соответствует моменту разрушения струи за счет неустойчивости Кельвина-Гельмгольца. Критический возраст  $\alpha_i^*$  вычислен в [2] как функция числа Атвуда и геометрической размерности задачи. В частности, 3D возмущения обладают заметно большим значением  $\alpha_i^*$ .

При малых временах, разлагая выражение в ряд, получим:

$$L \sim c_1 + c_2 t^2, \text{ где } c_1 \text{ и } c_2 - \text{некоторые постоянные.}$$

Видно, что в начале процесса при наличии высоких мод зона увеличивается со временем по квадратичному закону. По достижению критического возраста той или иной гармоники рост неустойчивости, вызванный ею, прекращается. Очевидно, что

наибольший вклад в толщину зоны дают низкие гармоники, вклад от более высоких минимален. Ширина зоны считается по формуле:

$$L_i = L_0 - a_0 + a(t) \quad (8)$$

На рисунках 2,3 представлен ряд зависимостей  $L(t)$ , рассчитанных исходя из данной аналитической модели.

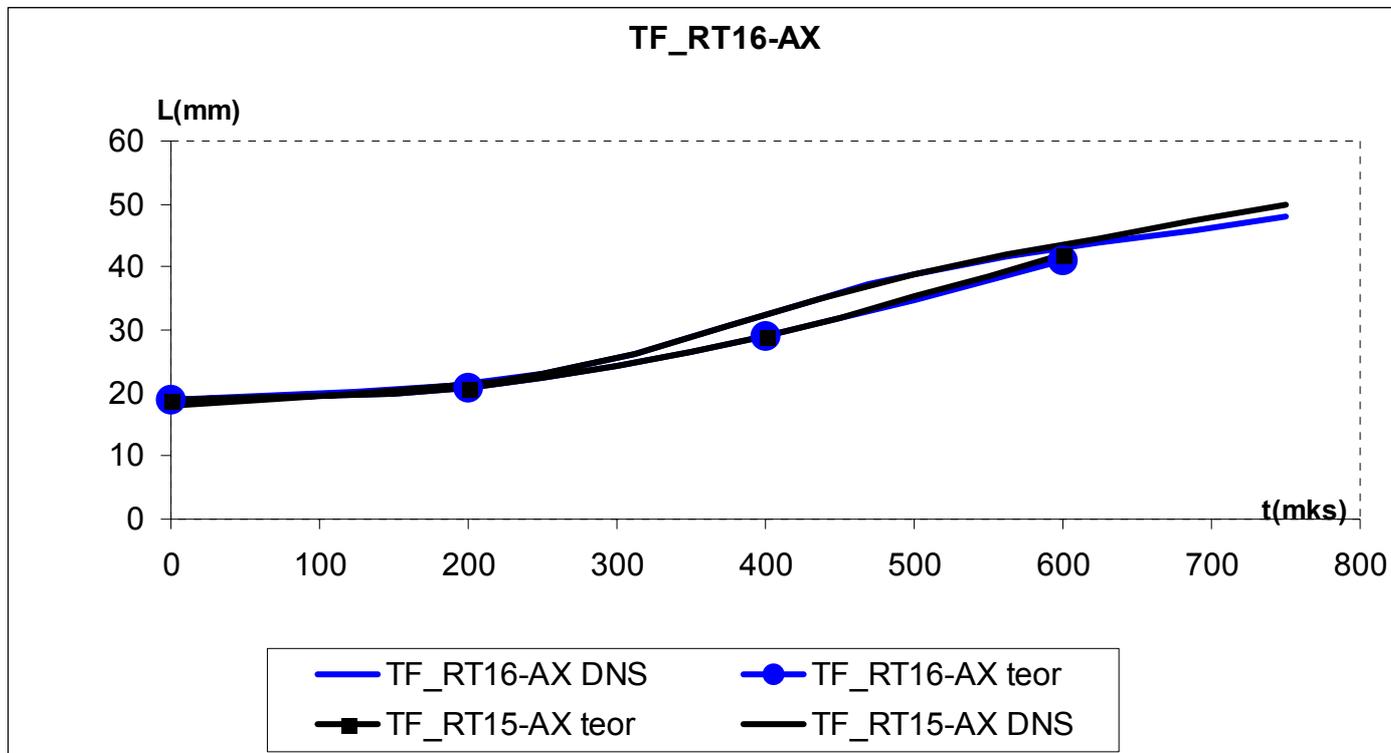


Рис.2 Графики зависимости ширины зоны перемешивания от времени (рассматривался вариант 8 и 10 гармоник, аргон-ксенон,  $a_{0i} = 9/\pi$ ).

