

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

**ФИЗИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ**



*имени
П. Н. Лебедева*

Ф И А Н

ПРЕПРИНТ

В. С. ЗУЕВ

18

**ОПТИЧЕСКИЕ ПЛАЗМОНЫ
С ДЛИНОЙ ВОЛНЫ 50 нм**

МОСКВА 2005

Оптические плазмоны с длиной волны 50 нм

В. С. Зуев

Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН
119991 Москва, Ленинский пр-т, 53
E-mail: zuev@sci.lebedev.ru

Аннотация

Рассмотрены неоднородные плоские волны в структурах со слоем вещества $\varepsilon, \mu < 0$ и со слоем хорошо отражающего свет металла $\varepsilon < 0, \mu \geq 1$. Обнаружено наличие волн с увеличенной по сравнению с исходной волной амплитудой, благодаря чему за указанными слоями возникают неоднородные волны с волновым числом как у исходной волны, но с увеличенной амплитудой. Предложено композитное вещество с $\varepsilon, \mu < 0$ на оптических частотах. Подробно рассмотрены поверхностные волны на слое металла. Показано, что могут быть возбуждены поверхностные волны с достаточно произвольным значением волнового числа. Показано также, что на очень тонких слоях могут быть возбуждены с очень большой амплитудой поверхностные волны с волновым числом, в 10 раз превышающим волновое число однородной плоской волны в вакууме. Вычислены потери распространения. Для слоя серебра пробег волны может составлять от 30 до 100 длин волн. Указано на практическую целесообразность разработки приемов оптических преобразований коротковолновых поверхностных волн в двумерном пространстве, приемов, аналогичных приемам в 3-хмерном пространстве.

Оптические плазмоны с длиной волны 50 нм

В. С. Зуев

Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН

119991 Москва, Ленинский пр-т, 53

E-mail: zuev@sci.lebedev.ru

Введение

Данная работа возникла в связи с работой /1/ 1967 года, в которой В.Г.Веселаго указал на парадоксальные свойства вещества, у которого диэлектрическая проницаемость и магнитная восприимчивость одновременно имеют отрицательное значение. Было предложено называть такую среду «левосторонней» для плоской электромагнитной волны, распространяющейся в ней. В этой среде и в этой волне вектор Пойнтинга $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$ имеет направление, противоположное волновому вектору. На границе традиционной среды, $\epsilon, \mu \geq 1$, и левосторонней среды, $\epsilon, \mu < 0$, плоская волна преломляется непривычным образом, так что волновой вектор плоской преломленной волны оказывается зеркальным отражением волнового вектора традиционно преломленной волны, причем с изменением своего направления на противоположное. В настоящее время изготовлены искусственные материалы, которые в некоторой области частот на микроволнах оказываются левосторонними веществами. Эти вещества представляют собой двумерные множества из колечек с разрезом (резонаторов) и из проволочек /2/. Можно думать, что вскоре будут разработаны изотропные материалы с левосторонним свойством.

Плоская пластина из вещества с $\epsilon, \mu = -1$, как было показано еще в /1/, обладает фокусирующими свойствами. В работе /3/ было высказано утверждение, что фокусирующие свойства такой пластины являются совершенными: такая линза, как утверждается, может строить структуры более мелкие, чем длина волны падающего излучения. Было также показано, что для неоднородных плоских волн (их определение

мы напомним ниже) с волновым числом $k_x \gg (\omega/c)\sqrt{\epsilon\mu}$ аналогичным свойством обладает слой из хорошо отражающего на оптических частотах металла.

Работа /3/ инициировала многочисленные исследования, результатом которых были как опровержения утверждения о совершенстве линзы из левостороннего вещества, так и подтверждения этого замечательного свойства. Представление о содержании этой дискуссии можно составить на основе его изложения в работах /4,5/. Эти же работы интересны и сами по себе, так как содержат вполне определенные аргументы, аргументы, которые можно обсуждать, в пользу совершенной фокусировки.

Аргументы в пользу и против возможности совершенной фокусировки вырабатываются, как правило, посредством рассмотрения неоднородных плоских волн в неоднородном пространстве с левосторонней средой. Мы не будем здесь выяснять вопрос о возможности совершенной фокусировки, так как пока не убеждены, что рассмотрение неоднородных плоских волн решает вопрос о такой фокусировке. Мы рассмотрим более общую задачу, а именно вид неоднородных волн в слоистой структуре, содержащей либо левостороннее вещество, либо хорошо отражающий свет металл. Прделанные ниже вычисления покажут, что, действительно, амплитуды неоднородных волн как за слоем вещества с $\epsilon, \mu < 0$, так и за слоем металла могут превышать и даже сильно превышать амплитуду неоднородной волны на стороне, обращенной к источнику. В некотором смысле это может служить подтверждением эффекта совершенной фокусировки, фокусировки, которая воспроизводит картину ближнего поля объекта исчезающе малых размеров. В связи с этим мы обсудим наше предложение о том, как изготовить вещество с $\epsilon, \mu < 0$ на оптических частотах. Далее мы сосредоточимся на обсуждении неоднородных волн в структурах со слоем металла, на так называемых поверхностных плазмонах. Мы предложим способ организации распространения плазмонов с большой амплитудой и с волновым числом (пространственной частотой) k_{0x} , которое в десять раз превышает $k_0 = \omega_0 / c$, волновое число на заданной частоте ω_0 в вакууме. Будут рассчитаны потери распространения таких плазмонов. Данные расчеты послужат нам основанием для предложения развивать оптику сильно укороченных поверхностных волн для применений в устройствах нанооптики.

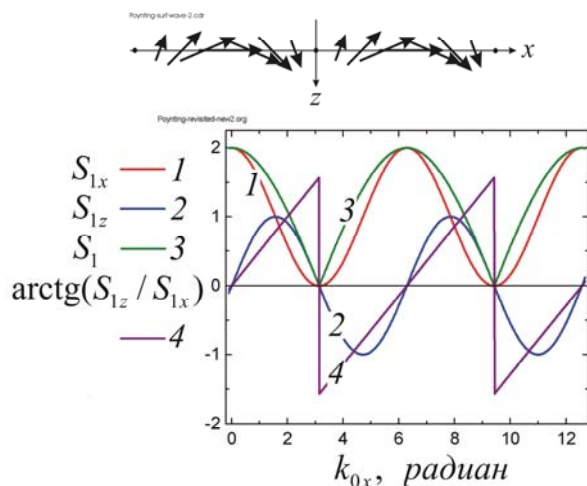


Рис.1. Компоненты S_{1x} , S_{1z} , модуль S_1 и направление $\arctg(S_{1z}/S_{1x})$ вектора Пойнтинга в исчезающей волне. Схема сверху - направление и модуль \vec{S}_1 (стрелки) в плоскости раздела сред.

