

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

ФИЗИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ
имени
П.Н.Лебедева



Ф И А Н

ПРЕПРИНТ

11

Г.В.ИВАНЕНКОВ, С.А.ПИКУЗ,
Т.А.ШЕЛКОВЕНКО, В.М.РОМАНОВА,
И.В.ГЛАЗЫРИН, О.Г.КОТОВА,
А.Н.СЛЕСАРЕВА

ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ
ПО МОДЕЛИРОВАНИЮ ПРОЦЕССОВ
ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ВЗРЫВА
ТОНКИХ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ПРОВОЛОЧЕК

ЧАСТЬ 3
МГД МОДЕЛЬ РАЗВИТИЯ РАЗРЯДА
ПО ЗАВЕРШЕНИИ ФОРМИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ
ПЛАЗМЕННАЯ КОРОНА — ЖИДКО-ПАРОВОЙ КЕРН

МОСКВА 2004

ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

ПО МОДЕЛИРОВАНИЮ ПРОЦЕССОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ВЗРЫВА ТОНКИХ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ПРОВОЛОЧЕК

ЧАСТЬ 3

Г.В. Иваненков

МГД МОДЕЛЬ РАЗВИТИЯ РАЗРЯДА ПО ЗАВЕРШЕНИИ ФОРМИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ ПЛАЗМЕННАЯ КОРОНА – ЖИДКО-ПАРОВОЙ КЕРН

АННОТАЦИЯ

В обзоре, написанном совместно в рамках реализации Проекта МНТЦ № 2151 сотрудниками ФИАН и РФЯЦ ВНИИ технической физики, дан анализ современного состояния исследований в области МГД расчетов электрического взрыва металлических проволочек, существующих моделей и положенных в их основу путей описания свойств вещества. Выделены следующие процессы, сопровождающие взрыв: нагрев металла в твердом состоянии, плавление, нагрев жидкого металла до начала интенсивного испарения, развитие крупномасштабных неустойчивостей с нарушением формы проводника, парообразование, нарушение механизма электрической проводимости, возникновение метастабильных состояний. В обзор включены данные скоростной рентгенографии, полученные с применением X-пинча. В данном препринте представлена третья, заключительная, часть обзора.

Процессы формирования и сжатия плазменных нагрузок, созданных быстрым ЭВП, весьма многообразны. Диапазон изменения их параметров чрезвычайно широк, в начале протекает серия фазовых переходов из твердого состояния в жидкость, далее – в пар, а затем – в плазму. В современных моделях, основанных на уравнениях радиационной МГД (РМГД), нередко приходится игнорировать все иные состояния вещества, кроме плазмы, описывая лишь процессы ее имплозии и нагрева до высоких температур. Задачи РМГД оказываются сложнее газодинамических из-за обширности числа существенных нелинейных процессов: их нелинейность связана как с квадратичными по скорости конвективными ускорениями и видом уравнения состояния, так и с реологическими эффектами, выраженными в зависимости от свойств среды коэффициентов, характеризующих диссипацию, кинетику столкновений и ионизации, перенос излучения. Роль реологии особенно велика в широкодиапазонных расчетах динамики вещества взорванных проволочек, включающих процессы в твердом и жидком металле, а также в паре, в начальной стадии. Каждый этап эволюции определяется своим набором самых существенных коэффициентов: задачи РМГД описывают сложную совокупность нелинейных процессов с иерархией весьма отличающихся пространственных и временных масштабов. В этой ситуации лишь некоторые отдельно взятые процессы допускают аналитическое исследование, общий же случай требует численных моделей.

Эйлеровы 2D модели нс-разрядов через взрывающиеся проволочки известны уже давно [116], но такие расчеты требуют весьма больших ресурсов компьютера. Важный шаг связан с созданием эйлерово-лагранжева метода свободных точек Дьяченко [117]. Близкий методу Харлоу частиц в ячейках [118], он предшествовал созданию известного метода крупных частиц [119]. Важную особенность этой схемы представляет способ дискретного представления среды: вместо частиц с постоянным статусом по Харлоу она использует лагранжевы точки. Фиксированная сетка ячеек не нужна, а в роли соседей выступают точки, оказавшиеся ближайшими в данный момент времени. Это расширяет область допустимых конфигураций расчетных ячеек, позволяя описывать значительные деформации среды. Широко известен расчет плазменного фокуса [120] по такой схеме. В дальнейшем Ях [121] применил метод Дьяченко к решению осесимметричных задач механики сплошных сред. Для локального представления МГД полей он использовал методы линейной интерполяции вместо аналитических решений линеаризованных уравнений в оригинальной версии. Это существенно повысило возможности описывать большие деформации сетки. Этот вариант положен нами в основу математического моделирования процессов в разрядах через проволочки.

Современный обзор развития и применений этого метода представлен в [122], где освещен широкий круг 2D задач механики сплошных сред: пробивание мишени быстро летящим телом, формирование кумулятивных струй, распространение процесса горения, падение астероида на Землю. Полученные результаты сравнивались с известными точными решениями и со счетом аналогичных задач методом частиц в ячейках. Изложены также последние разработки 3D обобщения метода применительно к задаче кумуляции.

В наших исследованиях динамики осесимметричного сжатия горячего и плотного гомогенного шнура плазмы взрывающихся проволочек достаточно полная двухтемпературная МГД модель была предложена в работе [123]. До этого была построена идеальная бездиссипативная модель [124], затем она была дополнена описанием радиационно-столкновительных процессов и применена к расчетам взрывающихся одиночных проволочек. Численный алгоритм был построен на методе Дьяченко–Яха с явной разностной схемой. Он обеспечил высокую скорость счета, возможность описания больших деформаций среды и искажений свободных границ, а также простоту многожидкостного моделирования плазмы. Платой за это явились специфические неустойчивости счета типа угловых и сближения, неконсервативность схемы и весьма жесткие ограничения временного шага. Перенос различных физических свойств был ограничен сверху свободными потоками. В первоначальной формулировке [123] использовалось приближение оптически плотной среды с полным равновесием

электронов и излучения: $T_\gamma = T_e$. На следующем шаге [125, 126] естественно было отказаться от этого ограничения: даже внутри плазмы разность $|T_\gamma - T_e| \sim |T_e - T_i|$, в прозрачных же внешних слоях степень неравновесности фотонов и электронов еще выше (особенно она велика в металлах с низкими атомными номерами). Корректное описание излучения, достигнутое в 3-температурной модели [125, 126], весьма важно в расчетах на мелких сетках с повышенной прозрачностью ячеек. Именно это позволило сделать следующий шаг в моделировании взрыва проволок.

Эксперименты последнего времени [31], продемонстрировав гетерогенную структуру разрядов через металлические проволочки, потребовали модификации модели. Примененная в них техника рентгеновской фотографии, использовавшая X-пинчи в качестве мгновенного точечного источника зондирующего излучения, дала убедительные свидетельства длительного существования плотного и холодного жидко-парового ядра. Его окружает плазменная корона – оптически наблюдаемый шнур плазмы, образовавшейся при шунтирующем пробое продуктов испарения с поверхности металла. Обе среды разделены резким, кратности до 100 раз, скачком плотности в переходе жидкость пар [128]. Как показано в [31], образование такой структуры вызвано особенностями неполного испарения металла в ходе электрического взрыва, завершающегося объемным вскипанием сердцевин [127]. Показано [128, 46], что проникновение в ядро из короны волны сжатия способно раскачивать гидродинамические неустойчивости на границе раздела сред. Отмечалась и возможная связь глубоко нелинейного развития этих явлений с наблюдавшейся тонкой структурой горячих точек рентгеновского свечения.

Моделирование гетерогенной системы корона–ядро требует алгоритма высокого разрешения. Особенно важно корректное решение эллиптического уравнения переноса излучения и жесткого, по его типу, уравнения кинетики ионизации. Эти обстоятельства проявились уже на первом этапе моделирования, когда в начальных условиях и корона, и ядро брались в виде достаточно холодной плазмы ($T > 1.5$ эВ) с примерно на порядок разной плотностью [129, 125, 126, 46]. Следующий шаг в этом направлении связан с дальнейшим понижением начальной температуры. Первая такая попытка [130] позволяет рассматривать ядро в уже достаточно холодном состоянии в 2-фазной области термодинамических параметров. Тем не менее, это еще не есть «холодный старт» разряда, т.к. полностью исключена стадия самого взрыва проволоки протекающим током. Рассмотрение [130] пока ограничено металлами с хорошей проводимостью, оно не касается процесса образования короны в ходе пробоя окружающего ядра пара. Заметим, что недавно данный метод был успешно применен к 2D моделированию иного родственного объекта – плазменного фокуса [131].

3.1 Описание физической модели

Физические основы МГД моделирования плазмы, заложенные еще в 50-ые годы прошедшего века и описанные, в классическом обзоре Брагинского [91], были положены в основу излагаемой ниже модели имплозии плазмы ЭВП. Компьютерные РМГД коды были призваны обеспечить проведение расчетов во всем диапазоне времен разряда – от его старта до образования и сжатия горячей плотной плазмы. Такие расчеты, ориентированные на эксперимент, необходимы для интерпретации данных, получения оценок роли различных факторов, а также предварительного исследования многообразных процессов, сочетание которых чрезвычайно осложняет понимание явления. Реализованная в настоящий момент 2D(r,z)-модель предполагает осесимметричную геометрическую конфигурацию объекта, а недавно начатая 2D(x,y)-модель описывает динамику в поперечной к оси плоскости.

Уравнения 3-температурной РМГД (температуры электронов, ионов и излучения $T_{e,i,\gamma}$)

1) МГД уравнения непрерывности и движения

$$d\rho / dt = -\rho \nabla \cdot \mathbf{v}, \quad \rho d\mathbf{v} / dt = -\nabla (p + 4 \Sigma_{SB} T_\gamma^4 / 3c) + \nabla \cdot \Pi + \mathbf{j} \times \mathbf{B} / c,$$

в которых d/dt – гидродинамическая производная; ρ , \mathbf{v} , p – массовые плотность, скорость и давление плазмы; \mathbf{B} – магнитное поле, азимутальное в осесимметричной модели; Π – тензор вязких напряжений с вкладами обоих типов частиц ($\Pi = \Pi^{(i)} + \Pi^{(e)}$); наша модель, в силу типичной оценки $\Pi^{(e)}/\Pi^{(i)} \sim Z^3 (m_e/m_i)^{1/2}$, нуждается в учете электронной вязкости, которая, заметим, фактически не вычислялась в [91]). К термодинамическому давлению частиц плазмы здесь добавлено давление излучения (Σ_{SB} – постоянная Стефана–Больцмана), роль которого может быть достаточно большой на поздних стадиях имплозии плотной и горячей плазмы. В ранних реализациях кода [123–126] для обеспечения регулярной монотонности хода плотности внутри фронта имплозии давление ионов дополнялось еще и искусственной объемной вязкостью (типа второй вязкости) фон Неймана–Рихтмайера. Начиная с работы [130] схемная искусственная вязкость вводится в модель через тензоры $\Pi_{(e,i)}$ подобно первой (сдвиговой) вязкости. Она работает лишь при сжатии и описывается тремя парами (влияние поля \mathbf{B} на частицы плазмы) коэффициентов типа фон Неймана. Они выбираются пропорционально вкладам в физическую вязкость, в коэффициентах которой, в силу того, что учет токовой скорости в $\Pi^{(e)}$ превышает точность модели, просто суммировались вклады обеих жидкостей. В итоге имеет место представление

$$\Pi_{ij} = \mu_{ijkl} (\nabla_k v_l + \nabla_l v_k) + \Pi_{ij}^{(\text{art})}, \quad \mu = \mu^{(i)} + \mu^{(e)}$$

(в осесимметричном случае из 5 таких коэффициентов вязкости нетривиальны лишь 3).

Уравнение состояния вида $p = p_x + p_i + p_e$ ($p_{e,i}$ – тепловые, p_x – холодная составляющие давления) способно описать неидеальность ионной компоненты и эффекты квантового вырождения электронов. В конкретных расчетах оно бралось из работы [63] для Ti, W и Mo и из [62] – для Cu. В последних расчетах для W делаются попытки комбинирования [63] в плазменной области с УРС ОИВТ в области холодных состояний.