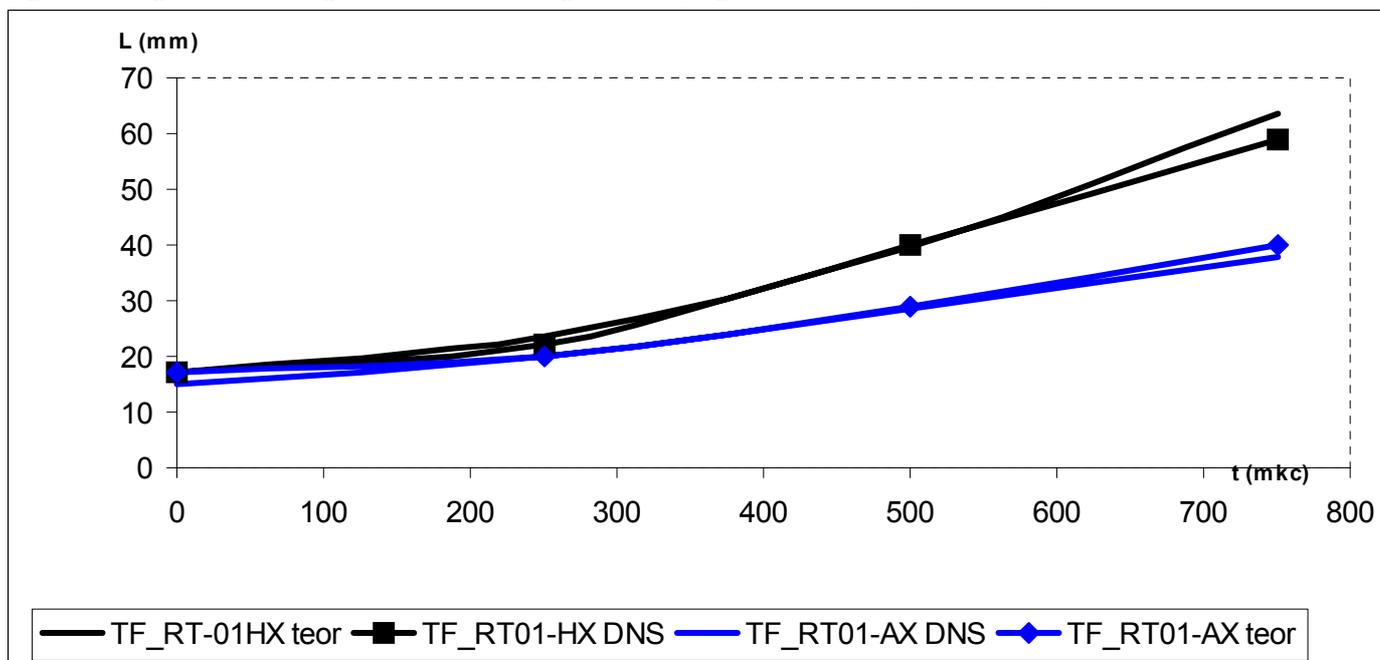


Рис.3. Графики зависимости ширины зоны перемешивания от времени (представлены два варианта: аргон-ксенон и гелий ксенон, 6 гармоник  $a_{0i} = 0,8/k_i$ ).

В наших расчетах наблюдается, преимущественно, нелинейная стадия развития неустойчивости. При этом определение ширины зоны в расчетах опирается на некоторую численную процедуру, основанную на возможности различать легкий и тяжелый газы. В частности, в начальный момент поверхность (1), разделяющая жидкости, определяет соответствующие значения массовой и объемной концентраций в каждой счетной ячейке. Тяжелому газу приписывается значение концентрации  $C=1$ , легкому –  $C=0$ . В смешанных ячейках (тех, которые пересекаются линией (1)) объемная концентрация  $V$  определяется как отношение площади ячейки, занятой тяжелым газом к полной площади ячейки, а массовая  $C=\mu*V/(\mu*V+1-V)$ , где  $\mu= \rho_{o1}/ \rho_{o2}=m_1/m_2$  - отношение атомных весов газов. Далее, в процессе счета, на момент времени  $t$ , анализируется распределение величины

$$\varphi(z)= \int_0^{L_x} C(x, z, t) dx/L_x$$

и верхняя граница (граница пузырей) соответствует значению  $z_b$ , такому что  $\varphi(z_b)=0,95$ , нижняя-  $\varphi(z_s)=0,05$ . Другой способ определения состоит в расстановке в начальный момент времени на линии границы (1), так называемых “маркеров” - лагранжевых меток, динамика которых рассчитывается по формулам

$$dx_m/dt=v_{xm}, dz_m/dt=v_{zm},$$

где  $v_{xm}, v_{zm}$ - интерполированные к положению “маркера” значения компонент скоростей. Опыт приведенных здесь расчетов показал, что существенной разницы между этими подходами для теоретического анализа роста ширины зоны нет. В дальнейшем будем использовать значения  $L(t)$ , полученные в обработке по методу средних концентраций по уровню 5%.