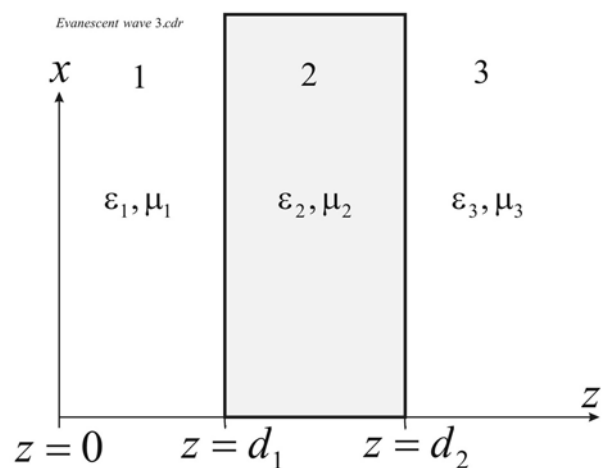


Рис.2. Трехслойная структура, обозначения.

Неоднородная плоская волна или по-английски исчезающая волна, *evanescent wave*, описывается следующими формулами:

$$\begin{aligned}\vec{E}(\vec{r}, t) &= (E_x, E_y, E_z) e^{-\kappa_z z} e^{i(k_x x + k_y y - \omega t)}, \\ \vec{H}(\vec{r}, t) &= (H_x, H_y, H_z) e^{-\kappa_z z} e^{i(k_x x + k_y y - \omega t)}.\end{aligned}\quad (1)$$

Эта волна отличается тем, что в плоскости постоянной фазы амплитуда волны непостоянна в отличие обычной, однородной плоской волны. Волна распространяется вдоль направления $\vec{k} = \vec{a}_x k_x + \vec{a}_y k_y$ и затухает (κ_z - величина вещественная и больше

нуля) вдоль оси z . Отметим, что исчезающая волна $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E} e^{-\kappa_z z} e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)}$, $\vec{k} = \vec{a}_x k_x + \vec{a}_y k_y$ не идентична затухающей волне $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E} e^{-\vec{k}\vec{r}} e^{i(\vec{k}'\vec{r} - \omega t)}$, $\vec{k} = \vec{k}' + i\vec{k}''$.

Исчезающие волны (неоднородные плоские волны) возникают в опыте с полным внутренним отражением в среде с меньшим показателем преломления, см., например, /6/, и в опыте с возбуждением поверхностного плазмона на хорошо отражающем металле /7/. Неоднородная волна является решением волнового уравнения с характеристическим уравнением

$$k_x^2 + k_y^2 - \kappa_z^2 = (\omega/c)^2 \varepsilon \mu. \quad (2)$$

Формально, неоднородная волна (1) является решением волнового уравнения во всем однородном пространстве. Но с физической точки зрения неограниченный рост решения в сторону $z \rightarrow -\infty$ допустить нельзя. Это означает, что неоднородная волна (1) приемлема в качестве физического решения лишь в пространстве, содержащем границу при некотором значении z . Именно такая ситуация осуществляется в упомянутых выше опытах по возбуждению неоднородной волны.

Рассмотрим последовательно неоднородную волну в опыте с полным внутренним отражением, неоднородную волну в структуре со слоем вещества $\varepsilon, \mu < 0$ и в структуре со слоем хорошо отражающего металла $\varepsilon < 0, \mu \geq 1$.

Неоднородная волна в опыте с полным внутренним отражением

Явление полного внутреннего отражения наблюдается тогда, когда k_{0x}^2 , квадрат волнового числа вдоль границы раздела сред, превышает $(\omega_0/c)^2 \varepsilon_1 \mu_1$. Здесь ε_1, μ_1 - параметры среды, прилегающей к призме полного внутреннего отражения с более высоким показателем преломления. Будем считать, что $k_y = 0$, ось y , как и ось x , лежит в плоскости раздела сред, а ось z направлена по нормали к плоскости раздела в сторону малоплотного вещества. Если $k_{0x}^2 > (\omega_0/c)^2 \varepsilon_1 \mu_1$, то k_{2z} - величина чисто мнимая. Величина k_{0x}^2 растет при увеличении угла падения плоской волны на границу раздела оптически плотного и малоплотного вещества со стороны плотного вещества. Угол падения отсчитывается от нормали к границе раздела. Предельное большое значение k_{0x}^2 равно $(\omega_0/c)^2 \varepsilon \mu$. Здесь ε, μ - параметры вещества призмы. В среде ε_1, μ_1 возникает исчезающая волна, распространяющаяся по x вдоль границы раздела и исчезающая вдоль z , то есть по нормали к поверхности.

Целесообразно напомнить, как ведет себя вектор Пойтинга в исчезающей волне. Данные вычислений приведены на рис.1. На нижнем фрагменте рисунка показаны

тангенциальная и нормальная компоненты S_{1x} , S_{1z} вектора Пойнтинга, его модуль S_1 и направление $\arctg(S_{1z} / S_{1x})$ относительно плоскости раздела сред. На верхнем фрагменте стрелками показаны направление и модуль \vec{S}_1 в плоскости раздела сред. В исчезающей волне нет в среднем потока энергии вдоль оси Z , вдоль нормали к границе. Вдоль оси X имеется направленный поток энергии. Впрочем, в известном опыте с так называемым нарушенным полным внутренним отражением исчезающая волна передает энергию вдоль оси Z . Соответствующее устройство применяется в лазерном эксперименте.

Неоднородная волна в структуре со слоем вещества $\varepsilon, \mu < 1$

Будем рассматривать структуру, состоящую из 3-х плоских слоев вещества, см. рис.2. Слои 1 и 3 будем считать веществами с традиционными свойствами $\varepsilon_1, \mu_1 \geq 1$ и $\varepsilon_3, \mu_3 \geq 1$, слой 2 – левостороннее вещество $\varepsilon_2, \mu_2 < 0$. В области 1 имеется исчезающая волна

$$\begin{aligned} H_{0y}(\vec{r}, t) &= H_{0y} e^{-\kappa_{0z}z} e^{i(k_{0x}x - \omega t)}, \\ E_{0x}(\vec{r}, t) &= i \frac{c\kappa_{0z}}{\omega\varepsilon_1} H_{0y} e^{-\kappa_{0z}z} e^{i(k_{0x}x - \omega t)}, \\ E_{0z}(\vec{r}, t) &= -\frac{ck_{0x}}{\omega\varepsilon_1} H_{0y} e^{-\kappa_{0z}z} e^{i(k_{0x}x - \omega t)}. \end{aligned} \quad (3)$$

У волны мы выбираем индекс 0 как у падающей волны, хотя, конечно, она не падает на границу при $z = d_1$, так как движется вдоль x , а прилегает к этой границе и проникает за нее. Как и в /3/ будем считать, что $\varepsilon_1 / \mu_1 = \varepsilon_2 / \mu_2 = \varepsilon_3 / \mu_3$, отражение отсутствует, поэтому нет необходимости вводить в рассмотрение отраженные волны. Волну правее границы $z = d_1$ (индекс волны $i = 2$) будем искать в виде

$$\begin{aligned} H_{iy}(\vec{r}, t) &= H_{iy} e^{ik_{iz}z} e^{i(k_{ix}x - \omega t)}, \\ E_{ix}(\vec{r}, t) &= \frac{ck_{iz}}{\omega\varepsilon_j} H_{iy} e^{ik_{iz}z} e^{i(k_{ix}x - \omega t)}, \\ E_{iz}(\vec{r}, t) &= -\frac{ck_{ix}}{\omega\varepsilon_j} H_{iy} e^{ik_{iz}z} e^{i(k_{ix}x - \omega t)}. \end{aligned} \quad (4)$$