2) Уравнения переноса тепла электронами и ионами

$$C_{Ve} n_e d_e T_e / dt + \nabla \cdot \mathbf{q}_e = - (K_{0e} + p_e) \nabla \cdot \mathbf{v}_e + \mathbf{j}^2 / \sigma + \Pi^{(e)} : \nabla \mathbf{v}_e - n_i (C_{Ve} T_e + I_Z) dZ/dt - Q_\gamma + \mathbf{R} \cdot \mathbf{j} / en_e - Q_{ei},$$

$$C_{Vi} n_i d_i T_i / dt + \nabla \cdot \mathbf{q}_i = - (K_{0i} + p_i) \nabla \cdot \mathbf{v}_i + \Pi^{(i)} : \nabla \mathbf{v}_i + Q_{ei}.$$

Здесь $d_{e,i} / dt$, $n_{e,i}$, $\mathbf{v}_{e,i}$, $T_{e,i}$, $p_{e,i}$, $K_{0e,i}$ и $C_{Ve,i}$ – парциальные гидродинамические производные, объемные концентрации, скорости, температуры, давления, холодные модули сжатия и изохорические теплоемкости; I_Z – потенциалы ионизации, а $Q_\gamma = 4 \Sigma_{\text{SB}} (T_e^4 - T_\gamma^4) / \rho$ и $Q_{ei} = 3 n_i (T_e - T_i) / 2 \tau_{ei}$ представляют удельные мощности радиационных потерь плазмы и e-i-теплообмена. Тепловые потоки и термосилу (трение электронов) можно представить в виде суммы тепловой и дрейфовой части $\mathbf{q}_e = \mathbf{q}_{ue} + \mathbf{q}_{Te}$, $\mathbf{q}_i = \mathbf{q}_{Ti}$ и $\mathbf{R} = \mathbf{R}_T + \mathbf{R}_u$, где

$$\mathbf{q}_{Te,i} = - (\kappa_{\perp e,i} \nabla T_{e,i} + \kappa_{\wedge e,i} \mathbf{b} \times \nabla T_{e,i}), \quad \mathbf{R}_T = - (\alpha_{\perp} \nabla T_e + \alpha_{\wedge} \mathbf{b} \times \nabla T_e);$$

$$\mathbf{q}_{ue} = [(-C_{Pe}/e + \alpha_{\wedge}) \mathbf{j} + \alpha_{\perp} \mathbf{b} \times \mathbf{j}] T_e, \quad \mathbf{R}_u = n_e \mathbf{j} / \sigma, \quad \mathbf{b} = \mathbf{B} / B.$$

Индексы \perp и \wedge помечают поперечные и кососимметрические относительно вектора \mathbf{b} компоненты тензорных коэффициентов теплопроводности и термо-ЭДС. Фигурирующие здесь **транспортные коэффициенты** брались из работ [132, 97, 92] (различие методик в [91] и [92] сводится к способу решения кинетических уравнений плазмы: метод Энскога–Чепмена в [91] и 13-моментное разложение Грэда – в [92], мы опирались на более поздние результаты [92]). При численной реализации эти законы переноса были ограничены сверху свободными тепловыми потоками.

3) Электродинамическое уравнение генерации магнитного поля

$$\partial_t \mathbf{B} = \nabla \times [\mathbf{v}_e \times \mathbf{B} + en_e (\nabla p_e - \nabla \cdot \Pi^{(e)} + \mathbf{R}) / c], \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad \mathbf{j} = 4\pi \nabla \times \mathbf{B} / c$$

(при осевой симметрии азимутальное поле соленоидально). Ток описывался с помощью обобщенного закона Ома

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} / c = \mathbf{j} / \sigma - (\nabla p_e - \mathbf{j} \times \mathbf{B} / c - \nabla \cdot \Pi^{(e)} + \mathbf{R}) / en_e .$$

Проводимость в ее классической, основной в плотной плазме, части, а также тесно связанная с ней **электронная теплопроводность**, взяты из [82]. В аномальной части были учтены вклады ионнозвуковой (при $T_e > T_i$), модифицированный бунемановский и нижегибридной (при $T_e < T_i$) турбулентности. В ходе счета контролировалось выполнение условия $u = j/en_e < c_s$ ограничения дрейфа электронов скоростью звука. Следует отметить, что это ограничивает применимость модели, не позволяя выйти в область электронной гидродинамики, что сказывается на описании конечной стадии развития перетяжки и ускорения частиц плазмы.

4) Уравнение переноса излучения в оптически плотной среде

$$\nabla \cdot \kappa_\gamma \nabla T_\gamma + 4 \Sigma_{\text{SB}} (\eta T_e^4 - T_\gamma^4) / l_p = 0 , \quad \kappa_\gamma = 16 \Sigma_{\text{SB}} l_R T_\gamma^3 / 3 ,$$

где κ_γ – радиационная теплопроводность, $l_{p,R}$ – **усредненные по Планку и Росселанду пробеги фотонов**. Для последних использовались степенные аппроксимации вида $l_{p,R} = k T_e^\alpha / \rho^\beta$ [98]: в ранних работах – из статьи Цакириса и Эйдмана, а позже, начиная с [130], – Мингеца и др. Диффузионное описание, естественно, нарушалось во внешних неплотных слоях плазмы. Поэтому здесь оно плавно переходило в описание переноса в прозрачной среде. При численной реализации радиационные потоки тепла лимитировались сверху их пределами при свободном переносе: чтобы радиация не превышала чернотельный поток $4 \Sigma_{\text{SB}} T_\gamma^4$, коэффициент κ_γ дополнялся множителем $1/(1 + 4l_R |\nabla T_\gamma| / 3T_\gamma)$. При этом соответствующим образом трансформировалось граничное условие на поверхности плазмы. Особо надо сказать о коэффициенте η , отличающем от стандартной нашу запись уравнения диффузии излучения. Диффузионное описание, естественно, нарушается во внешних слоях плазмы, где оно должно плавно переходить в описание переноса в прозрачной среде. Снижение эффективности источника излучения, вследствие потери в вакуум фотонов, учитывается коэффициентом η (соответствующий член в уравнении для T_e написан без η), можно также использовать различные температуры в зависимости $l_p(\rho, T)$ при описании эмиссии и поглощения квантов. Оптимальный вид коэффициента η , как функции отношения ξ минимального удаления рассматриваемой точки от границы среды и пробега l_p , целесообразно выбирать на основе опыта расчетов. Например, в плотной плазме оказалась удобной простая функция $\eta = (1 + \xi^{-2})^{-1}$.

5) Уравнение кинетики среднего заряда

$$dZ / dt = R_{\text{ion}} - R_{\text{rec}} , \quad R_{\text{ion,rec}} = R_{\text{ph}}^{\text{ion,rec}} + R_{\text{el}}^{\text{ion,rec}} .$$

В нем $R_{\text{ion,rec}}$ – кинетические скорости процессов ионизации и рекомбинации. Учтены фото- и ударный электронный процессы ионизации, а в рекомбинации – фото- и 3-частичный. Соответствующие коэффициенты брались из работы [132]:

$$\begin{aligned} R_{\text{el}}^{\text{ion}} &= 10^{-7} Z n_i (I_H / I_Z)^{3/2} (I_Z / T_e)^{1/2} (1 + I_Z / T_e)^{-1} \exp(-I_Z / T_e) , \\ R_{\text{el}}^{\text{rec}} &= 3.3 \cdot 10^{-31} Z n_i n_e (I_H / I_Z)^{3/2} (I_Z / T_e)^{1/2} (1 + I_Z / T_e)^{-1} (I_H / T_e)^{3/2} , \\ R_{\text{ph}}^{\text{rec}} &= 1.5 \cdot 10^{-13} Z n_i (I_H / I_Z)^{1/2} (I_Z / T_e)^{3/2} (1 + I_Z / T_e)^{-1} . \end{aligned}$$

Здесь $I_H = 13.6$ эВ – потенциал ионизации водорода, I_Z – Z -зарядного иона; размерности: $[R] = 1/c$, $[n_{e,i}] = 1/\text{см}^3$. Эти формулы позволяют писать стандартное условие равновесия Саха. Фотоионизация $R_{\text{ph}}^{\text{ion}}$ никогда не доминирует в нерелятивистской плазме. Она важна в неплотной плазме и может быть оценена по формуле для H-подобных ионов из книги [1]. За-

висимость энергии ионизации от Z получалась интерполяцией данных для свободных ионов с добавлением поправки [95] на снижение порога ионизации и "исчезновение" верхних уровней под влиянием ионных микрополей. Неравновесность ионизации особенно важна в поздней, пикосекундной, стадии сжатия перетяжки.

Условия однозначности решения

Эти условия в большой мере зависят от геометрии нагрузки, они разнятся в $2D(r,z)$ - и $2D(x,y)$ -моделях. Начнем с осесимметричной задачи в **$2D(r,z)$ -модели**:

а) **Условия на резкой свободной границе плазмы и вакуума** $r = a(z,t)$ включают:

- задание азимутальной компоненты магнитного поля $B = 2J/ca$;
- исчезновение тензора напряжений: $-p \delta_{ik} + \Pi_{ik} = 0$;
- отсутствие нормальных составляющих потоков тепла: $\mathbf{n} \cdot \mathbf{q}_{e,i} = 0$;
- свободный выход излучения в вакуум: $-\kappa_\gamma \mathbf{n} \cdot \nabla T_\gamma = 2 \Sigma_{SB} T_\gamma^4$;

Из-за резкой в модели границы плазмы приходится полностью игнорировать более редкую часть короны, реально также несущую ток. Это вызвано применением обобщенного закона Ома вместо уравнения движения электронов и продиктовано стремлением избежать усложнения модели переноса тока: непонятных сегодня процессов генерации токовых неустойчивостей и пучков ускоренных частиц. Трудности вызывает и применение условия для тензора напряжения: проблема корректного предельного перехода на границе плазма–вакуум. Практически здесь бралось простое $p = 0$, хотя оно связано с иным, чем условие с вязкими напряжениями, определением поверхности плазмы.

б) **Условия на боковых торцах** выбирались в виде:

- "симметричные" условия Дьяченко-Имшенника [120]:
 $v_z = \nabla_z v_r = \nabla_z n_e = \nabla_z T_{e,i} = \nabla_z B = 0$;
- условия высокой проводимости на "электродах" $\mathbf{n} \times \mathbf{E} = 0$;
- свободный уход излучения: $-\kappa_\gamma \mathbf{n} \cdot \nabla T_\gamma = 2 \Sigma_{SB} T_\gamma^4$.

Первые из них позволяют не рассматривать сложные процессы в области сопряжения плазмы с реальными электродами, ограничившись выбранной внутренней областью межэлектродного пространства. Кроме того, они препятствуют генерации вблизи торцов замкнутых токов, создающих проблемы в описании имплозии.

с) **На оси** ставились обычные условия симметрии: $v_r = \nabla_r v_z = \nabla_r T_{e,i,\gamma} = \nabla_r p = B = 0$.

д) **Начальные условия.** Пока еще есть обстоятельства, препятствующие начать расчет с холодного металлического состояния, приходится стартовать с некоторого возможно близкого к нему распределения плотностей и температур, предполагая вещество неподвижным, а излучение – равновесным. Выбор начальной геометрической конфигурации и значений параметров осуществляется на основании данных эксперимента. Это состояние возмущается малым случайным шумом на уровне 1%, создающим начальную «затравку» для последующего развития неустойчивостей.

е) **Задание тока** $J(t)$, поступающего в плазменную нагрузку.

В открытой системе следует определить ввод и вывод энергии. Принятие электротехнического уравнения цепи тока повышает требования к необходимой информации, например, об аномальном сопротивлении редкой плазмы. Поэтому ток в нагрузке предполагается заданным. Использовались модельные законы, например, гармонического или линейного типа. Реальный закон может быть взят из данных осциллографических измерений.

Такие условия однозначности почти достаточны для в **$2D(r,z)$ -моделирования** одиночной проволоочки. Для гетерогенной системы «корона–кern» следует еще ввести условия контакта сред разной плотности. В конической модели X-пинча и цилиндрической для многопро-

волочного лайнера требуются еще и дополнительные условия на внутренней поверхности. Еще большие отличия возникают в $2D(x,y)$ -модели. Они заключены в следующем:

- На нецилиндрической границе плазма–вакуум нет универсальной формулы для магнитного поля, которое теперь должно искаться в ходе решения задачи. Поле двухкомпонентно, и условие соленидальности нетривиально.
- Боковых границ нет, для рассматриваемого сечения вводится обмен веществом по оси OZ , сама эта ось вырождается в единственную точку.

3.2 Численная реализация модели

В структуре сформулированной модели выделяется гидродинамическая часть уравнений, которая может быть решена специфическими методами. Поэтому по применяемым алгоритмам процедура реализации распадается на две разных части. Кроме того, несколько различаются реализации алгоритмов в $2D(r,z)$ - и $2D(x,y)$ -моделях.

Лагранжева часть кода

Описываемый код базируется на версии К. Яха [121] метода свободных точек. Он использует **эйлерово-лагранжево описание**, в котором уравнения траекторий жидких частиц

$$d\xi / dt = \mathbf{v}(\xi, t), \quad \xi = \{r, z\} \text{ в } 2D(r, z)\text{-модели и } = \{x, y\} \text{ в } 2D(x, y)\text{-модели,}$$

решаются, как и в известном методе Харлоу, совместно с системой эйлеровых МГД уравнений. Достоинство кода видится в отказе от жесткой взаимной привязки соседних точек, ответственной за неустойчивость и не допускающей сильные искажения подвижной сетки в родственных алгоритмах частиц в ячейках. Это позволяет рассчитывать большие деформации среды, резко снизив уровень флуктуаций, возникающих в методе Харлоу при пересечении частицами фиксированных границ ячеек. Точность кода находится на уровне методов частиц в ячейках [122].

Для реализации кода покроем рабочую область неподвижной эйлеровой сеткой с шагами $\Delta\xi_1$ и $\Delta\xi_2$ (для независимости от вида модели будем использовать для координат единые обозначения ξ_1 и ξ_2). Ячейки, которые прямоугольны (или близки к ним) только при $t = 0$, занумеруем в ξ_1 - и ξ_2 -направлениях числами K и L ; в каждой из них свойства среды (плотности, скорости и температуры) припишем единственной точке. Дальнейшее движение таких точек $\xi(t)$, в течение всего расчета сохраняющих номера исходных ячеек, опишет эволюцию объекта во времени. В момент $t = 0$ физическим переменным $\rho, \mathbf{v}, T_{e,i,\gamma}, Z, B, \Pi, \mathbf{q}_{e,i}$ припишем в каждой точке значения, следующие из начальных условий. В последующие времена $t > 0$ в любой точке эти переменные находятся из МГД уравнений по их значениям для соседей, выбираемых каждый раз заново в специальной процедуре.