В том случае, когда возмущения развиваются в соответствии с линейной теорией, ширина зоны предсказывается формулой (6), где  $w_i$ -веса, определенные по начальному спектру возмущения. Предположим, что на нелинейной стадии справедливо выражение:

$$L(t)=\sum_{i=1}^n a_i(t)w_i, \tag{9}$$

где  $a_i(t)$ -амплитуда  $i$ -ой гармоники, учитывающая также и нелинейную стадию роста возмущения. Формула (9) представляет собой естественное обобщение формулы (4) на случай произвольного момента времени.

Остановимся на описании закона  $a_i(t)$  для отдельной гармоники. Можно предложить несложную интерполяционную формулу для величины  $a_i(t)$ . Для малых значений времени ( $\gamma_i t \leq 1$ ) можно следовать линейной теории  $\text{ch}(\gamma_i t) \approx 1 + \gamma_i^2 t^2 / 2$ , а для больших значений времени амплитуда  $a_i(t)$  асимптотически выходит на закон  $a_i(t) = c_1 + c_2 t$ . Скорость роста отдельного синусоидального возмущения в этом случае можно представить в виде:

$$v_i = v(A) \sqrt{g \lambda_i}, \quad (10)$$

где коэффициент  $v(A)$  зависит от числа Атвуда и отличается для законов роста пузырей  $v_b$ , струй  $v_s$ , и суммарной ширины зоны  $v = v_b + v_s$ ,  $v_b < v_s$  (асимметрия). Значения  $v(A)$  можно определить в прямом численном моделировании одиночного (с данной  $\lambda_i$ ) возмущения.

Из (10) следует, что на асимптотической стадии  $\gamma_i t \gg 1$  ширина зоны одиночного возмущения имеет вид :

$$L_i(t) = v(A) \sqrt{g \lambda_i} t \quad (11)$$

С другой стороны, на начальной стадии

$$L_i(t) = 2a_{0i}(1 + \gamma_i^2 t^2 / 2) \quad (12)$$

Последнее выражение можно переписать как

$$L_i(t) = 2a_{0i} + a_{0i} \gamma_i^2 t^2 = L_{0i} + \lambda_i \alpha_{0i} \gamma_i^2 t^2 / 4\pi,$$

то есть начальная скорость развития возмущения пропорциональна  $\alpha_{0i}$  :

$$dL_i/dt = \lambda_i \alpha_{0i} \gamma_i^2 t / 2\pi$$

Из формул (11), (12) следует простая интерполяционная формула:

$$L_i(t) = L_{0i} + \frac{\lambda_i f}{\alpha_{0i}} \left( \sqrt{1 + \frac{(\alpha_{0i} \gamma_i t)^2}{2\pi f}} - 1 \right), \quad (13)$$

где через  $f$  обозначено выражение  $v^2/A$ . При  $\gamma_i t \ll 1$  (13) переходит в (12), при  $\gamma_i t \gg 1$  в (9).

Ранее, нами была выдвинута теория [2], основанная на идее последовательного разрушения отдельных возмущений из-за развития на поверхности струи неустойчивости Кельвина - Гельмгольца. В таком подходе возраст каждого отдельного возмущения не превышал некоторого предельного  $\alpha^*$ , зависящего от числа Атвуда (и, вообще говоря, от геометрии возмущения - трехмерные струи разрушаются заметно позднее, чем двумерные). Из этого следует, что формула (12) для случая  $\alpha^* \leq \alpha_0$  должна быть модифицирована следующим образом:

$$L_i(t) = L_{0i} + \lambda_i \alpha(A) \gamma_i^2 t^2 / 4\pi, \quad (12')$$

Так что вместо (13) следует писать:

$$L_i(t) = L_{0i} + \frac{\lambda_i f}{\alpha_{eff}} \left( \sqrt{1 + \frac{(\alpha_{eff} \gamma_i t)^2}{2\pi f}} - 1 \right), \quad (14)$$

где  $\alpha_{eff} = \alpha_{0i} \alpha_* / (\alpha_{0i} + \alpha_*)$ .

Перейдем теперь к случаю набора гармоник (1). Аналогом  $a_i(t)$  в формуле (14) является  $L_i(t)/2$ , поэтому

$$L(t) = \sum_{i=1}^n \left( a_{0i} + \frac{\lambda_i f}{2\alpha_{eff}} \left( \sqrt{1 + \frac{(\alpha_{eff} \gamma_i t)^2}{2\pi f}} - 1 \right) \right) w_i(t), \quad (15)$$

здесь  $w_i(t)$  - зависимость весов от времени ( $w_i(0) = w_{0i}$ ), учитывающая разрушение в ходе процесса коротковолновых гармоник и уменьшение их вклада в ширину (15). Поведение  $w_i(t)$  можно приближенно представить зависимостью:

$$w_i(t) = w_i(0) e^{-(\gamma_{KH})_i t} \sim e^{-0.25 k_i a_i \sqrt{1-A^2}} \sim e^{-0.25 k_i a_{0i} (\gamma_{RT} t)^2},$$

здесь  $(\gamma_{KH})_i = k \Delta v \frac{\sqrt{\rho_1 \rho_2}}{\rho_1 + \rho_2}$ ,  $v_i t \approx a_{0i} \operatorname{ch}(\gamma_i t) \approx a_{0i} [1 + (\gamma_{RT} t)^2 / 2]$ , где  $\Delta v$  - разность скоростей тяжелой и легкой жидкости.