Компоненты электрического поля $E_{ix}(\vec{r}, t)$ и $E_{iz}(\vec{r}, t)$ следуют из выражения для $H_{iy}(\vec{r}, t)$ по уравнению $\text{rot } \vec{H} = (\varepsilon / c)(\partial \vec{E} / \partial t)$. Амплитуду этой волны определим, применяя граничные условия

$$\begin{aligned} H_{0y}(\vec{r}, t)|_{z=d_1} + H_{1y}(\vec{r}, t)|_{z=d_1} &= H_{2y}(\vec{r}, t)|_{z=d_1}, \\ E_{0x}(\vec{r}, t)|_{z=d_1} + E_{1x}(\vec{r}, t)|_{z=d_1} &= E_{2x}(\vec{r}, t)|_{z=d_1}. \end{aligned} \quad (5)$$

В данном случае $H_{1y}(\vec{r}, t)|_{z=d_1} = 0$ и $E_{1x}(\vec{r}, t)|_{z=d_1} = 0$, так как отраженной волны нет. Результат получается следующим:

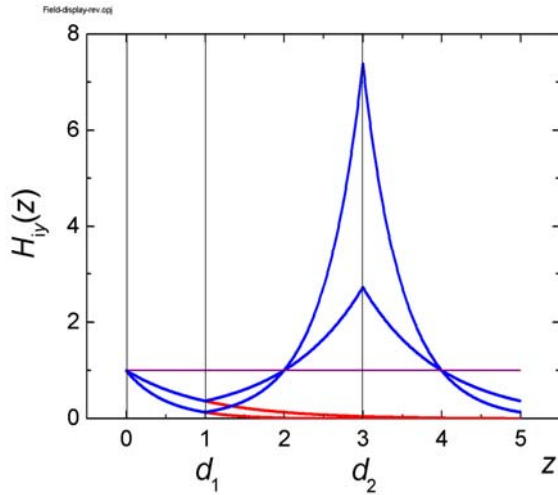


Рис.3. Распределение поля в исчезающей волне в структуре со слоем вещества $\epsilon_2, \mu_2 < 0$. Показаны две волны для двух значений k_{0x} .

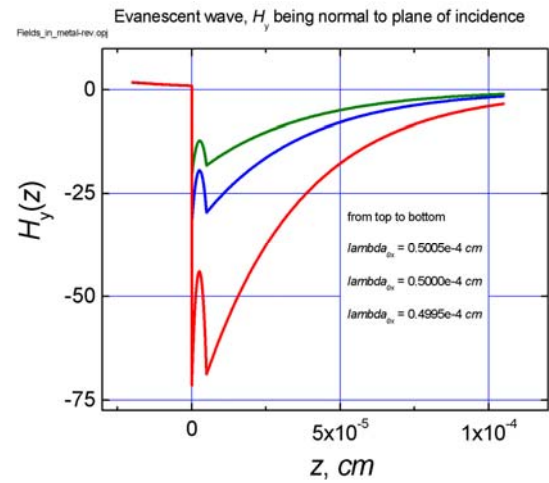


Рис.4. Исчезающая волна в пространстве со слоем серебра для $k_{0x} \pm 0.1\%, 0\%$.

$H_{0y}(z=0) = 1$. Ag - при $0 < z < 50 \text{ nm}$.

$$k_{2x} = k_{0x}, k_{2z} = -ik_{0z} \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}, \epsilon_2 = \epsilon_2,$$

$$H_{2y}(\vec{r}, t) = H_{0y} e^{-\kappa_{0z} d_1 [1 + (\epsilon_2 / \epsilon_1)]} e^{\kappa_{0z} (\epsilon_2 / \epsilon_1) z} e^{i(k_{0x} x - \omega t)},$$

$$E_{2x}(\vec{r}, t) = i \frac{c \kappa_{0z}}{\omega \epsilon_1} H_{0y} e^{-\kappa_{0z} d_1 [1 + (\epsilon_2 / \epsilon_1)]} e^{\kappa_{0z} (\epsilon_2 / \epsilon_1) z} e^{i(k_{0x} x - \omega t)},$$

$$E_{2z}(\vec{r}, t) = \frac{c k_{0x}}{\omega \epsilon_2} H_{0y} e^{-\kappa_{0z} d_1 [1 + (\epsilon_2 / \epsilon_1)]} e^{\kappa_{0z} (\epsilon_2 / \epsilon_1) z} e^{i(k_{0x} x - \omega t)}.$$

Из (6) видно, что исчезающая волна ведет себя парадоксально в слое вещества $\epsilon_2, \mu_2 < 0$. Волна нарастает вдоль координаты z . Заметим, что при выводе (6) нам пришлось делать выбор знака у k_{2z} . Знак k_{2z} был определен из уравнений.

Нет нужды специально вычислять вектор Пойнтинга слева и справа от границы $z = d_1$. Его нормальные компоненты слева и справа должны быть равны друг другу. Но $\vec{S}_n = \vec{a}_z E_x H_y$, то есть \vec{S}_n равно произведению тангенциальных компонент поля E_x и H_y . Поскольку применяя граничные условия мы приравняли эти компоненты, то и без вычислений ясно, что равенство $\vec{S}_{0n}|_{z=d_1} = \vec{S}_{2n}|_{z=d_1}$ имеет место.

Теперь рассмотрим поле у границы $z = d_2$, см. рис.2. Нам понадобятся формулы для «падающей» и прошедшей волн, отраженная волна отсутствует благодаря выбору $\epsilon_2 / \mu_2 = \epsilon_3 / \mu_3$. В данном случае «падающая» волна описывается формулами (6), а прошедшую волну снова будем искать в виде (4). Граничные условия описываются формулами (5), в которых следует заменить индекс $i = 0$ на $i = 2$, $i = 2$ на $i = 3$, а d_1 на d_2 . Результат выглядит следующим образом:

$$k_{3x} = k_{0x}, k_{3z} = i\kappa_{0z}(\varepsilon_3 / \varepsilon_1),$$

$$H_{3y}(\vec{r}, t) = H_{0y} e^{-\kappa_{0z}d_1[1+(e_2/\varepsilon_1)]} e^{\kappa_{0z}d_2[(e_2/\varepsilon_1)+(\varepsilon_3/\varepsilon_1)]} e^{-\kappa_{0z}(\varepsilon_3/\varepsilon_1)z} e^{i(k_{0x}x - \omega t)}. \quad (7)$$

На рис.3 показано распределение поля вдоль оси z в однородном пространстве и в пространстве со слоем вещества $\varepsilon_2, \mu_2 < 0$, расположенным между $z = d_1$ и $z = d_2$. Шкала вдоль оси ординат логарифмическая. Исчезающая волна убывает экспоненциально на участках $0 \leq z \leq d_1$ и $d_2 \leq z$ и нарастает экспоненциально на участке $d_1 \leq z \leq d_2$. Поле исчезающей волны H_{3y} , проникшей за слой вещества с $\varepsilon_2, \mu_2 < 0$, становится вновь равным исходной величине H_{0y} (в плоскости $z = 0$) в плоскости

$$z_0 = d_2(e_2 + \varepsilon_3) / \varepsilon_3 - d_1(e_2 + \varepsilon_1) / \varepsilon_3. \quad (8)$$

Эта плоскость одна и та же для всех κ_{0x} .