Идею алгоритма иллюстрирует простое уравнение

$$du / dt = f(\xi, t; u, \nabla u, \dots),$$

которым можно представить МГД часть уравнений модели (уравнения термогидродинамики и, с некоторыми оговорками относительно конвективных составляющих, диффузии магнитного поля). Временной шаг интегрирования определяется критерием Куранта устойчивости конечно-разностной схемы

$$\Delta t < (\Delta\xi^2)^{1/2} / C, \quad \Delta\xi^2 = \xi_1^2 + \xi_2^2,$$

где скорость C включает в себя вклады не только обычного и магнитного звука, но также теплопроводности и диффузии магнитного поля. На каждом m -ом шаге вычисления идут в три этапа:

а) **Первый этап:** нахождение параметров поля в точке с номерами K и L . Первоначально алгоритм использовал 2-шаговый метод Лакса–Вендроффа [122], но позже мы перешли к простой явной схеме

$$\mathbf{u}_{K,L}^{m+1} = \tilde{\mathbf{u}}_{K,L}^m + \mathbf{f}_{K,L}^m \Delta t .$$

В итоге получился быстрый алгоритм счета. «Тильда» над \mathbf{u} означает, что для погашения численной неустойчивости и повышения равномерности распределения точек скоростная часть поля \mathbf{u} вычисляется по схеме

$$\tilde{\mathbf{v}}_{K,L}^m = \mathbf{v}_{K,L}^m + \delta (\bar{\mathbf{v}}_{K,L}^m - \mathbf{v}_{K,L}^m)$$

численной диффузии. Коэффициент δ выбирался экспериментально, обычно в интервале $0.007 \div 0.01$, смысл подчеркивания $\bar{\mathbf{v}}$ пояснен ниже. Было показано [122], что введение численной диффузии полностью совместимо с критерием Куранта с небольшим ($\sim \delta$) изменением числовой постоянной.

Применение этого метода к уравнениям движения требует искусственной первой (скалярной) или второй (тензорной) вязкости. Они вводились в виде добавок к реальному напряжению Π или давлению p с коэффициентами фон Неймана–Рихтмайера квадратичного типа. Так, искусственное давление бралось в виде

$$p_{\text{art}} = (1.4 \div 1.5) \rho (\Delta \xi^2) (\nabla \cdot \mathbf{v})^2, \quad \text{если } \nabla \cdot \mathbf{v} < 0, \quad \text{и } p_{\text{art}} = 0 \quad \text{– в иных случаях;}$$

родственно, но более громоздко, записываются напряжения искусственной вязкости.

Итог первого этапа – значения физических полей и положений лагранжевых частиц.

б) **Второй этап:** выбор новых соседних точек. Здесь готовятся данные для аппроксимации эйлеровых полей на следующем этапе. Эта процедура – наиболее сложная часть кода. Она основана на следующих принципах:

- число соседних точек должно превышать 4,
- соседи должны находиться в узкой окрестности центральной точки,
- их распределение по углам должно быть возможно равномернее.

Стандартно, если центральная точка не оказалась на границе, в наших расчетах берется 8 соседей. Критериев, определяющих это число, нет: 4 просто удобны для прямоугольной сетки. В основе лежит опыт [123], показавший, что увеличение числа соседей повышает вязкость схемны и стабилизирует вычисления. В начале расчета 8 соседей каждой точки равномерно размещаются в ближайших четырех квадратных (или близких к ним) ячейках. Последующее движение меняет положение всех точек, а значит, на новом t -шаге требуется переопределение соседей. Допустима смена не более одного соседа за шаг. Оптимальная политика позволяет проводить процедуру переопределения соседей с периодичностью несколько десятков шагов.

По выполнении многих шагов распределение точек становится весьма нерегулярным. Во избежание специфических численных неустойчивостей лагранжевой модели следует поддерживать сколь возможно плавное распределение точек как в направлениях от данной точки к каждому соседу, так и при обходе ее по углу. Идеально 8 соседних точек должны группироваться попарно в каждом из четырех квадрантов (особая процедура применяется для граничной точки, когда в момент $t = 0$ берутся 8 соседей по 4 в каждом внутреннем квадранте приграничной плазмы). Нарушение этих условий ведет к неустойчивостям – сближения и «угловым». Поэтому при чрезмерном сближении точек одна из них должна быть удалена на "бесконечность", то же возникает при невозможности определения соседей в одном из секторов (требование достаточно равно-

мерного распределения соседей по углу). Каждая операция удаления сопровождается переопределением статуса точек и их соседей, а также перераспределением значений физических полей. Многократное повторение этих операций, в конечном итоге, требует прекращения вычислений; с другой стороны, если позже среда расширяется, могут появиться области с недостатком расчетных точек, и исход – тот же. Поэтому в нынешней версии кода, в отличие от ранних, предприняты попытки введения в расчетную область новых точек, но пока это удается делать лишь в окрестности подвижной границы.

с) **Третий этап:** аппроксимация физических полей с использованием подвижной сетки. Она основана на линейной (в оригинальном подходе Яха и в ранних вариантах данной схемы) или квадратичной (в современном состоянии) интерполяции поля \mathbf{u} с узлами в рассматриваемой точке (K,L) и в ее соседях. Для уравнивания "весов" предварительно значения \mathbf{u} линейно интерполируются на окружность с центром в точке (K,L) по данным первой стадии вычислений в соседних точках (K_s, L_s) . Обозначив результирующие значения \mathbf{u}_s , аппроксимируем поле \mathbf{u} вблизи (K,L) линейной или квадратичной функцией

$$\mathbf{u}(\xi) = \mathbf{u}_{K,L} + \mathbf{a}_1 (\xi_1 - \xi_{1,K,L}) + \mathbf{a}_2 (\xi_2 - \xi_{2,K,L}) + \dots$$

с коэффициентами \mathbf{a}_1 и \mathbf{a}_2 , представляющими наилучшее приближение метода наименьших квадратов. При использовании набора данных \mathbf{u}_s , мы можем вычислить их в процессе минимизации выражения

$$\Sigma(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2) = \sum_{s=1}^8 [\mathbf{u}(\xi_s) - \mathbf{u}_s]^2.$$

В частности, так находятся гидродинамическое поле \mathbf{v} , p и упомянутая выше средняя скорость \bar{v} . Для определения последней ищутся неизвестные компоненты градиента скорости $\mathbf{a}_{1,2} = \nabla_{1,2} \bar{v}$, используемые для демпфирования численной неустойчивости явной схемы первого этапа:

$$\bar{v}_{K,L} = \sum_{s=1}^8 [v_s - \mathbf{a}_1 (\xi_{1s} - \xi_{1K,L}) - \mathbf{a}_2 (\xi_{2s} - \xi_{2K,L}) + \dots] / 8.$$

Для вычисления вторых производных (в уравнениях неидельной РМГД) использовалась квадратичная аппроксимация невязки, остающейся после вычитания из \mathbf{u} найденной линейной части. Эта процедура подобна описанной, она позволяет эффективно вычислять эффекты вязкости и диффузии тепла и поля.

Особенности моделирования граничных условий. Здесь в шаге за реальной границей вводятся фиктивные точки. Значения полей в них позволяют найти некие "внешние" и "внутренние" градиенты полей: "внешний" – между данной точкой и фиктивной; "внутренний" – найденный из подобной Σ минимизирующей функции так, как если бы наши точки были внутренними; полусуммы определяют значения градиента поля на границе. Размещение точек на границе также должно удовлетворять определенным условиям, нарушение которых может вести к катастрофическим последствиям. Для их предотвращения снова применяется процедура удаления точек. В последние варианты кода введена также процедура добавления новых точек в местах их недостаточной плотности на границе. В роли границы в 2D(r,z)-модели выступает также и ось OZ, где ставятся особые условия симметрии.

Часть кода, связанная с итерационными процедурами

Формирование описанного алгоритма в основном было завершено в работе [123], но далее, помимо технических уточнений, его пришлось существенно дополнить по мере усложнения физической модели. Прежде всего, потребовалось решение уравнения излучения, что в свою

очередь ужесточило требования к расчету ионизации. Эти проблемы были решены с помощью итерационных процедур.

Поскольку времена переноса фотонов гораздо короче МГД времен, совместное решение нестационарных радиационных и гидродинамических уравнений было бы крайне неудобно. Рассматривая же стационарный перенос, мы выделяем его эллиптический тип в общей идеологии задачи. В нашем подходе на каждом t -шаге задачи в линейной алгебраической системе относительно T_γ^4 разностного аналога уравнения диффузии фотонов выделялась некоторая простая для решения часть, тогда как оставшаяся часть оператора рассматривалась как возмущение. Источник излучения $\sim T_e^4$ играл роль свободного члена, входящая в него температура в нулевом приближении определялась из уравнения электронного теплопереноса. Невозмущенная задача давала начальное приближение, по нему пересчитывался член радиационных потерь Q_γ , корректировалась температура электронов T_e , а далее по возмущению уточнялась T_γ . Подобный цикл повторялся до получения нужной точности. Почти на всем протяжении расчета требовалось небольшое число итераций на шаг. Это позволяло, с одной стороны, путем введения η выйти за рамки приближения плотной среды, а с другой – не использовать отличные от применяемых специфические методы решения эллиптических уравнений на неравномерных сетках.

В плотной среде, близкой к равновесию Саха, вычислительные проблемы возникали и при решении уравнения для среднего заряда. Здесь, как это обычно в решении жестких систем, также был применен метод итераций. Обычно на каждом t -шаге делалось не более 10÷30 таких итераций, но в расчетах систем корона-кern с резким перепадом плотности это число временами становилось весьма большим, измеряясь даже не тысячами, а миллионами, что заставляло прекращать вычисления. Это заставило ограничить число итераций, но опыт показал приемлемость точности таких вычислений. Еще одна проблема здесь возникала с поправкой [95] на влияние плотного окружения на величину потенциала ионизации: в некоторых случаях она могла быть сравнима с самим потенциалом. В этой ситуации, когда в плотном веществе вблизи границы kern возникала тенденция превращения высокоимпедансного вещества kern в хорошо проводящую плазму (типа моттовского перехода «изолятор–проводник»), вместо введения относительной поправки типа $1 - q$ использовалось представление $1/(1 + q)$, либо вводилось ограничение поправок снизу.

Все расчеты наши ведутся на сетках, позволяющих использовать компьютер класса РС. Исследовались методические вопросы: сложное в методе ячеек поведение алгоритма с повышением пространственного разрешения схемы, сходимость итераций в расчетах кинетики излучения и ионизации и другие. Трудности вызывало появление в короне аномального сопротивления, сравнимого с классическим. Они вызывались видом простых температурных зависимостей, и вынуждали ограничиваться областями с не слишком сильным развитием этого эффекта. Другое затруднение, не преодоленное пока, связано с вязкими напряжениями в динамических условиях на свободной поверхности. Оказалось, что на границе плазма–вакуум работают только упрощенные варианты условия $p = 0$ или $\Pi = 0$. Первое, по сути, просто означает $p = 0$, но второе при наличии влияния на вязкость магнитного поля интерпретируется сложнее.

Особенности реализации алгоритмов в 2D(x,y)-модели

Ранее отмечалось, что в 2D(x,y)-модели, описывающей динамику в поперечной к оси плоскости, появляются две особенности, отсутствующие в 2D(r,z)-модели и связанные с двухкомпонентностью магнитного поля. Это – нетривиальность условия соленоидальности и необходимость вычисления значений поля на границе с вакуумом. Проблема соблюдения условия соленоидальности у нас решена, используя специфический для нашего метода способ аппроксимации физических полей по данным в узлах неравномерной лагранжевой сетки: это условие включено как дополнительное в требование минимизации функции средних

квадратичных отклонений Σ . Поэтому оно выполнено с высокой точностью. При вычислении же магнитного поля на границе области мы не стали переходить к имеющему одну компоненту вектор-потенциалу. Это нарушило бы универсальность процедуры решения уравнения диффузии поля \mathbf{B} совместно с другими уравнениями гидродинамики, а также замедлило бы расчет, т.к. область, занятую веществом, пришлось бы дополнить вакуумной частью. Поэтому мы применили итерационную процедуру вычисления граничного поля, опирающуюся на заданность закона изменения тока в нашей модели. В качестве нулевого приближения для значения \mathbf{B} в каждой точке границы было взято значение в точке с тем же номером с предыдущего t -шага. Далее оно перенормировалось в соответствии с изменением полного тока, после чего итерационно вводились поправки на изменение положений точек границы за один t -шаг.

Эта процедура предъявила высокие требования к точности аппроксимации поля в окрестности границы. Она была обеспечена с помощью привлечения новой в нашем подходе процедуры триангуляции полей. Представляется, что с нею открываются новые перспективы развития алгоритма. Например, можно пытаться по-иному решать уравнение переноса излучения, используя треугольные ячейки, а также построить иной подход к проблеме аппроксимации физических полей по найденным значениям в узлах неравномерной лагранжевой сетки. Таким образом, как и физическая постановка задачи, алгоритмическая часть в текущем состоянии модели также находится в развитии.

3.3 Область применения модели

Среди применений РМГД моделей к описанию имплозии плазменных нагрузок из взрывающихся проволочек в различных геометрических конфигурациях можно назвать тонкие одиночные проводники, многопроволочные лайнеры и X-пинчи, возникающие при взрыве нескольких перекрещенных проволочек.