Величины  $\gamma_{KH}$  и  $\gamma_{RT}$  зависят от волнового вектора  $k_i = 2\pi/\lambda_i = (2\pi/L)n_i$  и, тем самым, зависят от номера гармоники "i". Вклад в ширину зоны гармоники с номером  $n_i$  убывает тем быстрее, чем больше ее номер  $n_i$ . Если спектр начальных возмущений  $k_i a_{0i} = \text{const}$ , то  $w_i(t) \sim e^{-c_1 n_i}$ , если же начальные возмущения соответствуют закону  $a_{0i} = \text{const}$ , то  $w_i(t) \sim e^{-c_2 n_i^2}$ , где  $c_1$  и  $c_2$  - постоянные числа.

При этом выяснилось, что на поздних стадиях вклад высоких гармоник не равен нулю, и его желательно учесть. На стадии перемешивания высокочастотные моды дают вклад в ширину зоны перемешивания, для 2D геометрии масштаб вклада  $a_{mix} \cong (3 \div 5) \lambda / 2\pi$ , для 3D геометрии  $a_{mix} \cong (10 \div 20) \lambda / 2\pi$  []. Оба варианта выбора  $w_i(t)$  дают достаточно близкие результаты, что подтверждает целесообразность использования и определенную «законность» приведенных выше соображений. Некоторые результаты сопоставления данных DNS по ширине зоны и расчета  $L(t)$  и поведения коэффициентов  $w_i$  приведены на рис.4 и 5. Представляется очевидным, что с помощью соотношения типа (1) можно

весьма точно воспроизвести результаты DNS. Более важный вывод состоит в том, что основной вклад в ширину зоны перемешивания дают длинноволновые возмущения, получившие развитие к данному моменту. Поскольку для этих возмущений величина  $(\gamma_{RT})_i t$  достигает меньших значений, их эволюцию проще рассчитать с помощью DNS или оценить, используя аналитические модели.

Для теории оказалось важным ограничение со временем уменьшения множителя

$e^{-\gamma_{KH} t} = e^{-\frac{\gamma_i^2 t^2}{l_i^2}}$ , где  $l_i$  – подгоночный параметр. Это ограничение выражает тот факт, что возмущение после разрушения (достижения «критического возраста») продолжает вносить вклад в ширину зоны. На рис. 4 изображены две теоретические кривые  $L(t)$  по сравнению с расчетной для случая неустойчивости Релея-Тейлора, пара газов Ar-He, 6 гармоник с постоянным начальным возрастом  $\alpha_0 = 0.5$ . Кривая «1» соответствует случаю убывания весов без ограничений, кривая «2» – выходу экспоненциального сомножителя на константу, равную  $0.9/i^2$ , где  $i$  – номер гармоники. Поведение весов при этом иллюстрируют рис. 5а (для первой и второй гармоник) и рис. 5б (для пятой и шестой гармоник). Здесь маркерами помечены линии, соответствующие убыванию весов без ограничений.

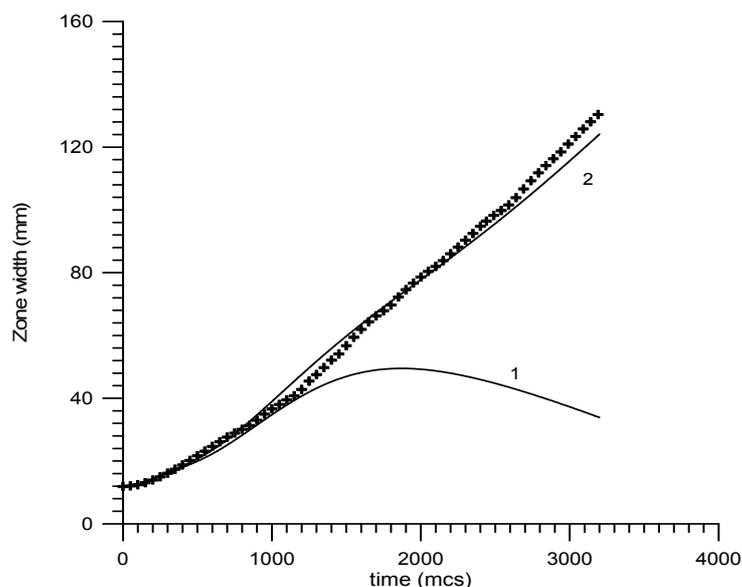


Рис. 4. Зависимости  $L(t)$  для двух вариантов коэффициентов  $w_i(t)$  рис. 10. “+” соответствуют результатам DNS