Формулы (6) не содержат явной зависимости от μ_1, μ_2, μ_3 . Эта зависимость содержится неявно в κ_{0z} и k_{0x} . При $k_{0x} \gg (\omega/c)\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}$, когда приближенно выполняется равенство $\kappa_{0z} \approx \kappa_{2z}$, этой неявной зависимостью можно пренебречь. Но наличие отрицательного знака у μ_2 при отрицательном ε_2 позволило нам выше допустить отсутствие отраженных волн. При положительном μ_2 отраженные волны неизбежно возникают.

Наблюдение о независимости от μ_2 в /3/ послужило поводом для рассмотрения исчезающей волны в пространстве со слоем вещества $\varepsilon_2 < 0, \mu_2 \geq 1$. Такие свойства имеют хорошо отражающие металлы на оптических частотах. В /3/ продемонстрирован в электростатическом приближении для уравнений Максвелла эффект приближенного сохранения субволновой структуры поля за слоем металла малой толщины. Мы проделаем здесь подобное рассмотрение, пользуясь принятым выше методом собственных волн и граничных условий.

Исчезающая волна в пространстве со слоем хорошо отражающего металла

Вновь будем рассматривать структуру, состоящую из 3-х плоских слоев вещества, см. рис.2. Слои 1 и 3 будем считать веществами с $\varepsilon_1, \mu_1 \geq 1$ и $\varepsilon_3, \mu_3 \geq 1$, слой 2 – хорошо отражающий металл $\varepsilon_2 < 0, \mu_2 \geq 1$. В области 1 имеется исчезающая волна, индекс волны $i = 0$, которая и в данном случае имеет вид (3). Кроме падающей волны в слое 1 имеется отраженная волна, индекс $i = 1$, поскольку $\varepsilon_1 / \mu_1 \neq \varepsilon_2 / \mu_2$. Отраженная волна описывается формулами вида (4) при замене индексов i и j на 1. Мы будем предполагать, что отраженная волна не оказывает влияния на источник падающей волны, так как она экспоненциально убывает в сторону отрицательных z , как выяснится позднее, и ее повторными отражениями можно пренебречь. В слое 2, который пока считаем бесконечно протяженным, имеется прошедшая волна, которая описывается формулами (4) с индексами $i = 2, j = 2$. Вновь применяем граничные условия и в результате получаем ($e_2 = -\varepsilon_2$):

$$k_{0x} = k_{1x} = k_{2x}, \quad (9)$$

$$H_{1y}(\vec{r}, t) = \frac{1 + (\kappa_{2z}\varepsilon_1 / \kappa_{0z}e_2)}{1 - (\kappa_{2z}\varepsilon_1 / \kappa_{0z}e_2)} H_{0y} e^{\kappa_{0z}(z-d_1)} e^{i(k_{0x}x - \omega t)}, \quad (10)$$

$$H_{2y}(\vec{r}, t) = \frac{2}{1 - (\kappa_{2z}\varepsilon_1 / \kappa_{0z}e_2)} H_{0y} e^{-\kappa_{2z}(z-d_1)} e^{i(k_{0x}x - \omega t)}. \quad (11)$$

При $\kappa_{2z}\varepsilon_1 / \kappa_{0z}e_2 = 1$ амплитуды отраженной и прошедшей волн становятся бесконечно большими. Эта бесконечность исчезает при учете потерь в среде 2. Наблюдается явление резонанса. Если вычислить k_{0x} с учетом последнего равенства $\kappa_{2z}\varepsilon_1 / \kappa_{0z}e_2 = 1$, то получим

$$k_{0x}^2 = (\omega/c)^2 \varepsilon_1 \varepsilon_2 \frac{\varepsilon_1 \mu_2 - \varepsilon_2 \mu_1}{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}. \quad (12)$$

При $\mu_1 = \mu_2 = 1$ мы получим хорошо известную формулу $k_{0x}^{pl} = (\omega/c) \sqrt{\varepsilon_1 \varepsilon_2 / (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}$ для волнового числа поверхностного плазмона, см., например /7/. Таким образом, формулы (10) и (11) демонстрируют наличие поверхностно-плазмонного резонанса.

Теперь рассмотрим исчезающую волну в пространстве с плоским слоем металла ограниченной протяженности по z . По-прежнему будем иметь в виду хорошо отражающий металл $\varepsilon_2 < 0, \mu_2 \geq 1$. Структура пространства и обозначения таковы, как на рис.2. В данном случае нужно рассматривать падающую волну с индексом 0, отраженную границей при $z = d_1$ волну с индексом 1, проникшую в слой металла волну с индексом 2, отраженную на границе $z = d_2$ волну с индексом r и проникшую в пространство 3 волну с индексом 3. Есть основания считать, что

$$k_{0z} = i\kappa_{0z}, k_{1z} = -i\kappa_{0z}, k_{2z} = i\kappa_{2z}, k_{rz} = -i\kappa_{2z}, k_{3z} = i\kappa_{0z}. \quad (13)$$

При этом мы предположили, что $\varepsilon_3 = \varepsilon_1$. Волны выбираем в следующем виде:

Таблица 1.

$H_{iy}(\vec{r}, t) = H_{iy} e^{ik_{iz}z},$ $E_{ix}(\vec{r}, t) = \frac{ck_{iz}}{\omega\varepsilon_j} H_{iy} e^{ik_{iz}z},$ $E_{iz}(\vec{r}, t) = -\frac{ck_{ix}}{\omega\varepsilon_j} H_{iy} e^{ik_{iz}z}.$	$k_{0z} = i\kappa_{0z}$ $H_{0y}(\vec{r}, t) = H_{0y} e^{-\kappa_{0z}z},$ $E_{0x}(\vec{r}, t) = i \frac{c\kappa_{0z}}{\omega\varepsilon_1} H_{0y} e^{-\kappa_{0z}z},$ $E_{0z}(\vec{r}, t) = -\frac{ck_{0x}}{\omega\varepsilon_1} H_{0y} e^{-\kappa_{0z}z}.$
$k_{1z} = -i\kappa_{0z}$ $H_{1y}(\vec{r}, t) = H_{1y} e^{\kappa_{0z}z},$ $E_{1x}(\vec{r}, t) = -i \frac{c\kappa_{0z}}{\omega\varepsilon_1} H_{1y} e^{\kappa_{0z}z},$	$k_{2z} = i\kappa_{2z}$ $H_{2y}(\vec{r}, t) = H_{2y} e^{-\kappa_{2z}z},$ $E_{2x}(\vec{r}, t) = -i \frac{c\kappa_{2z}}{\omega\varepsilon_2} H_{2y} e^{-\kappa_{2z}z},$

$E_{1z}(\vec{r}, t) = -\frac{ck_{0x}}{\omega\varepsilon_1} H_{1y} e^{\kappa_{0z}z}$	$E_{2z}(\vec{r}, t) = \frac{ck_{0x}}{\omega\varepsilon_2} H_{2y} e^{-\kappa_{2z}z}$
$k_{rz} = -i\kappa_{2z}$ $H_{ry}(\vec{r}, t) = H_{ry} e^{\kappa_{2z}z},$ $E_{rx}(\vec{r}, t) = i\frac{c\kappa_{2z}}{\omega\varepsilon_2} H_{ry} e^{\kappa_{2z}z},$ $E_{rz}(\vec{r}, t) = \frac{ck_{0x}}{\omega\varepsilon_2} H_{ry} e^{\kappa_{2z}z}.$	$k_{3z} = i\kappa_{0z}$ $H_{3y}(\vec{r}, t) = H_{3y} e^{-\kappa_{0z}z},$ $E_{3x}(\vec{r}, t) = i\frac{c\kappa_{0z}}{\omega\varepsilon_1} H_{3y} e^{-\kappa_{0z}z},$ $E_{3z}(\vec{r}, t) = -\frac{ck_{0x}}{\omega\varepsilon_1} H_{3y} e^{-\kappa_{0z}z}.$

Будем применять граничные условия на границах сред.