Применения к 1-проволочным нагрузкам

Начальная конфигурация задавалась в виде гомогенного или гетерогенного цилиндрического шнура плазмы. Типично его длина составляла 4 мм, а диаметр 250÷500 мкм. Веществом служили вольфрам, титан и медь. Первые два материала обладают весьма умеренной проводимостью и высокой (W) или низкой (Ti) оптической плотностью, Cu известен как хороший проводник. В ранних работах [123, 125], как и в простой идеальной модели [124], рассматривался гомогенный шнур с начальной температурой 2÷3 эВ и с плотностью, отвечавшей взрыву W проволочки диаметра 20 мкм и менявшейся с радиусом по параболическому закону с нулем на границе. В них использовалась 2-температурная модель ($T_{e,i}$), в которой излучение считалось равновесным с e -компонентой и описывалось в приближении лучистой теплопроводности. Для развития неустойчивости задавалось исходное квазислучайное возмущение начальных распределений плотности и температуры, спектр которых был сосредоточен в масштабах 10÷100 мкм. Изменение тока предполагалось синусоидальным с амплитудой 300 кА и полупериодом 100 нс.

На следующем этапе был рассмотрен гетерогенный шнур с резким изменением плотности в приосевой области, имитирующим переход корона–кern. Здесь применялась уже трехтемпературная модель. Первоначально не только корона, но и kern считались плазменными, лишь различаясь по плотности. Так, в [124, 125] моделировался взрыв W проволочки радиуса 15 мкм, за начальное также выбиралось состояние с плотностью, квадратично падавшей по радиусу до нуля, а kern внутри имитировался 10-кратным скачком плотности на удалении от оси на 80 мкм (в соответствии с данными [31], kern W проволочки расширен в 5÷6 раз относительно исходного размера). Начальные температуры были понижены до 1.5÷2 эВ. Аналогичные расчеты были проведены также и для Ti проволочек [125, 46]. Их важность для формирования модели заключается в высоких требованиях к алгоритму расчета излуче-

ния, предъявляемых при рассмотрении оптически низкоплотных сред (именно здесь был отлажен переход к прозрачной среде).

Наконец, недавно были проведены первые расчеты взрыва Cu проволоочки с начальным состоянием зерна в области 2-фазных состояний металла [130]. Длина фрагмента и радиус совпадали с приведенными выше, начальная температура была понижена до 0.8 эВ в короне и до 0.3 эВ – в керне, начальный радиус короны был принят равным 300 мкм, зерна – 50 мкм; на их границе был задан 20-кратный скачок плотности. Использовалась более корректная постановка задачи с поверхностью контакта «корона-кern». Численный счет стартовал с достаточно раннего времени завершения пробоя продуктов испарения с поверхности металла, когда ток только что переключился из центрального остова в окружающую плазменную корону, а вещество зерна еще находилось в жидко-паровом состоянии. Это позволило исследовать влияние холодного зерна на имплозию плазмы. Даже в таком, далеко еще не полном, виде модель показала наличие эффектов, вызванных существованием холодного и плотного зерна. Среди них: сложные процессы, развивающиеся в тонком слое границы корона–кern, быстрый радиационный нагрев и ионизация вещества зерна, замедленное развитие неустойчивости поверхности короны, контрастная структура распределения параметров к моменту образования и «горячих точек» и обрыва перетяжек. Возможно, именно это объясняет причины, по которым взрывающиеся проволоочки лидируют среди нагрузок по достигаемым параметрам плазмы мощных разрядов.

Модель предполагала наличие термодинамического равновесия в ионной подсистеме, хотя для электронов вводилась отличная от ионов температура. Поэтому вся информация о фазовом переходе жидкость–пар заключалась в уравнении состояния. Состояния вещества зерна в 2-фазной области описывались с помощью обычного в гидродинамике усреднения. Эффективно гомогенизируя гетерогенную среду зерна, эта процедура предполагала малость радиусов пузырей или капель в областях доминирования одной из фаз и интерполяцию в промежуточной области. Для проводимости зерна была применена особо процедура усреднения по Киркпатрику.

В модель были заложены лишь простейшие представления о процессах в холодном керне. Важное отличие модели от раннего кода составило термодинамически равновесное описание перехода жидкость–пар. Оно пока не учло влияние собственного магнитного поля на фазовые превращения. Степень грубости равновесного описания была оценена по времени τ_n образования пузырька пара в жидкости. Обратная этому времени величина представляет отнесенную к единице времени вероятность перехода атомов из жидкости через поверхность раздела в пар. В духе обычных в физике жидкостей френкелевских представлений [74,77] запишем ее в виде $1/\tau_n = \omega \exp(-\varepsilon/T)$, где ω – частота тепловых колебаний атомов жидкости. В характерной энергии перехода ε учтем атомарную теплоту испарения Λ и работу образования жизнеспособного зародыша W , в качестве же ω возьмем дебаевскую частоту звука ω_D (предел малых длин волн межатомных масштабов). Подставив в получающееся выражение $\approx \omega_D^{-1} \exp[(\Lambda + W)/T]$ типичные значения параметров $\omega_D \approx c_s (\rho/m_i)^{1/3}$, $c_s \approx (3Z\varepsilon_F/m_i)^{1/2}$ (ρ – плотность жидкости, ε_F – энергия Ферми ее электронов), найдем для меди, что при $T \geq 0.3$ эВ $\tau_n <$ типичных времен интересующей нас стадии взрыва $1 \div 10$ нс (при этом в области испарения не учитываются меньшие 0.1 нс времена запаздывания, потребные для преодоления барьера в ходе образования пузырей пара в жидкости). Поэтому, если ограничиться такими начальными температурами, то на первых порах можно не детализировать модель испарения, что важно из-за неясности представлений о "холодном старте".

Подобное упрощение становится невозможным при полномасштабном моделировании процесса "холодного старта", т.к. при реально низких начальных температурах и типичных темпах нагрева ≈ 0.1 эВ/нс ($\approx 10^{12}$ К/с) время нуклеации составляет ≈ 10 нс [74]. Поэтому старт с истинно холодного начального состояния может потребовать описания метастабиль-

ных фаз (на это же указывают расчеты [112]). Придется учесть также и неравновесность нагрева в области металлического состояния. По измерениям [45] токи, протекающие в начале взрыва по проволочке радиуса 10 мкм не превосходят 200÷300 А. Иначе говоря, их плотность достигает $j \approx 10^8$ А/см², а скорость дрейфа носителей (при обычной в металле плотности $n_e \approx 10^{23}$ см⁻³) $u = j/en_e \approx 5 \cdot 10^5$ см/с становится сравнимой со скоростью звука c_s . Поэтому в энергетическом спектре приобретающих джоулево тепло электронов существенна сверхзвуковая компонента. Раскачивая решетку в процессе черенковского излучения звука, она греет ионы, но $T_e > T_i$. Температурный отрыв электронов от ионов, согласно [133], равный $T_e - T_i = (12/\pi^2) (u/c_s)^2 T_i$ (квазистационарная оценка в пределе низкой дебаевской температуры $T_D \ll T_i < T_e$), может достигать больших значений, сравнимых с самой T_i . Как окажется далее, столь неравновесное поведение будет еще долго иметь место в керне, где $T_e > T_i$ и спустя более 10 нс.

Вещество в области сосуществования фаз описывались с помощью обычного в гидродинамике усреднения. Эффективно гомогенизируя гетерогенную среду керна, эта процедура предполагала малые радиусы пузырей или капель в областях доминирования одной из фаз и интерполяцию в промежуточной области. В рамках такого описания двухфазное состояние среды характеризовалось объемной долей пара x , с помощью которой средняя плотность смеси представлялась в виде $\rho = (1 - x) \rho_l + x \rho_g$, где ρ_l и ρ_g – плотности жидкой и газовой фаз вещества керна. Любая характеристика f гомогенизированной среды в области давлений $p < p_c$ и ионных температур $T_i < T_c$ (p_c и T_c – критические параметры) при $\rho_g < \rho < \rho_l$ определялась формулой $\rho f = (1 - x) \rho_l f_l + x \rho_g f_g$. Исключение было сделано для проводимости, для которой использовалась модель эффективной среды Киркпатрика [90], работающая вплоть до порога перколяции. В силу постоянства в процессе испарения температуры T_i и давления p , такое описание позволило и для усредненной смеси жидкость-пар решать те же уравнения движения и баланса температур T_e и T_i , что и прежде. Информация о фазовом переходе заключалась только в УРС. Так, теплота испарения Λ определялась по разности удельных энтальпий при $x=1$ и 0, взятых при данной температуре T_i . На основе явно выписанного в [62] уравнения бинодали в плоскости $\rho-T_i$ по ионной температуре $T_i < T_c$ находились значения ρ_l и ρ_g , а по ним – объемное содержание пара $x = (\rho - \rho_g)/(\rho_l - \rho_g)$ для данной плотности ρ . Затем для смеси определялись как электронная и ионная составляющие, так и полная величина давления, а также усредненные по описанным правилам транспортные коэффициенты и радиационные свойства. Далее решались уравнения МГД, ионизации и диффузии излучения, что давало полный набор полей в среде. Следует заметить, что если сами уравнения и сохранили для смеси прежний вид, то условия на поверхности раздела керн–корона все же изменились: вместо непрерывности ионного потока тепла в нормальной к границе составляющей в них появился вклад $\rho_l V_f \Lambda$, где V_f – скорость перемещения этой поверхности относительно течения среды. При этом состояние вещества керна здесь считалось жидким. В данном случае, когда рабочим веществом служила хорошо испаряющаяся медь, и пар доминировал в исходном состоянии, это предполагало заключение керна в тонкую жидкую оболочку (такую возможность демонстрируют эксперименты [45]). Заметим также, что средний заряд Z в области значений < 1 фактически превратился в концентрацию электронов и ионов в паре, и описание ионизации в этой области потребовало более полного учета кинетики нейтралов.

Такая модель, разумеется, не учитывает многих особенностей процесса, игнорируя, в первую очередь, отмеченную возможность появления метастабильных состояний. Но она вполне допустима на первом шаге исследований. В итоге, наибольшее изменение в код внесло введение границы раздела “керн–корона”. Теперь точки раздела были наделены теми же свойствами процедуры определения соседей, что и находящиеся на внешней поверхности плазмы, и скачок стал описывать настоящий контакт двух сред. Из-за малости кривизны и скорости перемещения границы в балансе тепла и сил были опущены капиллярные эффекты

и поверхностное испарение, правомерность чего была подтверждена последующим расчетом. Раньше, когда керн представлялся плотной плазмой, качественно подобной короне, условия контакта не вводились, и перепад плотности размазывался в пределах ячейки. Сравнение с подобными расчетами показало важность введения специальной процедуры на границе керн-корона. Основные процессы, исследовавшиеся в рамках такой модели, были связаны с взаимодействием “керн-корона”. Это –

- торможение сжимающейся плазменной оболочки, налетающей на плотное вещество;
- прогрев и ионизация вещества керна потоками излучения и теплопроводности, поступающими из короны;
- выход отраженной от керна ударной волны на поверхность короны и последующее развитие МГД неустойчивости плазменной оболочки;
- локальное сжатие вещества керна в местах развития перетяжек короны и образование здесь горячих точек.

В первом из этих процессов происходит отражение приближающегося к керну фронта ударной волны имплозии короны. Быстрый нагрев плазмы короны вблизи керна, как следствие, порождает интенсивные потоки УФ радиации, проникающие в керн. Начинается процесс превращения в плазму вещества керна. С момента $t = 20$ нс в распределении плотности n_e хорошо видны тонкие слои повышенной концентрации электронов на границе “керн-корона”. Здесь важно значительное понижение потенциала ионизации из-за высокой плотности сжимающегося вещества. Оно особенно заметно (в 3÷4 раза и более) при $t > 21$ нс, когда происходит переход изолятор–проводник типа моттовского “металл–диэлектрик”. Это явление наблюдается только в модели с выделением точек контактной границы керн-корона – без него вещество не столь плотно, и поправки к потенциалу ионизации не так велики. В постепенном нагреве керна излучением наблюдается неравновесный отрыв температуры электронов от ионов. Температуры T_e и T_i в его объеме к 23 нс достигают 1÷10 эВ, средний заряд Z приближается к 1, и плотный керн весь оказывается в плазменном состоянии. Затем, примерно за 0.1÷0.2 нс до $t = 24$ нс, процесс нагрева керна резко, подобно взрыву, усиливается, меняя плавный до этого характер. Как видно на Рис. 24, к моменту 24 нс T_i приближается к 40 эВ, а T_e достигает 100 и более эВ в большей части объема керна, но темп нагрева так высок, что плазма еще не успела сильно ионизоваться, и несмотря на высокие температуры Z не превышает 1 ($n_i \approx n_e \approx 10^{22} \text{ см}^{-3}$). Столь неравновесное состояние вещества керна свидетельствует о большом, по нашим масштабам, энергетическом времени e - i -релаксации τ_{ei} , которое для приведенных значений параметров оценивается как 10÷100 нс. В противоположность этому, в короне состояние плазмы почти равновесно, Z здесь гораздо выше, и несмотря на меньшие, чем в керне, значения плотности ионов n_i , плотность электронов n_e здесь выше, а обе температуры T_e и T_i близки к 50 эВ. Постепенно к 24.5 нс перегрев спадает, заряд ионов в керне приходит в соответствие с температурой, последняя снижается до уровня короны, а состояния электронов и ионов релаксируют к энергетическому равновесию. В работе [130] такой характер нагрева керна объяснен сочетанием быстрых процессов радиационной и электронной теплопроводности.