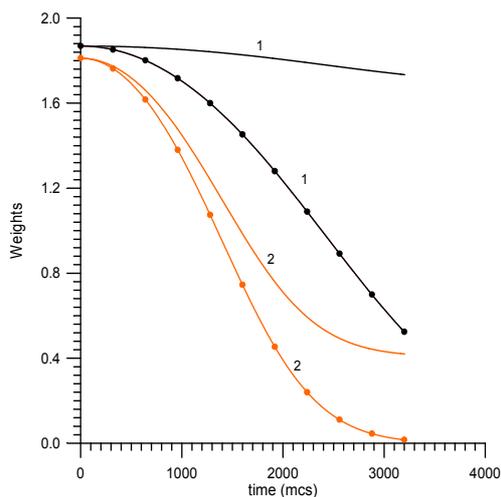


Рис. 5а. Поведение коэффициентов  $w_1(t)$  и  $w_2(t)$  для кривых 1 и 2 рисунка 4.

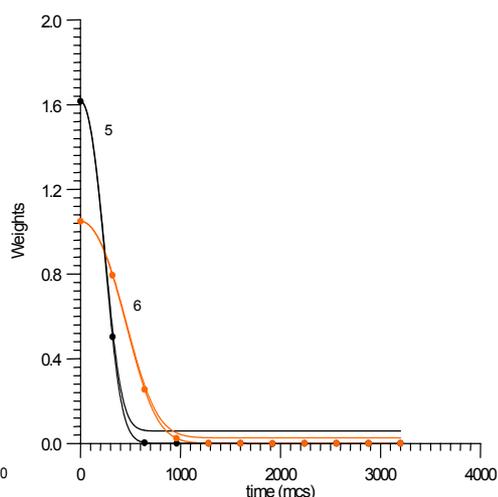


Рис.5б. Поведение коэффициентов  $w_5(t)$  и  $w_6(t)$  для кривых 1 и 2 рисунка 4

Для лучшего понимания выражения (15) рассмотрим два предельных случая, когда  $\gamma t \ll 1$  и  $\gamma t \gg 1$ :

$$\begin{aligned} L(t) &\sim t^2, & \gamma t &\ll 1 \\ L(t) &\sim t, & \gamma t &\gg 1 \end{aligned}$$

При больших временах видно, что скорость роста ширины зоны есть величина постоянная и определяется она скоростью всплытия пузыря легкой жидкости. Размер пузыря определяется низшей гармоникой, получившей к данному моменту развитие.

Интересно, что при больших временах, когда пузырь практически не растет, можно воспользоваться простыми гидродинамическими формулами.

Представим наш пузырь как шар, движущийся в жидкости. На него действуют две силы - архимедова и сила сопротивления при потенциальном обтекании. Приравняв обе эти силы, получим, что скорость движения шара относительно жидкости равна:

$$V \approx 0.7 \sqrt{gR} = 0.35 \sqrt{g\lambda}, \quad \text{где } R \text{ - радиус шара.} \quad (16)$$

Подобная задача уже обсуждалась в работе Layzer'a [3].

Учитывая, что данная работа опубликована давно, кратко изложим ее положения. Рассматривался закрытый объем, разделенный жесткой диафрагмой на две равные части, в верхней половине которого находилась несжимаемая жидкость, а в нижней – вакуум (что соответствовало выбору числа Атвуда, равным 1). В момент времени  $t_0$  диафрагма убиралась. Малое возмущение, которое появлялось на свободной поверхности раздела,

вызывало дальнейший рост неустойчивости. В работе был представлен простой случай одной, симметричной (относительно краев) волны с длиной волны  $\lambda=4R$ , где  $R$ - радиус трубы. Через какое-то время скорость роста пузыря вакуума выходит на постоянное значение:

$$V \approx 0.46 \sqrt{gR} = 0.23 \sqrt{g\lambda},$$

что находится в хорошем согласии с выражением (16) и подтверждает правильность выдвинутой нами теории.

В заключении работы на рисунках 6-10 представлены графики зависимости ширины зоны перемешивания от времени, рассчитанных исходя из выражения (15).