Поле слева от $z = d_1$:	Поле справа от $z = d_1$:
$H_{sy}^{d_1\varepsilon_1} \Big _{z=d_1} = H_{0y} e^{-\kappa_{0z}d_1} + H_{1y} e^{\kappa_{0z}d_1}$ $E_{sx}^{d_1\varepsilon_1} \Big _{z=d_1} = i\frac{c\kappa_{0z}}{\omega\varepsilon_1} (H_{0y} e^{-\kappa_{0z}d_1} - H_{1y} e^{\kappa_{0z}d_1})$	$H_{sy}^{d_1\varepsilon_2} \Big _{z=d_1} = H_{2y} e^{ik_{2z}d_1} + H_{ry} e^{ik_{rz}d_1}$ $E_{sx}^{d_1\varepsilon_2} \Big _{z=d_1} = \frac{c}{\omega\varepsilon_2} (k_{2z} H_{2y} e^{ik_{2z}d_1} + k_{rz} H_{ry} e^{ik_{rz}d_1})$

Поле слева от $z = d_2$:	Поле справа от $z = d_2$:
$H_{sy}^{d_2\varepsilon_2} \Big _{z=d_2} = H_{2y} e^{ik_{2z}d_2} + H_{ry} e^{ik_{rz}d_2}$ $E_{sx}^{d_2\varepsilon_2} \Big _{z=d_2} = \frac{c}{\omega} \left(\frac{k_{rz}}{\varepsilon_2} H_{ry} e^{ik_{rz}d_2} + \frac{k_{2z}}{\varepsilon_2} H_{2y} e^{ik_{2z}d_2} \right)$	$H_{3y}^{d_2\varepsilon_3} \Big _{z=d_2} = H_{3y} e^{ik_{3z}d_2}$ $E_{3x}^{d_2\varepsilon_3} \Big _{z=d_2} = \frac{ck_{3z}}{\omega\varepsilon_3} H_{3y} e^{ik_{3z}d_2}$

В результате получим следующие уравнения:

$$\begin{aligned}
H_{1y} - H_{2y} + 0 \cdot H_{3y} - H_{ry} &= -H_{0y} \\
-H_{1y} + \frac{\kappa_{2z}\varepsilon_1}{\kappa_{0z}e_2} H_{2y} + 0 \cdot H_{3y} - \frac{\kappa_{2z}\varepsilon_1}{\kappa_{0z}e_2} H_{ry} &= -H_{0y} \\
0 \cdot H_{1y} + H_{2y} e^{-(\kappa_{2z}-\kappa_{0z})d_2} - H_{3y} + H_{ry} e^{(\kappa_{2z}+\kappa_{0z})d_2} &= 0 \\
0 \cdot H_{1y} - \frac{\kappa_{2z}\varepsilon_1}{\kappa_{0z}e_2} H_{2y} e^{-(\kappa_{2z}-\kappa_{0z})d_2} - H_{3y} + \frac{\kappa_{2z}\varepsilon_1}{\kappa_{0z}e_2} H_{ry} e^{(\kappa_{2z}+\kappa_{0z})d_2} &= 0
\end{aligned} \tag{14}$$

Детерминант этой системы линейных уравнений имеет следующий вид:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & K & 0 & -K \\ 0 & e1 & -1 & e2 \\ 0 & -Ke1 & -1 & Ke2 \end{vmatrix} = -(K-1)^2 e2 + (K+1)^2 e1 \tag{15}$$

$$e1 = e^{-(\kappa_{2z}-\kappa_{0z})d_2}, \quad e2 = e^{(\kappa_{2z}+\kappa_{0z})d_2}, \quad K = (\kappa_{2z}\varepsilon_1 / \kappa_{0z}e_2)$$

Вычисления дают следующий результат:

$$\begin{aligned} H_{1y} &= -H_{0y} \frac{(K-1)(K+1)(1-e1/e2)}{(K-1)^2 - (K+1)^2(e1/e2)} \\ H_{2y} &= -2H_{0y} \frac{(K-1)}{(K-1)^2 - (K+1)^2(e1/e2)} \\ H_{3y} &= -4H_{0y} \frac{Ke1}{(K-1)^2 - (K+1)^2(e1/e2)} \\ H_{ry} &= -2H_{0y} \frac{(K+1)(e1/e2)}{(K-1)^2 - (K+1)^2(e1/e2)} \end{aligned} \quad (16)$$

Имеется плазмонный резонанс при двух значениях K :

$$K = \frac{\kappa_{2z}\varepsilon_1}{\kappa_{0z}e_2} = \begin{cases} \frac{1 + \sqrt{e1/e2}}{1 - \sqrt{e1/e2}} = \frac{1 + e^{-\kappa_{2z}d_2}}{1 - e^{-\kappa_{2z}d_2}} \\ \frac{1 - \sqrt{e1/e2}}{1 + \sqrt{e1/e2}} = \frac{1 - e^{-\kappa_{2z}d_2}}{1 + e^{-\kappa_{2z}d_2}} \end{cases} \quad (17)$$

Эффект расщепления поверхностно-плазмонного резонанса в слое металла ограниченной толщины подробно обсуждался в /8/. Расщепление связано с существованием симметричной и антисимметричной мод. Отметим кстати, что в металлическом цилиндре расщепление для плазмонной моды TM_0 отсутствует вследствие полной осевой симметрии. При малой толщине металлического слоя расщепление резонанса велико, так как $1 + e^{-\kappa_{2z}d_2} \gg 1 - e^{-\kappa_{2z}d_2}$, а при большой толщине слоя, когда $e^{-\kappa_{2z}d_2} \ll 1$, расщепление мало, и резонансное значение K приблизительно равно 1, что совпадает с полученным ранее значением для неограниченного с одной стороны слоя металла.

Построим поля, см. рис.4. Для серебра $\varepsilon_2 = -10.67$, $\mu_2 = 1$ на длине волны $\lambda_0 = 514.7 \text{ nm}$ /9/.

Таблица 2.