С развитием МГД неустойчивости по всей длине плазмы вокруг узкого центрального керна после 25 нс возникают перемежающиеся области расширения–сжатия. Затем они быстро превращаются в совокупность перетяжек и дисков, но внутри еще долго виден керн, почти неизменный в поперечнике. Вплоть до 29 нс он сохраняет довольно ровную форму границы. Форма короны и распределение параметров керна взаимно коррелируют: возле границы керна в перетяжках заметно повышена плотность n_e , внутри же, где теперь локализован объемный нагрев, находятся максимумы температуры. При $t > 29$ нс выделяются перетяжки возле торцов и область сжатия слегка левее середины. Скорость движения в них достигает $(1\div 2) \cdot 10^7$ см/с, а температуры всего за 1 нс увеличиваются от 70÷80 до 110 и более эВ. Возле торцов начинается деформация границы кернов, свидетельствуя о завершении имплозии.

Финалу присущи субнаносекундные масштабы времен и весьма контрастная картина пространственного распределения параметров. Быстрое сжатие успевает идти лишь локально в ходе развития перетяжек (на Рис.25 они оказались возле торцов). В нем происходит сильный локальный разогрев плотной плазмы, в которую превращается прежний керн, но основная часть вещества за столь короткие времена не успевает измениться. При $t > 30$ нс радиус перетяжки у правого торца всего за ≈ 0.3 нс резкого торможения уменьшается от ≈ 40 мкм до < 1 мкм. В горячей точке температуры $T_i > T_e$ достигают $0.5 \div 1$ кэВ, плотность $n_e - (2 \div 3) \cdot 10^{23} \text{ см}^{-3}$, заряд ионов $Z - 20 \div 22$, давление – до 500 Мбар. В дисках температура холодной плазмы керна не превосходит $10 \div 30$ эВ, а давление в самой плотной части – 3 Мбар.

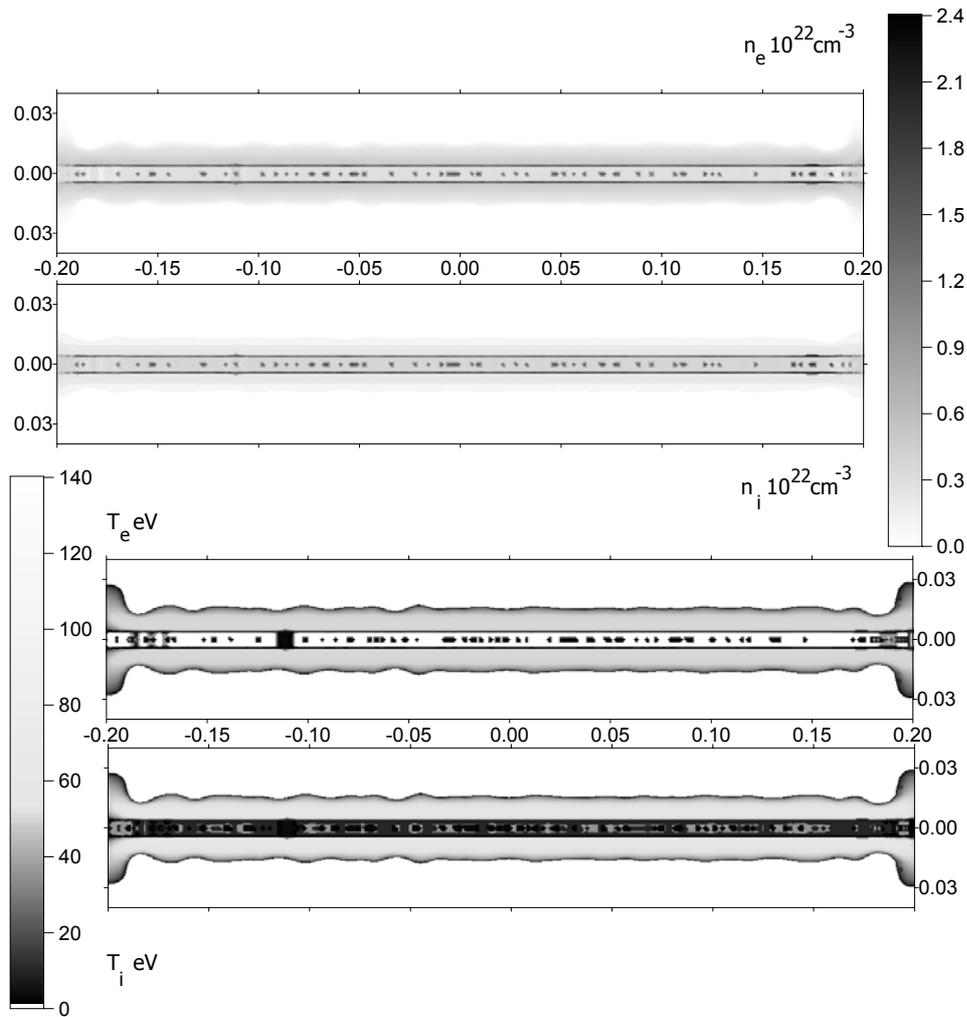


Рис. 24. Распределения плотностей и температур электронов и ионов в момент 24 нс имплозии плазмы медной проволоочки.

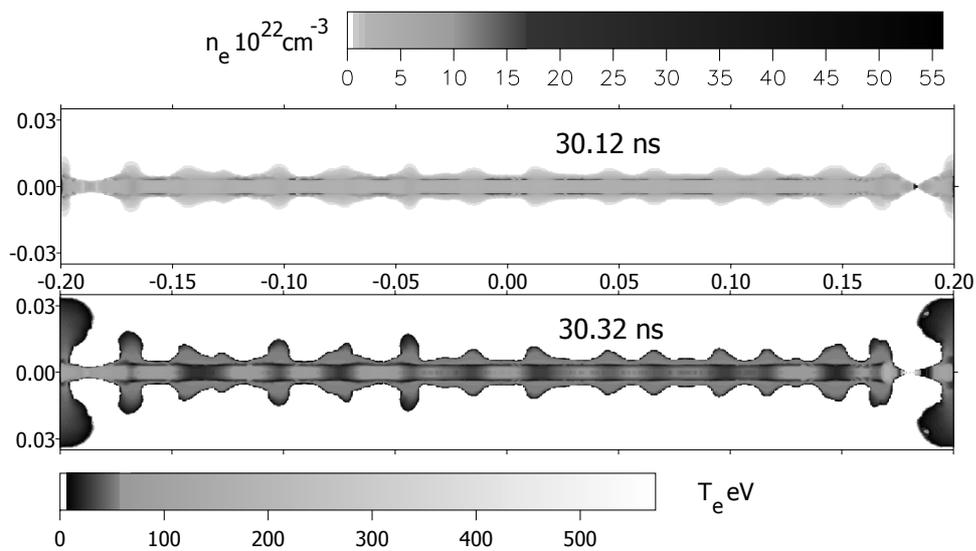
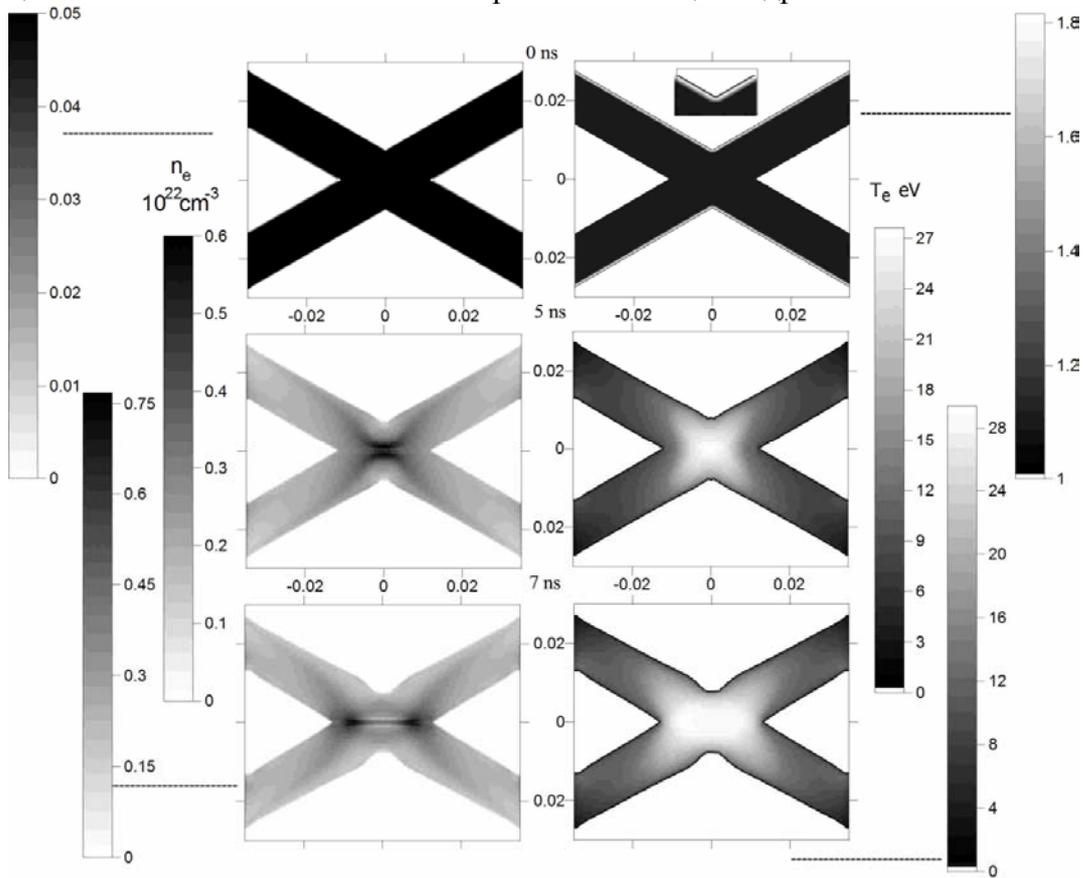


Рис. 25. Распределения плотности и температуры электронов в финале имплозии плазмы медной проволоочки.

Моделирование процессов в перетяжке X-пинча

Разряд через несколько (в эксперименте от 2 до 8) проволоочек, перекрещенные в середине, существенно отличается своей геометрией от квазицилиндрической имплозии в нагрузках



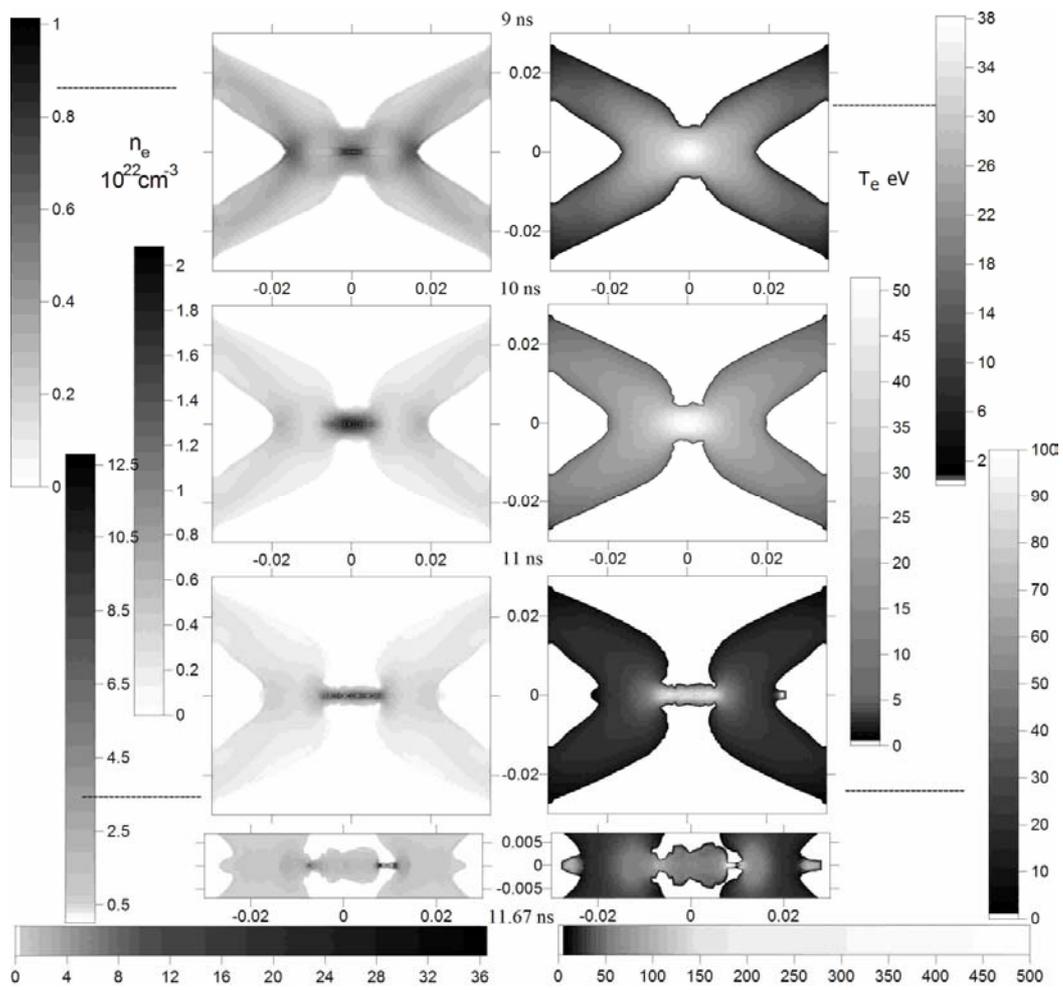


Рис.26. Пример расчета по 2D(r,z)-модели Мо X-пинча (2 проволочки диаметра 10 мкм).

a)