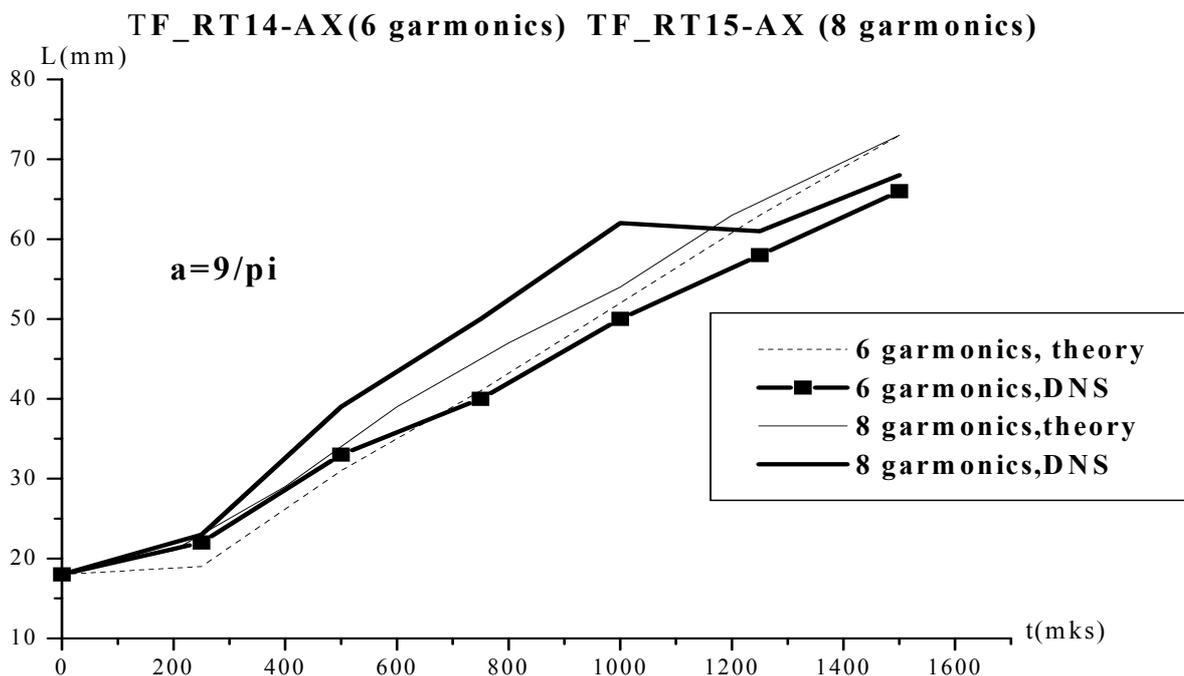


Рис.6. Графики зависимости ширины зоны перемешивания от времени (аргон-ксенон,  $a_0=9/\pi$ , 6 и 8 гармоник).

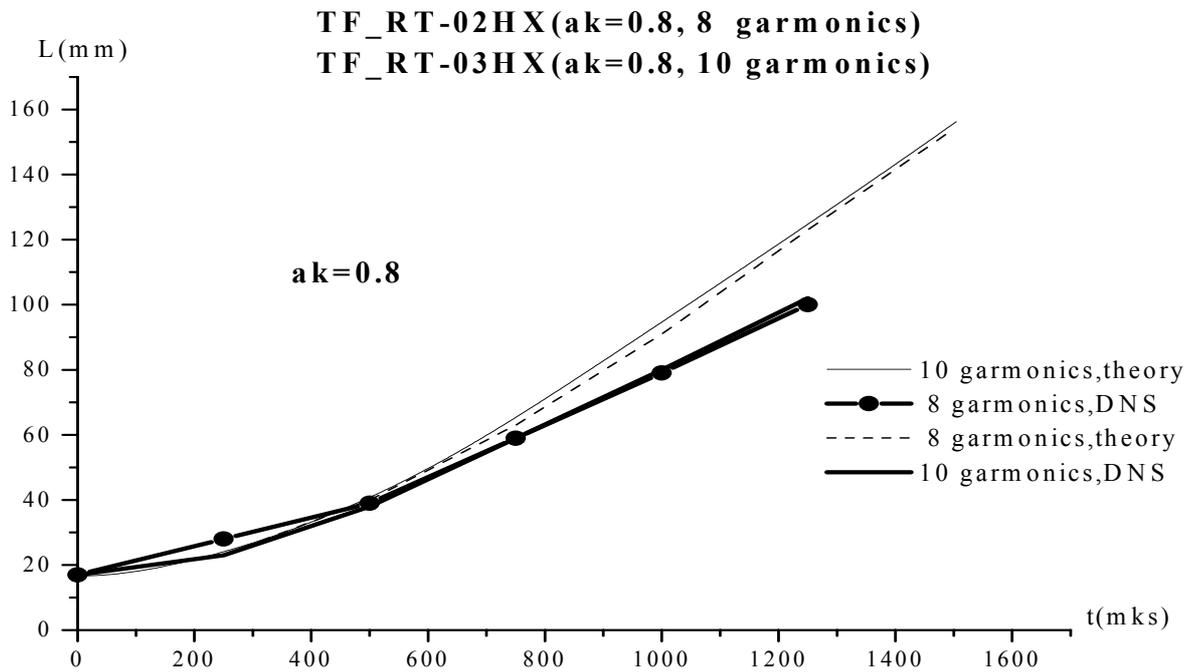


Рис. 7. Графики зависимости ширины зоны перемешивания от времени (гелий-ксенон,  $a_0=0.8/k_i$ , 8 и 10 гармоник).