$H_y(\vec{r}, t) = H_{0y} e^{-\kappa_{0z}z},$	$-d_1 < z \leq 0$
$H_y(\vec{r}, t) = H_{2y}(\vec{r}, t) + H_{ry}(\vec{r}, t) =$ $= -2H_{0y} \frac{(K-1)e^{-\kappa_{2z}z} + (K+1)e^{-2\kappa_{2z}d_2}e^{\kappa_{2z}z}}{(K-1)^2 - (K+1)^2e^{-2\kappa_{2z}d_2}}$	$0 < z \leq d_2$
$H_y(\vec{r}, t) = H_{3y}e^{-\kappa_{0z}z} =$ $= -4H_{0y} \frac{Ke^{-(\kappa_{2z}-\kappa_{0z})d_2}e^{-\kappa_{0z}z}}{(K-1)^2 - (K+1)^2e^{-2\kappa_{2z}d_2}}$	$d_2 < z$

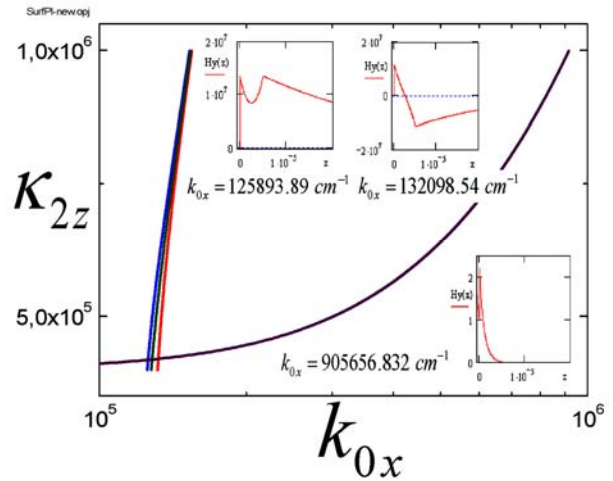
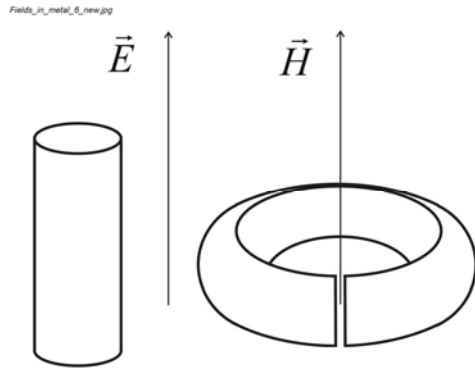


Рис.5 (слева). Наночилиндр и нанокольцо в качестве полуволновых резонаторов для поверхностных плазмонов: стержень – электродипольный резонатор, кольцо – магнитно-дипольный резонатор. Кольцо изображено 3-хкратно увеличенным по сравнению со стержнем.

Рис.6 (справа). 50 нм.

В отличие от случая со слоем вещества $\varepsilon, \mu < 0$ здесь наблюдается значительная дисперсия, зависимость от k_{0x} , эффекта усиления поля прилегающим слоем вещества. Структура поля также совсем иная.

Результатом проделанного рассмотрения неоднородной (исчезающей) волны в слоистой структуре являются графики на рис.3 и 4. За слоем вещества $\varepsilon = -1, \mu = -1$, также, как и за слоем хорошо отражающего металла $\varepsilon < 0, \mu = 1$ амплитуда исчезающей волны оказывается увеличенной и даже значительно увеличенной по сравнению с ее значением на стороне слоя, обращенной к источнику. Эффект в структуре со слоем $\varepsilon = -1, \mu = -1$ не имеет зависимости от волнового числа k_{0x} исчезающей волны (не имеет дисперсии), а в структуре со слоем металла дисперсия эффекта велика. Несмотря на некоторое сходство конечного результата поля в рассмотренных двух слоях имеют различную зависимость от поперечной координаты.

Рост амплитуды исчезающей волны в поперечном направлении не противоречит закону сохранения энергии. Дело в том, что представленные выше задачи не являются задачами на распространение электромагнитного излучения, а являются задачами на отыскание собственных волн $\vec{H}_n(\vec{r})$ волнового уравнения без времени

$$\Delta \vec{H}(\vec{r}) + \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \varepsilon \mu \vec{H}(\vec{r}) = 0 \text{ в неоднородном пространстве, то есть с соответствующими}$$

граничными условиями. Задача на распространение – это поиск решения уравнения

$$\Delta \vec{H}(\vec{r}, t) - \frac{1}{v^2} \ddot{\vec{H}}(\vec{r}, t) = 0 \text{ в виде } \vec{H} = \sum_n [a_n(t) \vec{H}_n + a_n^*(t) \vec{H}_n^*], \text{ где } \vec{H}_n(\vec{r}) - \text{решения}$$

волнового уравнения без времени. Эта задача находится за рамками данного рассмотрения.

Поле в пространстве со слоем металла, на который воздействует исчезающая волна, содержит одновременно 5 исчезающих волн. Это – воздействующая волна H_{0y} , отраженная от 1-й границы волна H_{1y} , проникшая в слой металла волна H_{2y} , отраженная 2-й границей волна H_{ry} и проникшая за слой металла волна H_{3y} . Для определенности мы выбрали для обсуждения поперечно-магнитные волны H_{iy} , то есть

TM - волну. Амплитуды волн H_{1y} , H_{2y} , H_{ry} и H_{3y} значительно превышают H_{0y} . В условиях поверхностно-плазмонного резонанса эти амплитуды обращаются в бесконечность (в отсутствие потерь), тогда как H_{0y} остается конечной. Граничное условие равенства тангенциальных компонент полей на 1-й границе выполняется благодаря приближенному равенству H_{1y} и H_{2y} на этой границе. На 2-й границе эффект повторяется: волна H_{2y} , будучи малой у 2-й границы, порождает приблизительно равные и большие по амплитуде волны H_{ry} и H_{3y} . Волны H_{1y} , H_{2y} и H_{ry} , H_{3y} попарно образуют поверхностные волны на 1-й и 2-й границах металла, соответственно.

Мы не будем обсуждать далее исчезающие волны в среде с $\varepsilon = -1$, $\mu = -1$. В данный момент актуальной является задача поиска или изготовления вещества с такими свойствами на оптических частотах. Возможно, такими веществами могут оказаться композитные вещества из металлических стерженьков и таких же стерженьков, согнутых в незамкнутое кольцо, см. рис.5. Каждый из этих элементов поддерживает поверхностный плазмон, являясь в одном случае - электро-дипольным резонатором, возбуждаемым электрическим полем \vec{E} падающей волны, а во втором случае - магнитно-дипольным резонатором, который возбуждает магнитное поле \vec{H} падающей волны. Именно поверхностные плазмоны на стерженьках и колечках отличают наше предложение от того, что содержится в /2/. Длина волны поверхностного плазмона на цилиндре малого диаметра в десятки раз меньше длины волны в свободном пространстве /10/. Структурные элементы в виде стерженьков и колечек, обладающие полуволновым резонансом, будут малы в сравнении с длиной волны в свободном пространстве. На частотах выше частоты резонанса композитная среда будет иметь $\varepsilon < 0$, $\mu < 0$ и не будет обладать заметным светорассеянием. Способ изготовления наноколечек из *Au* диаметром 110 нм описан в работе /11/. Там же сообщается о наблюдении поверхностных плазмонов на этих колечках, возбуждаемых излучением с длиной волны 1000 нм.