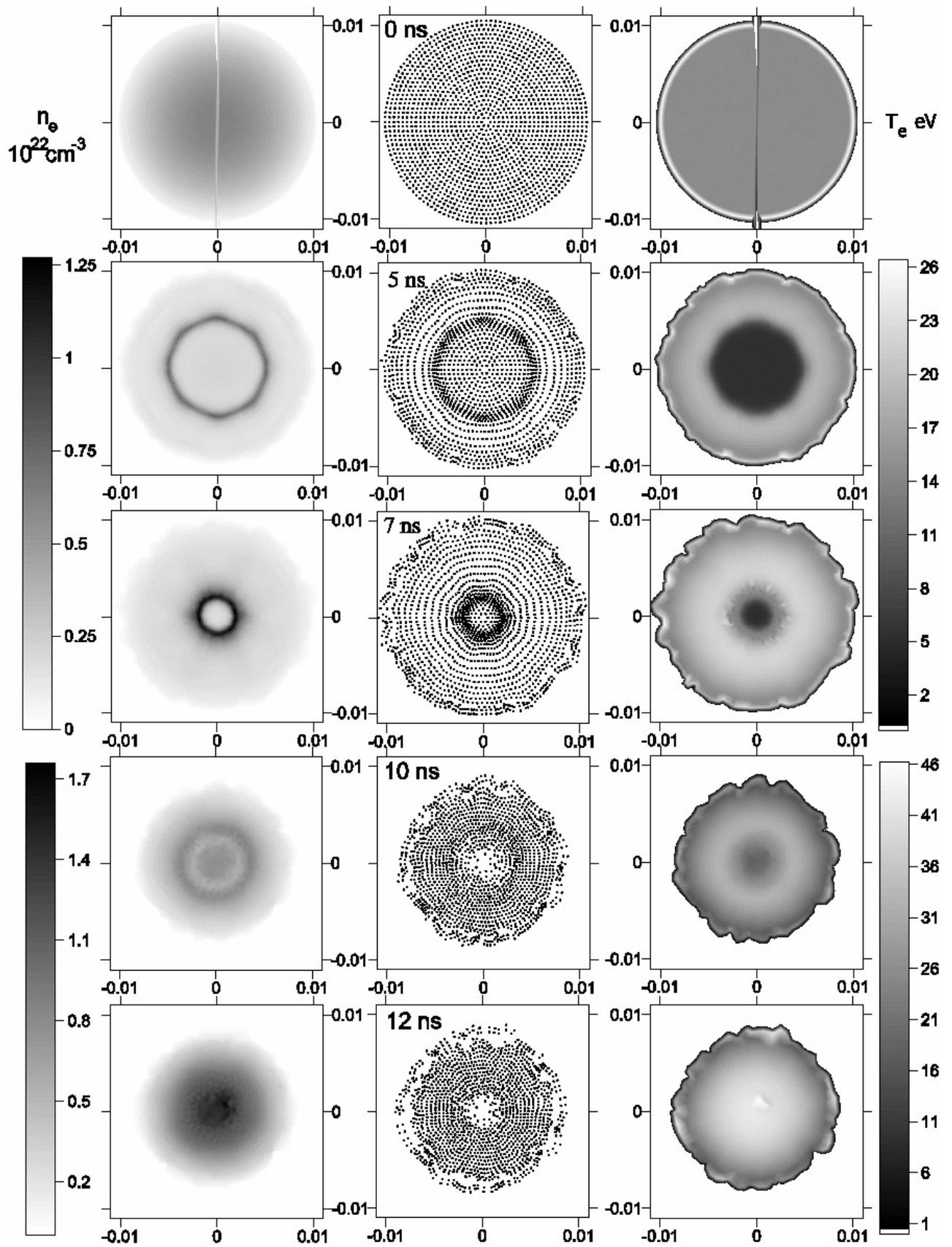


Рис.27. (Начало)

b)

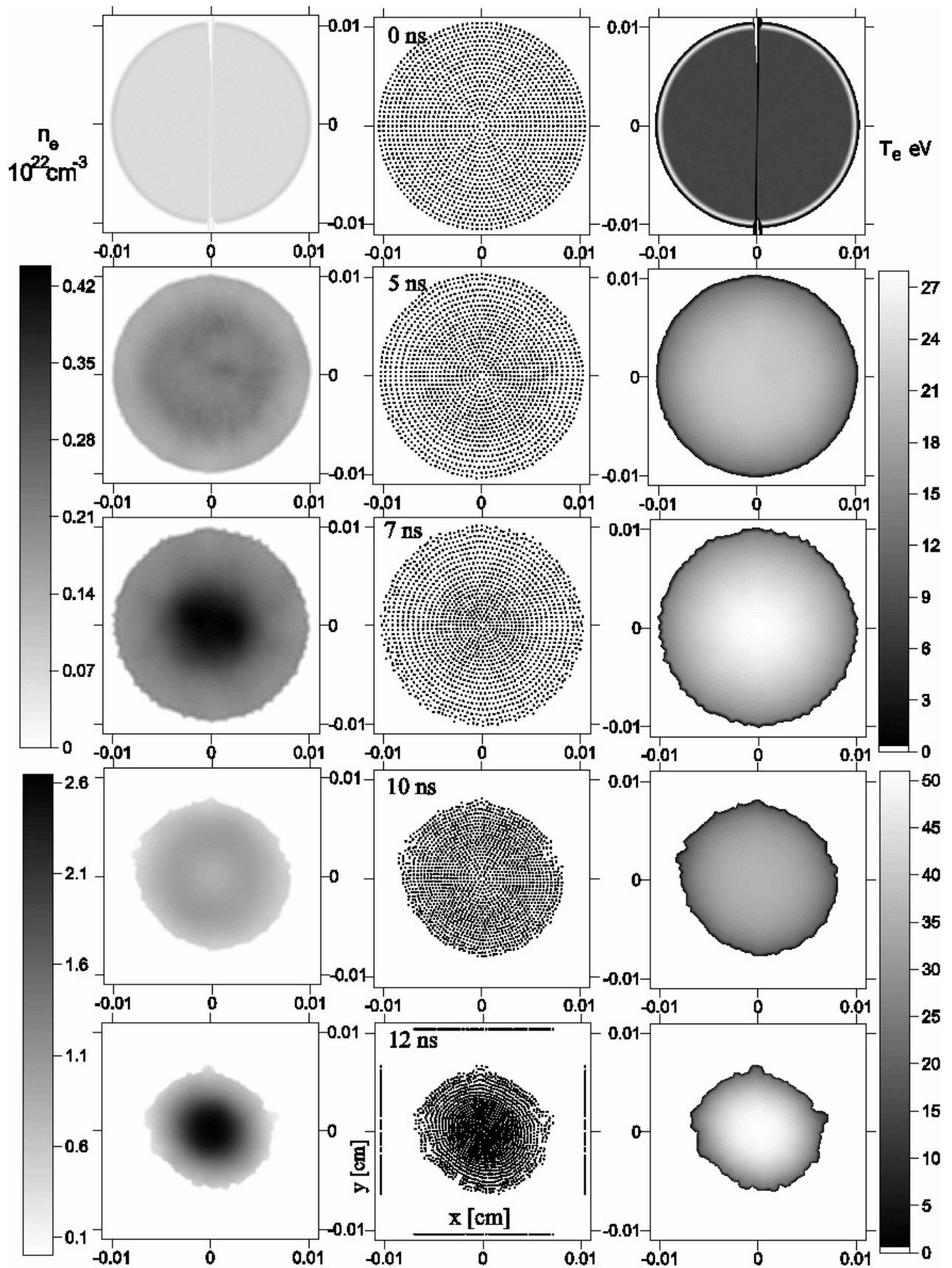


Рис.27. Примеры расчетов по 2D(x,y)-модели МГД сжатия X-пинча (Mo, 2 проволоки диаметра 10 мкм) с квадратичным (а) и постоянным (б) профилями начальной плотности. Показаны распределения электронных плотностей и температуры, а также временная эволюция сетки.

предыдущих типов. Для моделирования выделяется некоторая окрестность перекрестия, для этого используются имеющиеся экспериментальные фотографии. В настоящее время это делается двумя способами. Первоначально код удалось создать для внутренней части перетяжки с начальной формой ограниченного торцами параболоида вращения (в [134] и более совершенно в [135]). Существенный недостаток этой модели заключался в отсутствии настоящего вытекания плазмы из перетяжки. Из-за этого в расчетах проволоочек с диаметром > 12 мкм растекание плазмы вдоль стенок не могло заменить ее интенсивный уход с торцов. Этот недостаток устранила коническая модель [135], согласно которой нагрузка представлялась парой симметрично ориентированных конических оболочек. Заметим, что X-пинч, реально 3-мерный, еще недостаточно изучен для его столь же полного, что и для предыдущем случае, моделирования. Поэтому развития его кода началось значительно позже одиночной проволоочки. В код пока еще не введены какие-либо представления о керне и фазовых переходах, и в начальном состоянии была взята плотная плазма.

Проведенные расчеты (Рис.26) и их сравнение с экспериментом показали неплохое соответствие таких моделей в основном объеме области имплозии. Были исследованы основные стадии имплозии: формирование “минидиода”, образование узкой шейки, микровзрыв “горячей точки”, образование аксиальных ударных волн и разрыв перетяжки. Тем не менее, более тонкий анализ выявил необходимость уточнения модели, в первую очередь, в отношении эффектов в редкой плазме и в начальной стадии взрыва проволоочек. Кроме того, имеются потребности учета эффектов азимутальной неоднородности протекающих процессов. Ввиду этого наряду с $2D(r,z)$ -моделью начаты расчеты по $2D(x,y)$ -модели. Примеры показаны на Рис.27.

Расчеты сжатия многопроволочных лайнеров

Для имплозии цилиндрических лайнеров требуются большие установки с многомегаамперными токами, и расчеты играют важную роль в таких экспериментах. В работе [125] в качестве иллюстрации возможностей модели был рассмотрен лайнер, составленный из 60 W проволоочек диаметра 20 мкм, равномерно размещенных по окружности радиуса 5.25 мм. Длина, как и прежде, составила 4 мм, ток задавался синусоидальным законом с амплитудой 20 МА и длительностью 200 нс. Начальное состояние формировалось на основе рассмотренного в [125] до этого примера W проволоочки. Лайнер представлял азимутально однородную цилиндрическую оболочку с квадратичным изменением плотности по радиусу.

Модель удачно имитировала стадию разгона лайнера. За 40 нс он сместился к оси на расстояние, примерно равное его исходной толщине. Рэлей–тейлоровской неустойчивости, представляющей основную угрозу, не было все это время; но она стала заметна спустя еще 10 нс. Далее, через 5 нс, возникает опережающее движение прианодной части оболочки. К 60 нс оба процесса приняли ярко выраженный характер, сильно искажая вид оболочки всего за 1 нс. Скорость сжатия сильно меняется по z от 10^7 см/с вблизи анода до $7 \cdot 10^6$ в самом длинном “языке” неустойчивости. В финале расчета плазма сильно растягивается вблизи анода, а затем, чуть позже, – в месте прогиба в правой части лайнера. Здесь имеет место локальный выход ударных волн на внутреннюю поверхность оболочки.

Заметим, что картина сильно зависела от типа условий на свободной границе лайнера. Так, вязкие условия сдерживали раскачку рэлей–тейлоровской неустойчивости. Однако в таком расчете преждевременно (50 нс) возникал сильный локальный нагрев у наружной поверхности, и расчет приходилось прекращать из-за огромного отрыва T_i от T_e .

Заключение

МГД модель процессов электрического взрыва тонких металлических проволоочек прошла длинный путь развития от формулировки уравнений, граничных и начальных условий и разработки численного кода до проведения сложных расчетов в различных геометрических конфигурациях. Физическое содержание реализованной в настоящее время модели быстрого ЭВП позволяет вести расчет от момента завершения формирования структуры керн–корона.

Как варианты реализации выбраны и адаптированы к решению задач о взрыве тонких проволочек два типа радиационной МГД модели: 2D(r,z)-модель с осевой симметрией объекта и 2D(x,y)-модель динамики в поперечной к оси разряда плоскости. Основным опытом накоплен в работе с первым вариантом, во втором работы только начаты.

В проведенных тест-расчетах были найдены области оптимальных параметров взаимного расположения узлов лагранжевой сетки и реализации граничных условий с помощью фиктивных точек сетки. Установлены масштабы влияния численных диффузии и вязкости на распределение МГД полей, а также выбраны наилучшие формы их представления. Был проведен системный выбор численных коэффициентов в выражениях для физических ограниченных транспортных потоков частиц плазмы, а также потоков излучения для условий плазмы взрывающейся проволочки. Построена и опробована новая процедура совместного вычисления градиентов магнитного поля и электронной температуры на границе с вакуумом.

В расчетах сжатия плазмы проволочных нагрузок была выявлена общая тенденция, заставляющая посмотреть с иначе, чем говорилось на протяжении большей части данного обзора, на роль начальной стадии ЭВП в процессе имплозии. Оказалось, что чем выше плотность и ниже температура взятого в расчете за исходное состояние вещества, тем плотнее и горячее получается плазма в конечном состоянии. Это еще раз подчеркивает важность проблемы «холодного старта» в МГД моделировании импульсных разрядов через проволочки.