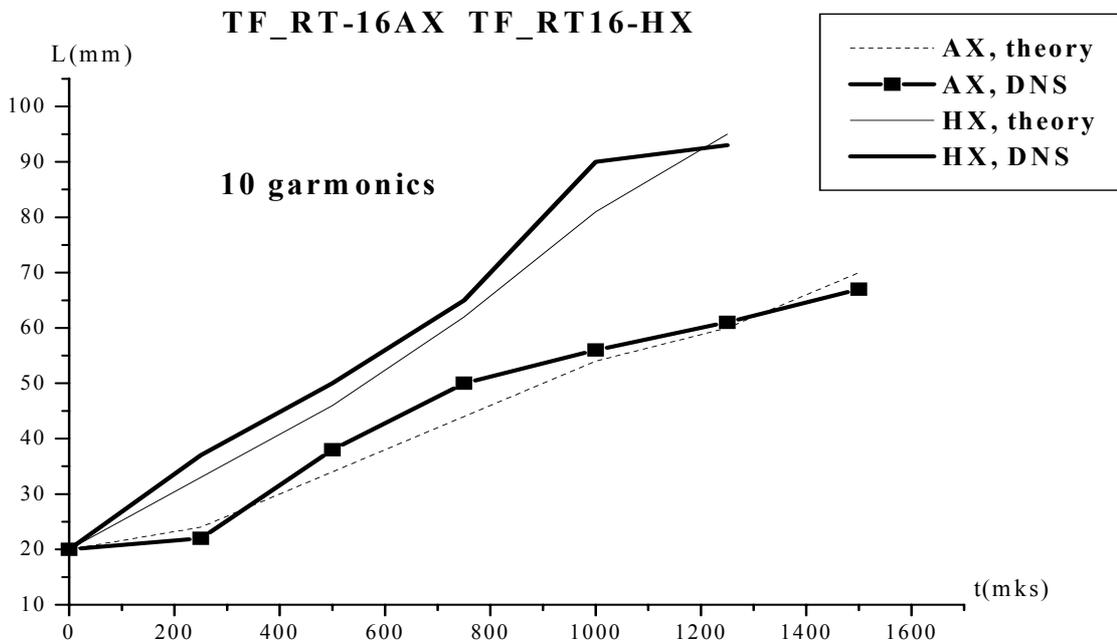


Рис.8. Графики зависимости ширины зоны перемешивания от времени (гелий-ксенон, аргон-ксенон,  $a_0=9/\pi$ , 10 гармоник).

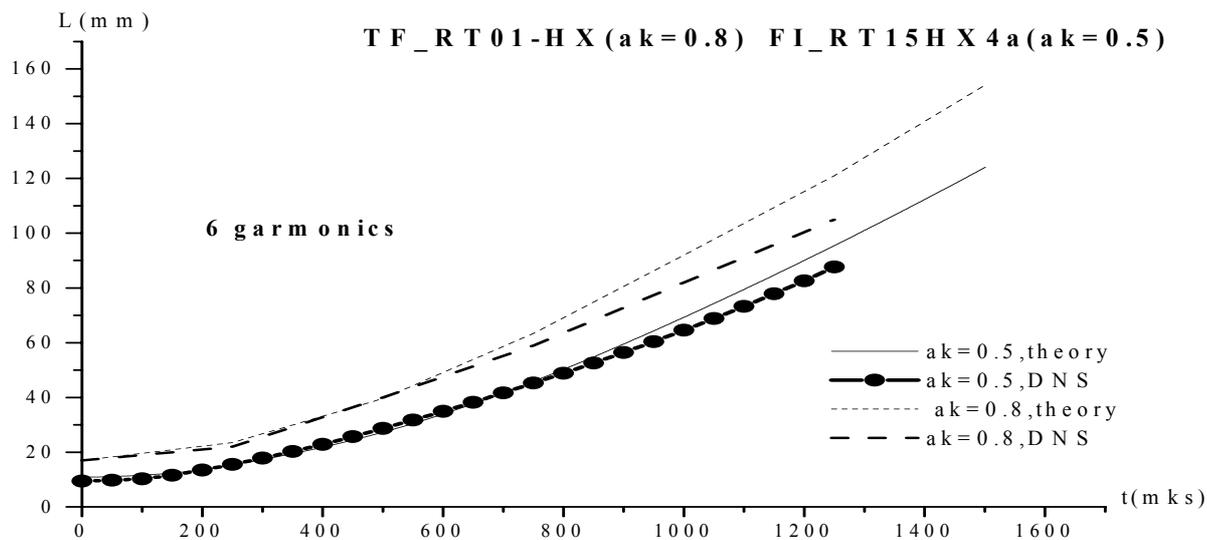


Рис.9. Графики зависимости ширины зоны перемешивания от времени (гелий-ксенон,  $a_0=0.8/k_i$ ,  $a_0=0.5/k_i$ , 6 гармоник).