Исходя из равенств (17) и заменяя κ_{0z} по формуле $\kappa_{0z} = \sqrt{k_{0x}^2 - (\omega/c)^2 \varepsilon_1 \mu_1}$ можно построить две кривые $\kappa_{2z} = f_1(k_{0x})$ и $\kappa_{2z} = f_2(k_{0x})$. Но $f_1(k_{0x})$ и $f_2(k_{0x})$ - трансцендентные функции, поэтому удобнее строить обратные функции $k_{0x} = \varphi_1(\kappa_{2z})$ и $k_{0x} = \varphi_2(\kappa_{2z})$.

$$k_{0x} = \varphi_1(\kappa_{2z}) = \sqrt{\left(\frac{\kappa_{2z} \varepsilon_1}{e_2} \frac{1 + e^{-\kappa_{2z} d_2}}{1 - e^{-\kappa_{2z} d_2}} \right)^2 + (\omega/c)^2 \varepsilon_1 \mu_1},$$

$$k_{0x} = \varphi_2(\kappa_{2z}) = \sqrt{\left(\frac{\kappa_{2z} \varepsilon_1}{e_2} \frac{1 - e^{-\kappa_{2z} d_2}}{1 + e^{-\kappa_{2z} d_2}} \right)^2 + (\omega/c)^2 \varepsilon_1 \mu_1}.$$
(18)

При $\kappa_{2z} d_2 \gg 1$ обе кривые совпадают, имея вид

$$k_{0x} = \sqrt{(\kappa_{2z} \varepsilon_1 / \varepsilon_2)^2 + (\omega/c)^2 \varepsilon_1 \mu_1}.$$
(19)

В теории поверхностных плазмонов обычно строят функции $\omega = \omega(k_{0x})$. Здесь и далее мы не рассматриваем такой зависимости и все формулы пишем при заданном $\omega = const$.

При $\kappa_{2z} = 0$ по формулам (18) получаем:

$$\min_1 k_{0x} = \varphi_1^{\min_1}(\kappa_{2z}) = \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_1}{e_2} \frac{2}{d_2}\right)^2 + (\omega/c)^2 \varepsilon_1 \mu_1}, \quad (20)$$

$$\min_2 k_{0x} = \varphi_2^{\min_2}(\kappa_{2z}) = (\omega/c) \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1}.$$

Кривые (18) - это геометрическое место точек, пар значений κ_{2z} и k_{0x} или, соответственно, κ_{2z} и κ_{0z} , которые обращают в нуль знаменатели в формулах (16). Однако при выборе κ_{2z} значение k_{0x} (или наоборот) получается по формуле

$$\kappa_{2z} = \sqrt{k_{0x}^2 + (\omega/c)^2 e_2 \mu_2}. \quad (21)$$

Пересечение кривых по формулам (21) и (18) либо (19) дает волновое число поверхностного плазмона $k_{0x}^{pl} = (\omega/c) \sqrt{\varepsilon_1 \varepsilon_2 / (\varepsilon_2 + \varepsilon_1)}$.

На рис.6 показано поведение кривых (18), (19) и (21), толщина слоя серебра 50 nm.

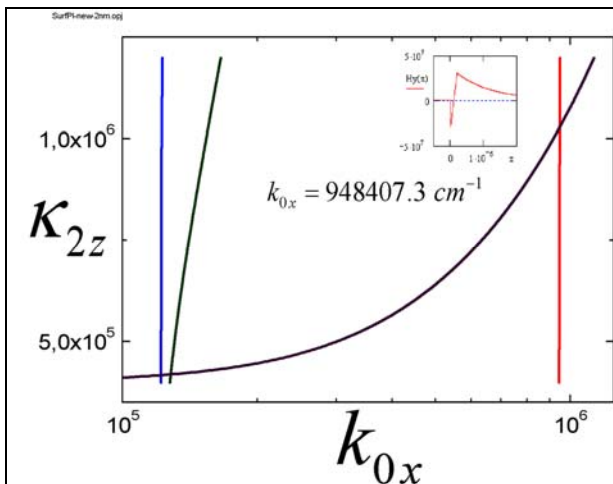


Рис.7. 2 нм.

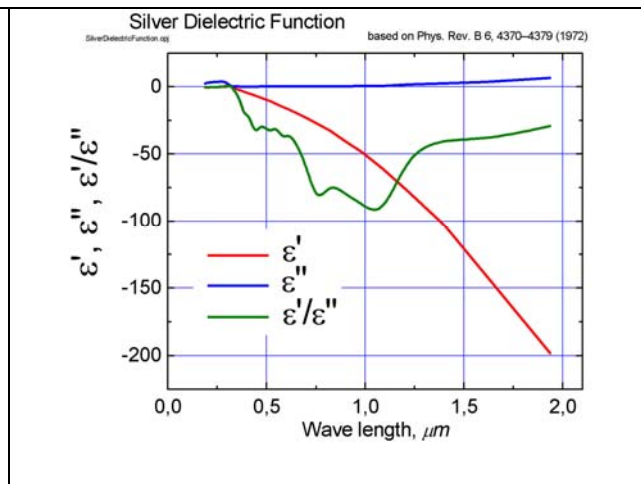


Рис.8. Диэлектрическая проницаемость серебра на различных длинах волн (построено по данным из [9]). Показано также $\varepsilon'/\varepsilon''$.

Кривые (18), (19) и (21) пересекаются при значениях k_{0x} от $1.26 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-1}$ до $1.32 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-1}$, что не намного превышает $1.221 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-1}$, значение $k_0 = \omega_0/c$. Пересечения - это пространственные частоты плазмонных резонансов. На поверхности могут быть возбуждены волны с достаточно произвольной пространственной частотой k_{0x} , в том числе - короткие волны, например с $k_{0x} = 0.9 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-1}$. На врезках показаны амплитуды возбуждаемых волн. На двух верхних врезках можно видеть, что вблизи плазмонного резонанса амплитуды поверхностных волн в 10^7 раз превышают амплитуду $H_{0y}(z = d_1)$ прилегающей волны (слева - для симметричного и справа - антисимметричного плазмона), а в отсутствие резонанса, см. внизу, амплитуда равна приблизительно $2H_{0y}(z = d_1)$. Вдали от плазмонного резонанса амплитуда

поверхностной волны мала. Возникает задача увеличения эффективности возбуждения коротковолновых поверхностных волн.

Эта задача решается посредством перехода к слоям металла малой толщины. На рис.7 приведены те же кривые, что и на рис.6, но для слоя серебра толщиной 2 нм. Расщепление плазмонных мод для этой пленки значительно увеличено по сравнению с расщеплением для пленки 50 нм. Кривая (21) в данном случае пересекается с кривой для антисимметричного плазмона при $k_{0x} \approx 0.95 \cdot 10^6 \text{ см}^{-1}$. На врезке к рис.7 можно видеть, что вблизи этого значения k_{0x} амплитуда возбуждаемой волны вновь оказывается чрезвычайно большой, более чем в 10^7 раз превышающей $H_{0y}(z = d_1)$.