Дальнейшее развитие модели видится во включении в нее описания ранней стадии разряда через проволочки – «холодного старта». Это требует более детального описания динамики развития деформации металла, неравновесных релаксационных процессов, фазовых превращений и возникновения метастабильных состояний, а также испарения вещества ядра на ружу и образования короны при пробое пара. На первых порах целесообразно построить 1D вариант такой модели, который можно использовать для получения исходных данных для существующего кода. Что же касается 2D кода, то здесь, как показывает проведенный в рамках работы над Проектом сравнительный анализ различных подходов с эйлеровым и лагранжевым описанием движения, прямое применение метода свободных точек к начальной стадии в ЭВП может встретить трудности. Шунтирование вылетающим из перегретых областей веществом оставшейся внутренней части ядра может за короткое время привести к разрушению лагранжевой сетки. Большие перспективы имели бы методы свободных лагранжевых точек, когда на каждом временном шаге рассчитываются величины полей в центрах ячеек, а при переходе к следующему шагу сетка перестраивается. Использование таких методов позволило бы эффективно рассчитывать течения с большими деформациями в системе паро-жидкий ядро как в стадии разлета вещества, так и в стадии имплозии.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Я.Б. Зельдович, Ю.П. Райзер. *Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений*. М.: Наука. 1966.
- [2] П. Кальдиrola, Г. Кнопфель (ред.). *Физика высоких плотностей энергий*. М.: Мир, 1974.
- [3] W.G. Chase, H.K. Moor, editors. *Exploding wires*. N.Y.: Plenum press. V.1, 1959; V.2, 1964; V.3, 1965; V.4, 1968.
- [4] F.D. Bennet. *High temperature exploding wires*. In: *Progress in high-temperature physics and chemistry*, N-Y, Pergamon Press, 2, 1-63, 1968.
- [5] В.А. Бурцев, Н.В. Калинин, А.В. Лучинский. *Электрический взрыв проводников и его применение в электрофизических установках*. Энергоатомиздат: 1990.
- [6] С.В. Лебедев. *ЖЭТФ*. Т. 32, с. 199 (1957).
- [7] А.И. Савватимский, С.В. Лебедев. *УФН*. Т. 144, с. 215 (1984).
- [8] W.M. Conn. *Zs. Angew. Phys.* Bd. 7, S. 656 (1955).
- [9] И.Ф. Кварцхава, А.А. Плюто, А.А. Чернов, В.В. Бондаренко. *ЖЭТФ*. Т. 30, с. 42 (1956).

- [10] К.Б. Абрамова, В.П. Валицкий, Ю.В. Вандакулов, Н.А. Златин, Б.П. Перегуд. *ДАН СССР*. Т. 167, с. 778 (1966); К.Б. Абрамова, Н.А. Златин, Б.П. Перегуд. *ЖЭТФ*. Т. 69, с. 2007 (1975).
- [11] Н.В. Гревцев, В.Д. Золотухин, Ю.М. Кашурников, В.А. Летагин. *ПМТФ*. № 2, с. 85 (1974).
- [12] В.М. Кульгавчук, Г.А. Новоскольцева. *ЖТФ*. Т. 36, с. 549 (1966).
- [13] А.П. Байков, А.М. Искольдский, Ю.Е. Нестерихин. *ЖТФ*. Т. 43, с. 136 (1973).
- [14] М.М. Мартынюк. *ЖТФ*. Т. 44, № 6, с. 1262 (1974); *ЖТФ*. Т. 48, № 7, с. 1482 (1978).
- [15] А.П. Байков, А.Ф. Шестак. *Письма в ЖТФ*. Т. 5, с. 1355 (1979).
- [16] В.В. Иванов. *Теплофиз. выс. температур*. Т. 21, с. 146 (1983).
- [17] W.G. Chase. *Phys. Fluids*. V. 2, p. 230 (1959).
- [18] А.Ф. Александров, А.А. Рухадзе. *Физика сильноточных электроразрядных источников света*. М.: Атомиздат, 1976.
- [19] Н.Н. Столович. *Электровзрывные преобразователи энергии*. Минск: Наука и техника, 1983.
- [20] Г.В. Иваненков, А.И. Самохин. *Наносекундный взрыв проволочек в вакуумном диоде сильноточного ускорителя*. Препринт № 80. М.: ФИАН, 1984.
- [21] Б.Л. Борович, В.С. Зуев, В.А. Катулин, Л.Д. Михеев, Ф.А. Николаев, О.Ю. Носач, В.Б. Розанов. *Радиотехника*. М.: ВИНТИ, 1978.
- [22] Ф.А. Николаев, В.Б. Розанов, Ю.П. Свириденко. *Тр. ФИАН*. Т. 76, с. 36 (1974).
- [23] В.А. Бойко, С.М. Захаров, А.А. Коломенский и др. *Письма в ЖТФ*. Т. 8, с. 129 (1982).
- [24] R.B. Spielman, C. Deeney, G.A. Chandler, M.R. Douglas, D.L. Fehl, M.K. Matzen, D.H. McDaniel, T.J. Nash, J.L. Porter, T.W.L. Sanford, J.F. Seaman, W.A. Stygar, K.W. Struve, S.P. Breeze, J.S. McGurn, J.A. Torres, D.M. Zagar, T.L. Gilliland, D.O. Jobe, J.L. McKenney, R.C. Mock, M. Vargas, T. Wagoner, and D.L. Peterson. *Phys. Plasmas*. V. 5, p. 2105 (1998).
- [25] C. Deeney, C.A. Coverdale, M.R. Douglas, T.J. Nash, R.B. Spielman, K.W. Struve, K.G. Whitney, J.W. Thornhill, J.P. Apruzese, R.W. Clark, J. Davis, F.N. Beg, and J. Ruiz-Camacho. *Phys. Plasmas*. V. 6, p. 2081 (1999).
- [26] T.W.L. Sanford, R.E. Olson, R.L. Bowers, G.A. Chandler, M.S. Derzon, D.E. Hebron, R.J. Leeper, R.C. Mock, T.J. Nash, D.L. Peterson, L.E. Ruggles, W.W. Simpson, K.W. Struve, and R.A. Vesey. *Phys. Rev. Lett.* V. 83, p. 551 (1999).
- [27] T.J. Nash, M.S. Derzon, G.A. Chandler, R. Leeper, D. Fehl, J. Lash, C. Ruiz, G. Cooper, J. F. Seaman, J. S. McGurn, S. Lazier, J. Torres, D. O. Jobe, T. Gilliland, M. Hurst, R. Mock, P. Ryan, D. Nielson, J. Armijo, J. McKenney, R. Hawn, D. Hebron, J.J. McFarlane, D. Peterson, R. Bowers, W. Matsuka, and D. D. Ryutov. *Phys. Plasmas*. V. 6, p. 2023 (1999).
- [28] D. B. Reisman et al. *Bull. Am. Phys. Soc.* V. 43, p. 1909 (1998).
- [29] S.V. Lebedev et al. *Phys. Rev. Lett.* V. 81, p. 4152 (1998).
- [30] D.H. Kalantar, and D.A. Hammer. *Phys. Rev. Lett.* V. 71, p. 3806 (1993).
- [31] Г.В. Иваненков, А.Р. Мингалева, С.А. Пикуз, В.М. Романова, В. Степневски В., Д. Хаммер, Т.А. Шелковенко. *ЖЭТФ*. Т. 114, с. 1216 (1998) [JETP 87, 663, 1998].
- [32] Захаров С.М., Иваненков Г.В., Коломенский А.А. и др. *Письма в ЖТФ*. Т. 8, с. 1060 (1982) [*Sov. Tech. Phys. Lett.* 8, 456, 1982].
- [33] T. A. Shelkovenko, S. A. Pikuz, A. R. Mingaleev, and D. A. Hammer. *Rev. Sci. Instrum.* V. 70, p. 667 (1999).
- [34] T.A. Shelkovenko, D.B. Sinars, S.A. Pikuz, K.M. Chandler, and D.A. Hammer. *Rev. Sci. Instrum.* V. 72, p. 667 (2001).
- [35] D.B. Sinars, S.A. Pikuz, T.A. Shelkovenko, K.M. Chandler, D.A. Hammer. *Rev. Sci. Instrum.* V. 73, p. 2948 (2001).
- [36] T.A. Shelkovenko, S.A. Pikuz, D.B. Sinars, K.M. Chandler, D.A. Hammer. *Proc. of SPIE*. G.A. Kyrala, J-C Gauthier, editors. V. 4, p. 180 (2001).
- [37] S.A. Pikuz, T.A. Shelkovenko, D.B. Sinars, D.A. Hammer, S.V. Lebedev, S.N. Bland, Yu. Skobelev, J.A. Abdallah, C.J. Fontes, and H.L. Zhang. *JQSRT*. V. 71, p. 581 (2001).
- [38] S.A. Pikuz, T.A. Shelkovenko, D.B. Sinars, K.M. Chandler, D.A. Hammer. *Proc. of SPIE*. G.A. Kyrala, J-C Gauthier, editors. V. 4, p. 234 (2001).
- [39] A.I. Erko, V.V. Aristov, and B. Vidal. *Diffraction X-ray Optics*. IOP, Bristol, 1996, Chap. 4.

- [40] Yu.A. Agafonov et al. *Sov. Tech. Phys. Lett.* V. 18, p. 533 (1992).
- [41] S.A. Pikuz, D.B. Sinars, T.A. Shelkovenko, K.M. Chandler, D.A. Hammer, I.Yu. Skobelev, G.V. Ivanenkov, and W. Stepniewski. *PRL*. V. 89, No. 3, 035003(4) (2002).
- [42] S.A. Pikuz, V.M. Romanova, N.V. Baryshnikov, Min Hu, B.R. Kusse, D.B. Sinars, T.A. Shelkovenko, D.A. Hammer. *Rev. Sci. Instr.* V. 72, p.1098 (2001).
- [43] S.A. Pikuz, T.A. Shelkovenko, A.R. Mingaleev, and D.A. Hammer, and H.P. Neves. *Phys. Plasmas*. V. 6, p. 4272 (1999).
- [44] S.A. Pikuz, G.V. Ivanenkov, T.A. Shelkovenko, D. Hammer. *JETP Lett.* V. 69, p. 377 (1999).
- [45] Pikuz S.A., Shelkovenko T.A., Greenly J.B., Dimant Y.S., Hammer D.A. *Phys. Rev. Lett.* V. 83, p. 4313 (1999).
- [46] С.Ю. Гуськов, Г.В. Иваненков, А.Р. Мингалеев, В.В. Никишин, С.А. Пикуз, В.Б. Розанов, В. Степневски, В.Ф. Тишкин, Т.А. Шелковенко, Д.А. Хаммер. *Физика плазмы*. Т. 26, с. 797 (2000) [*Plasma Physics Reports*. 26, 745, 2000].
- [47] G.V. Ivanenkov, A.N. Lebedev, S.A. Pikuz, and S.M. Zakharov. *Preprint No. 210*, P. N. Lebedev Physics Institute, 1989.
- [48] D. Mosher, J.R. Boller, P.P. Hinshelwood et al. *Bull. Am. Phys. Soc.* V. 43, p. 1642 (1998).
- [49] D.B. Sinars, T.A. Shelkovenko, S.A. Pikuz, J.B. Greenly, D.A. Hammer. *Phys. Plasmas*. V. 7, p. 1555 (2000).
- [50] D.B. Sinars, T.A. Shelkovenko, S.A. Pikuz, Min Hu, V.M. Romanova, K.M. Chandler, J.B. Greenly, D.A. Hammer, B.R. Kusse. *Phys. Plasma*. V. 7, p. 429 (2000).
- [51] D.B. Sinars, Min Hu, K.M. Chandler, T.A. Shelkovenko, S.A. Pikuz, J.B. Greenly, D.A. Hammer, B.R. Kusse. *Phys. Plasmas*. V. 8, p. 216 (2001).
- [52] K.M. Chandler, D.A. Hammer, D.B. Sinars, S.A. Pikuz and T.A. Shelkovenko. *IEEE Trans. Plasma Sci.* V. 30, p. 577 (2002).
- [53] Мартынюк М.М., Пантелейчук О.Г. *Теплофиз. выс. температур*. Т. 14, с. 1201 (1976).
- [54] Vorob'ev V.S., Malysenko S.P. *ЖЭТФ*, 1997, т. 111, с. 2016; *Phys. Rev. E.*, 1997, v. 56, p. 3959; В.С. Воробьев, С.П. Малышенко, С.И. Ткаченко, В.Е. Фортов. *Письма в ЖЭТФ*, т. 75, с. 445 (2002) (*JETP Letters*, v. 75, p. 373).
- [55] С.Б. Кормер, А.И. Фунтиков, В.Д. Урлин, А.Н. Колесникова. *ЖЭТФ*. Т. 42, с. 686 (1962).
- [56] Л.В. Альшулер, А.В. Бушман, В.Е. Фортов, И.И. Шарипджанов. *Сб.: Численные методы механики сплошной среды*. Т. 7, № 1, с. 5 (1976).
- [57] Д.А. Киржниц. *УФН*. Т.104, с. 489 (1971).
- [58] Д.А. Киржниц, Ю.Е. Лозовик, Г.В. Шпатаковская. *УФН*. Т.117, с. 3 (1975); S. Lundqvist, N.H. March, editors. *Theory of the inhomogeneous electron gas*. N.Y.: Plenum press. 1983; Г.В. Синько. *Сб.: Математическое моделирование. Физико-химические свойства вещества*. С. 197. М.: Наука, 1987.
- [59] Н.Н. Калиткин. *Математическое моделирование. Сб.: Физико-химические свойства вещества*. С. 114. М.: Наука, 1987; А.Ф. Никифоров, В.Г. Новиков, В.Б. Уваров. Там же, с. 162.
- [60] А.Ф. Никифоров, В.Г. Новиков, В.Б. Уваров. *Квантово-статистические модели высокотемпературной плазмы*. М.: Физ.-мат. лит. 2000.
- [61] Ю.А. Котов, А.В. Лучинский. *Сб.: Физика и техника мощных импульсных систем*. С. 189, 1987.
- [62] С.Н. Колгатин, А.В. Хачатурьянц. *Теплофиз. выс. температур*. Т. 20, с. 1750 (1982).
- [63] М.М. Баско. *Теплофиз. выс. температур*. Т. 23, с. 483 (1985).
- [64] А.В. Бушман, И.В. Ломоносов, В.Е. Фортов. *Уравнения состояния металлов при высоких плотностях энергий*. Черногоровка: ИХФЧ РАН. 1992.
- [65] В.Е. Фортов, И.Т. Якубов. *Неидеальная плазма*. М.: Атомэнергоиздат. 1994.
- [66] А.Т. Сапожников, П.Д. Гершук, Е.Л. Малышкина, Е.Е. Миронова, Л.Н. Шахова. *ВАНТ, сер. Математическое моделирование физических процессов*. 1991. Вып. 1.
- [67] J. Tersoff. *Phys. Rev. B*. V.37, p. 6991 (1988).
- [68] M.S. Dew, M.I. Baskes. *Phys. Rev. B*. V. 29, p. 6443.
- [69] M.I. Baskes. *Phys. Rev. B*. V. 46, p. 2727 (1992).