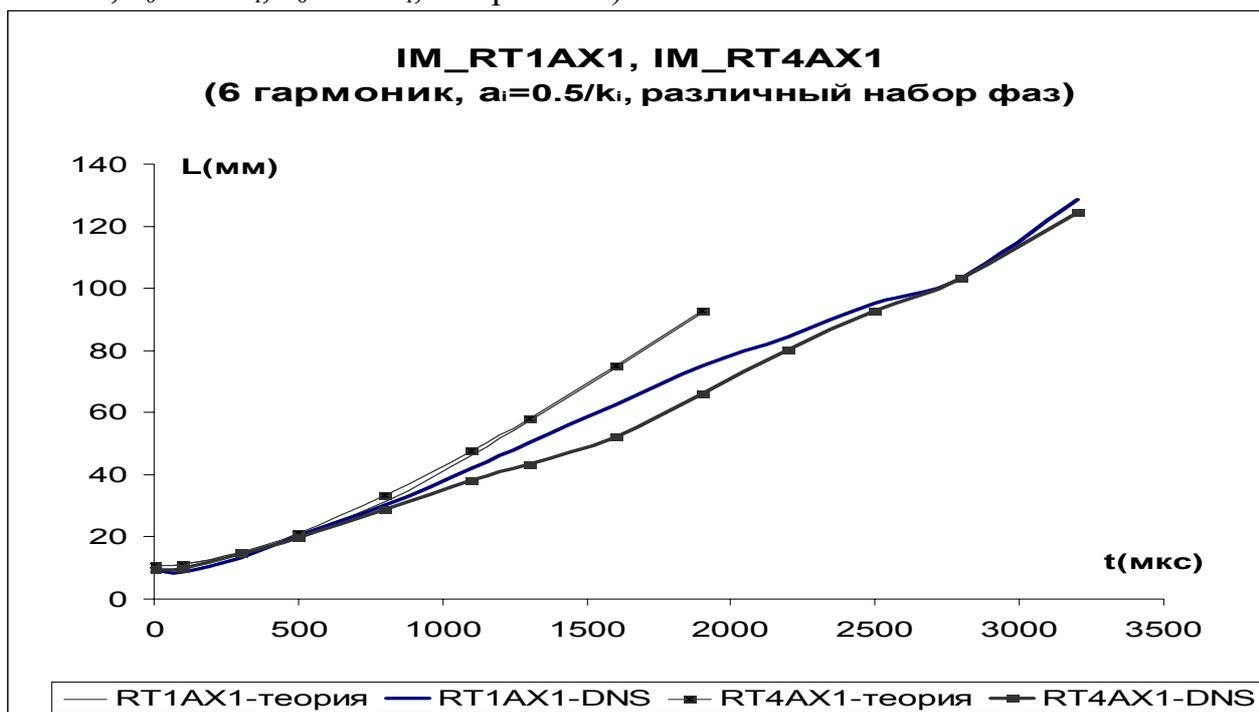


Рис.10. Графики зависимости ширины зоны перемешивания от времени (аргон-ксенон,  $a_0=0.5/k_i$ , 6 гармоник, различный набор фаз).

## Заключение

В случае развития многомодовых возмущений не существует простых аналитических соотношений, определяющих ширину зоны перемешивания в зависимости от начальных условий.

На основе данных DNS, исходя из соотношений правильных асимптотик в начале процесса и на более поздней стадии, была разработана простая, но эффективная модель для описания ширины зоны перемешивания.

Было определено, что коротковолновые гармоники на поздней стадии дают меньший вклад, нежели длинноволновые.

Из проведенной обработки результатов прямых численных расчетов видно, что аналитическая модель удовлетворительно описывает результаты DNS.

## Список литературы

1. В.Розанов, Р.Степанов, А.Нужный, Р.Яхин, М.Анучин, Н.Прончева, Н.Змитренко, Ю.Янилкин, В.Тишкин “Скорость роста зоны перемешивания в прямом численном моделировании и вейвлет-анализ развития многомодовой Релей-Тейлоровской неустойчивости”. Препринт ФИАН № 28, 2004.
2. Н.В. Змитренко, Н.Г. Прончева, В.Б. Розанов “Эволюционная модель турбулентного слоя перемешивания”. Препринт ФИАН № 65, 1997.
3. D. Layzer “Astrophysical Journal On the stability of superpose fluids in an gravitational field”, v. 122, №1, p.1-12, 1995.
4. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц “Теоретическая физика, том 6, Гидродинамика”.