Выявленная возможность эффективного возбуждения коротковолновых (~ 50 нм) поверхностных волн, длина волны которых почти в 10 раз меньше длины волны в вакууме на избранной частоте, открывает возможность для постановки вопроса о развитии оптики (то есть оптических преобразований - отклонение, фокусировка, гауссовы пучки, фотонные кристаллы и т.п.) очень коротких поверхностных волн. Эта возможность может оказаться очень целесообразной в применениях. Рассчитаем потери распространения таких волн. Мы проделаем этот расчет таким же способом, как это сделано для плазмона на поверхности металла бесконечной толщины в /7/.

Нужно найти комплексный корень уравнения

$$(2/d_2) - (e_2 k_{0x} / \varepsilon_1) [1 - (\omega/c)^2 \varepsilon_1 \mu_1 / (2k_{0x}^2)] = \sqrt{k_{0x}^2 + (\omega/c)^2 e_2 \mu_2}. \quad (22)$$

Тогда будет найдено $\text{Im} k_{0x}$ при $e_2 = e_2' + i e_2''$.

Будем считать, что $e_2 = e_2' + i e_2''$ и что $e_2' \gg e_2''$. Соответственно, будем считать, что $k_{0x} = k_{0x}' + i k_{0x}''$ и что $|k_{0x}'| \gg |k_{0x}''|$. Проделаем преобразования в (22).

$$-\frac{e_2}{k} [(\delta - \eta)(2k^2 - 1) + 4\eta k^2] = (k^2 + e_2)^{0.5} \frac{\delta e_2 + 2\eta k^2}{k^2 + e_2}. \quad (23)$$

Здесь $\tilde{e}_2 = e_2(1 + i\delta)$ и $\tilde{k} = \tilde{k}_{0x}/k_0 = k(1 + i\eta)$. δ и η - величины малые. $\varepsilon_1 = \mu_1 = \mu_2 = 1$.

$$k_{0x}'' = -e_2'' k_{0x}' \frac{k + (2k^2 - 1)(k^2 + e_2)^{0.5}}{2k^3 + e_2(2k^2 + 1)(k^2 + e_2)^{0.5}}. \quad (24)$$

Если учесть, что $k \gg 1$, то получим:

$$k_{0x}'' \approx -e_2'' k_{0x}' \left(1 - \frac{k}{e_2(k^2 + e_2)^{0.5}}\right) \approx -e_2'' k_{0x}'. \quad (25)$$

На длине волны 514.5 нм отношение $|\varepsilon'|/\varepsilon''$ составляет ~ 30 . Это означает, что пробег волны около 30 длин волн. Рис.8 показывает, что на длине волны около 1000 нм пробег может составить до 100 длин волн.

Рассмотрим более подробно структуры со слоем металла. Используя эффект металлического слоя можно построить ответвитель сигнала из плоской оптоэлектронной структуры или из световода. В практике может оказаться полезной возможность

увеличенной пространственной свободы с размещением и изготовлением ответвителя. Дисперсия эффекта усиления проникающей сквозь металлический слой исчезающей волны может быть использована в чувствительном устройстве измерения длины волны в опыте, аналогичном опыту с полным внутренним отражением, или для измерения размеров структурных элементов в наноустройствах, порождающих исчезающие волны в пространстве, прилегающем к самому наноустройству.

Представляет интерес, в том числе – практический, развить оптику двумерных поверхностных волн на границе диэлектрик-металл, подобную оптике трехмерных волн в трехмерном пространстве. Как и в оптике 3-хмерного пространства здесь возможно применение линз, призм, зеркал, дифракционных решеток, фотонных кристаллов, световодов и прочее. Выгодной особенностью являются два обстоятельства: поверхностные волны занимают ограниченный плоский слой и поверхностные волны заметно медленнее, чем волны в 3-хмерном пространстве. Оптические устройства с поверхностными волнами можно объединять в многослойные структуры. Структурные элементы будут мельче, чем аналогичные элементы в 3-хмерном пространстве, так как дифракционные ограничения будут наступать при соответственно меньших размерах вследствие малости длины поверхностной волны.

На конференции *Frontiers in Optics 2005, the 89th OSA Annual Meeting and Laser Science XXI*, октябрь 2005 г., программа которой объявлена на сайте Американского Оптического общества, предполагается, что будет прочитан доклад профессора *Eli Yablonovich, Univ. of California at Los Angeles, USA*, под названием “*Plasmonics: Optical Frequencies with X-Ray Wavelengths*”. Судя по названию этот доклад посвящен высказанной в предыдущем абзаце идее. Впрочем, *X-Ray Wavelengths* означают длины волн фотонов с энергией более 1 кВ, то есть длины волн 1 нм и короче. Если иметь в виду диэлектрики, то по методу полного внутреннего отражения столь малой длины оптические поверхностные волны на плоских границах могут быть получены с помощью диэлектрика с нереальным значением $\epsilon\mu = 2.5 \cdot 10^5$. На наноцилиндрах из металла существует дополнительное замедление /10/, которое можно назвать геометрическим. Поверхностная волна может быть замедлена в 30-40 раз. Отрезок наноцилиндра может служить устройством возбуждения коротковолновой поверхностной волны.

Для тонкого слоя металла, а может быть для поверхностного слоя металла, значения ϵ и μ могут отличаться от значений для массивного слоя металла. Вопрос требует отдельного изучения.

Поверхностные волны существуют не только в виде плазмонов. В частности, предсказывают существование слабо затухающих неоднородных волн на поверхности, разделяющей традиционный диэлектрик и так называемый фотонный кристалл /12/. В данном тексте для нас интересны предсказываемые малые потери распространения. Вопрос требует дополнительного изучения.

В заключение автор выражает свою благодарность Е.М.Дианову за предложение темы данного исследования и последующий интерес к работе.

Цитированная литература

1. В. Г. Веселаго. УФН, т.92, 517-526 (1967); перевод: V.G.Veselago. *Sov. Phys. Uspekhi*, v.10, p.509 (1968)
2. D. R. Smith, W. J. Padilla, D. C. Vier, S. C. Nemat-Nasser, S. Schultz. *Phys. Rev. Lett.*, v.84, 4184-4187 (2000)
3. J. B. Pendry. *Phys. Rev. Lett.*, v.85, pp. 3966-3969 (2000)
4. X. S. Rao and C. K. Ong. *arXiv:cond-mat/0304133 v2* 16 Jun 2003
5. X. S. Rao and C. K. Ong. *arXiv:cond-mat/0304474 v2* 2 Jul 2003
6. М. Борн, Э. Вольф. Основы оптики. Наука, Москва, 1970
7. Н. Raether. *Surface plasmons*. Springer, Berlin, 1988

8. G. J. Kovacs and G. D. Scott. Phys. Rev. B, v.16, 1297-1311 (1977)
9. P. B. Johnson and R. W. Christy. Phys. Rev. B, v.6, 4370-4379 (1972)
10. В. С. Зуев, Г. Я. Зуева, А. В. Францесон. Оптика и спектроскопия, т.95, 394-402 (2003)
11. J. Aizpurua, P. Hanarp, D. S. Sutherland, M. Kall, G. W. Bryant, and F. J. G. de Abajo. Phys. Rev. Lett., v.90, 057401 (2003)
12. D. Artigas, L. Torner. Phys. Rev. Lett., v.94, 013901 (2005)