- [70] J.D. Kress, S. Mazevet, L.A. Collins. In Proc.: *Shock Compression of Condensed Matter-2001*, edited by M.D. Furnish et. al., AIP Conference Proceedings 620, NY, 2002, p. 91; P. Blottiau, S. Mazevet, J.D. Johnson, J.D. Kress, L.A. Collins. In Proc.: *Fifth International Symposium on High Dynamic Pressures*. Saint-Malo, France 2003, V. 2, p.227; M.P. Desjarlais, R.W. Lemke. In Proc.: *Fifth International Symposium on High Dynamic Pressures*. Saint-Malo, France 2003, V. 2, p. 231; В.В. Дремов, М.А. Воробьева. *Химическая физика*. Т. 19, № 2, с. 82 (2000).
- [71] V.V. Dremov, M.A. Vorob'eva. In: *Proc. of the 22nd International Symposium on Shock Waves*. Imperial College, London, 1999, p. 73.
- [72] B.L. Holian. *Phys. Rev. A*. V. 37, p. 2562. (1988); B.L. Holian, P.S. Lomdahl. *Science*. V. 280, p. 2085 (2000); K. Kadau, T.C. Germann, P.S. Lomdahl, B.L. Holian. *Science*. V. 296, p.1681 (2002); T.C. Germann, B.L. Holian, P.S. Lomdahl. In: *Shock Compression in Condensed Matter-1999*, edited by M.D. Furnish, L.C. Chhabildas and R. S. Hixson, AIP Conference Proceedings 505, NY, 2000, p. 297; V.V. Dremov, S.A. Sapozhnikov, M.A. Smirnova. In Proc.: *Fifth International Symposium on High Dynamic Pressures*, Saint-Malo, France 2003, V.1, p.331.
- [73] К.Ф. Гребенкин, А.Л. Жеребцов, А.Л. Кутепов, В.В. Попова. *Труды VI Забабахинских научных чтений*. Снежинск, 2001.
- [74] В.П. Скрипов. *Метастабильная жидкость*. М.: Наука, 1972.
- [75] В.П. Скрипов, А.В. Скрипов. *УФН*. Т. 128, с. 193 (1979).
- [76] А.Ф. Андреев. *ЖЭТФ*. Т. 45, с. 2064 (1963).
- [77] Я.И. Френкель. *Кинетическая теория жидкостей*. Л.: Наука, 1975.
- [78] А.П. Гринин, Ф.М. Куни, А.К. Щекин. *Теоретич. и математ. физ.* Т. 52, с. 127 (1982).
- [79] И.М. Лифшиц, В.В. Слезов. *ЖЭТФ*. Т. 35, с. 479 (1958); J.M. Lifshitz, V.V. Slyozov. *J. Phys. Chem. Sol.* V. 19, p. 35 (1961).
- [80] В.Г. Бойко, Ч.-Й. Могель, В.М. Сысоев, А.В. Чалый. *УФН*. Т. 161, с. 77 (1991).
- [81] Н.Б. Волков. *ЖТФ*. Т.49, № 9, с. 2000 (1979).
- [82] И.М. Беспалов, А.Я. Полищук. *Письма в ЖТФ*. Т. 15, № 2, с. 4 (1989).
- [83] G.R. Gathers. *Thermophys.* No. 4, p. 209 (1983).
- [84] R.M. More, Y.T. Lee. *Phys. Fluids*. V. 5, No 27, p. 1273 (1984).
- [85] A.W. DeSilva, J.D. Katsouros. *Phys. Rev. E*. V. 57, No 5, p. 5945 (1998).
- [86] R. Redmer. *Phys. Rev. E*. V. 59, No 1, p. 1073 (1999); S. Kuhlbrodt, R. Redmer. *Phys. Rev. E*. V. 62 (2000).
- [87] M.P. Desjarlais. *Contrib. Plasma Phys.* V. 41, No 2-3, p.267 (2001).
- [88] A. Likalter. *Physica Scripta*. V. 54, p. 644 (1996).
- [89] А.В. Лучинский, В.В. Лоскутов. *Одномерная магнито-радиационно-гидродинамическая модель электромагнитного ускорения быстрых лайнеров*. Препринт № 4, СО АН СССР, Томский филиал, 1986.
- [90] S. Kirkpatrick. *Rev. Mod. Phys.* V. 45, p. 574 (1973).
- [91] С.И. Брагинский. *Вопросы теории плазмы*. Вып. 1, с. 205. М.: Атомиздат, 1963 (Braginsky S.I. In: *Reviews of Plasma Physics*, edited by M. A. Leontovich. Consultants Bureau, New York, 1980. V. 1).
- [92] В. М. Жданов. *Явления переноса в многокомпонентной плазме*. М.: Энергоатомиздат, 1982.
- [93] В.И. Держиев, А.Ю. Захаров, Г.И. Рамендик. *ЖТФ*. Т.48, № 9, с.1877 (1978).
- [94] И.Г. Бейгман, Л.А. Вайнштейн, А.В. Виноградов. *Астроном. журн.* Т. 46, с. 985 (1969).
- [95] В.С. Волокитин, И.О. Голосной, Н.Н. Калиткин. *Изв. ВУЗов, сер. "Физика"*. 1995, No 4, с. 11.
- [96] Б.Н. Четверушкин. *Математическое моделирование задач динамики излучающего газа*. М.: Наука, 1985.
- [97] Ю.В. Афанасьев, Е.Н. Гамалий, В.Б. Розанов. *Тр. ФИАН*. Т. 132, с. 10 (1982).
- [98] G.D. Tsakiris, K. Eidman. *J. Quant. Spectr. Radiat. Transfer*. V. 38, p. 353 (1987); E. Minguez, R. Munoz, R. Ruiz, Y. Yague. *Laser and Particle Beams*. V. 17, p.799 (1999).
- [99] Н.Ю. Орлов. *Физика плазмы*. Т. 25, с. 700 (1999); Н.Ю. Орлов, В.Е. Фортов. *Физика плазмы*. Т. 27, с. 45 (2001).
- [100] Ю.Д. Бакулин, В.Ф. Куропатенко, А.В. Лучинский. *ЖТФ*. Т. 46, № 9, с. 1963 (1976).
- [101] В.Н. Доровский, А.М. Искольдский, Е.И. Роменский. *ПМТФ*. № 4, с. 10 (1982).

- [102] С.К. Годунов, Н.С. Козин, Е.И. Роменский. *ПМТФ*. № 2 (1974).
- [103] С.К. Годунов, В.В. Денисенко и др. *ПМТФ*. № 5 (1975).
- [104] А.М. Искольдский, Е.И. Роменский. *ПМТФ*. № 2 (1984).
- [105] L. Baker. *Appl. Phys.* V. 51, No 3, p. 1439 (1980).
- [106] T.L. Burgess. *Technical report*. Lawrence Livermore Laboratory, 1976.
- [107] N. Chase, M. Ernestene, A. Tollestrup, F.N. Webb. In: [1], V. 2. Plenum, New York, 1962.
- [108] Р.Б. Бакшт, И.М. Дацко, А.Ф. Коростылев, В.В. Лоскутов, А.В. Лучинский, А.А. Чертов. *Физика плазмы*. Т. 9, с. 1224 (1983).
- [109] T.W.L. Sanford, G.O. Allshouse, B.M. Marder et al. *Phys. Rev. Lett.* V. 77, p. 5063 (1996).
- [110] J.P. Chittenden, S.V. Lebedev, A.R. Bell et al. *Phys. Rev. Lett.* V. 83, p. 100 (1999).
- [111] J.P. Chittenden, R. Aliaga-Rossel, S.V. Lebedev et al. *Phys. Plasmas*. V. 4, p. 4309 (1997).
- [112] С.И. Ткаченко, К.В. Хищенко, В.С. Воробьев, П.Р. Левашов, И.В. Ломоносов, В.Е. Фортов. *Теплофиз. выс. температур*. Т. 39, с. 728 (2001).
- [113] Г. Кнопфель. *Сверхсильные импульсные магнитные поля*. М.: Мир, 1972.
- [114] В.П. Князев, Г.А. Шнеерсон. *ЖТФ*. Т. 40, № 2, с. 360 (1970).
- [115] Г.А. Шнеерсон. *Письма в ЖТФ*. Т. 23, № 11, с. 10 (1997).
- [116] T.W. Hussey, N.F. Roderick, R. Faehl. *J. Appl. Phys. Lett.* V. 33, p. 230 (1978).
- [117] В.Ф. Дьяченко. *Ж. вычисл. матем. и мат. физ.* Т. 5, с. 680 (1965).
- [118] M.W. Evans, F.H. Harlow. *Los Alamos Sci. Lab. Rept. LA-2139*. Los Alamos: 1957.
- [119] О.М. Белоцерковский, Ю. М. Давыдов. *Метод крупных частиц в газовой динамике*. М.: Наука, 1982.
- [120] В.Ф. Дьяченко, В.С. Имшенник. *Вопросы теории плазмы*. Вып. 8, с. 164. М.: Атомиздат, 1974 [In *Reviews of Plasma Physics*, edited by M. A. Leontovich. Consultants Bureau, New York, 1980. V. 8].
- [121] K. Jach, E. Wlodarczyk *J. Tech. Phys. (Polish)*. V. 27, p. 85 (1986).
- [122] K. Jach, editor. *Komputerowe modelowanie dynamicznych oddziaływań ciał metoda punktów swobodnych* (In Polish). Warsaw: PWN, 2001.
- [123] Г.В. Иваненков, В. Степневски. *Физика плазмы*. Т. 22, с. 528 (1996) [*Plasma Physics Reports*. 22, 479, 1996].
- [124] А. Бартник, Г.В. Иваненков, Л. Карпински, А.Р. Мингалеев, С.А. Пикуз, В.Степневски., Т.А. Шелковенко, К. Ях. *Квантовая электроника*. Т. 33, с. 230 (1994) [*Quantum Electronics*. 24, 169, 1994].
- [125] G.V. Ivanenkov, and W. Stepniewski. *J. Moscow Phys. Soc.* V. 9, p. 337 (1999).
- [126] Г.В. Иваненков, В.Степневски. *Физика плазмы*. Т. 26, с. 24 (2000) [*Plasma Physics Reports*. 26, 21, 2000].
- [127] С.А. Пикуз, Г.В. Иваненков, Т.А. Шелковенко, Д. Хаммер. *Письма в ЖЭТФ*. Т. 69, с. 349 (1999) [*JETP Lett.* 69, 377, 1999].
- [128] С.Ю. Гуськов, Г.В. Иваненков, А.Р. Мингалеев, С.А. Пикуз, Д. Хаммер, Т.А. Шелковенко. *Письма в ЖЭТФ*. Т. 67, с. 531 (1998) [*JETP Lett.* 67, 559, 1998].
- [129] G.V. Ivanenkov, A.R. Mingaleev, S.A. Pikuz, V.M. Romanova, W. Stepniewski, D.A. Hammer, T.A. Shelkovenko. In: *Dense Z-pinch*, Proc. 4-th Int. Conf., Vancouver: 1997. N.Y.: AIP, p. 253.
- [130] Г.В. Иваненков, В.Степневски. *Физика плазмы*. Т. 28, с. 499 (2002) [*Plasma Physics Reports*, 2002, v. 28, p. 457].
- [131] W. Stepniewski, M. Scholz, B. Bienkowska et al. *Problems of Atomic Science and Technology. Series Plasma Physics*. 2002, v. 8, No. 5, p. 72.
- [132] И.Г. Бейгман, Л.А. Вайнштейн, А.В. Виноградов. *Астроном. журн.* Т. 46, с. 985 (1969).
- [133] В.Л. Гинзбург, В.П. Шабанский. *ДАН СССР*. Т. 100. С.445 (1954); В.П. Шабанский. *ЖЭТФ*. Т. 27, с. 147 (1954); И.М. Лифшиц, М.И. Каганов, Л.В. Танатаров. *ЖЭТФ*. Т. 31, с. 232 (1956).
- [134] Г.В. Иваненков, С.А. Пикуз, Д.Б. Синарс и др. *Физика плазмы*. Т. 26, с. 927 (2000) [*Plasma Physics Reports*. 26, 868, 2000].
- [135] Г.В. Иваненков, В. Степневски. *Физика плазмы*. Т. 28, с. 886. (2002) [*Plasma Physics Reports*. 28, 814, 2002].