

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

Физический
ИНСТИТУТ
имени
П.Н.Лебедева



Ф И А Н

А.С. НУЖНЫЙ, В.Б. РОЗАНОВ, Р.В.
СТЕПАНОВ, С.А. ШУМСКИЙ

ПРЕПРИНТ

40

**ИССЛЕДОВАНИЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ
РЕЛЕЯ-ТЕЙЛОРА В ЗАДАЧЕ
ЛАЗЕРНОГО ТЕРМОЯДЕРНОГО
СИНТЕЗА И СРАВНЕНИЕ РАЗЛИЧНЫХ
РАСЧЕТНЫХ МЕТОДИК ПУТЕМ
ВЕЙВЛЕТ-КОДИРОВАНИЯ ИСХОДНЫХ
ФИЗИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ И
ПОСЛЕДУЮЩЕЙ ИХ НЕЙРОСЕТЕВОЙ
ОБРАБОТКИ.**

МОСКВА 2003

Исследование неустойчивости Релея-Тейлора в задаче лазерного термоядерного синтеза и сравнение различных расчетных методик путем вейвлет-кодирования исходных физических полей и последующей их нейросетевой обработки.

А.С. Нужный, В.Б. Розанов, Р.В. Степанов, С.А. Шумский

Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН.

Одной из ключевых проблем лазерного термоядерного синтеза (ЛТС) являются, возникающие в системе гидродинамические неустойчивости, из которых основную роль играет неустойчивость Релея-Тейлора. Исследование такого рода турбулентных течений является фундаментальной задачей гидродинамики. Сложность прямого численного расчета по гидродинамическим уравнениям, его чувствительность к начальным условиям, с одной стороны, и ограниченность параметрического подхода, основанного на построении простых моделей турбулентного перемешивания, с другой, заставляют искать новые методы описания данного явления. В работе предлагается принципиально новый подход к изучению этой проблемы – построение полупараметрической модели с помощью нейросетевого анализа экспериментальных (расчетных) данных.

Study of Rayleigh-Taylor instability in inertial laser fusion (ILF) problem and comparison of different calculation methods by wavelet coding of the initial physical fields and their neuronet processing.

A.S. Nuzhny, V.B. Rozanov, R.V. Stepanov, S.A. Shumsky

P.N. Lebedev Physical Institute, RAS

One of the key problems of ILF concerns the hydrodynamic instabilities occurring in the system, and the most important here is the Rayleigh-Taylor instability. Studying of such kind of turbulent flows is a fundamental task of hydrodynamics. The sophistication of direct numerical simulation by hydrodynamic equations, and the sensitivity of direct method to the initial conditions on the one hand, and, on the other hand, the restriction of a parametric approach, which is based on the creation of simple models of turbulent mixing, sends us in search of new methods for the description of the noted phenomena. We propose a fundamentally new approach to this problem: the creation of a semi-parametric model using neuronet analysis of the experimental (calculated) data.

Введение

Одной из ключевых проблем термоядерного синтеза является неустойчивость процесса сжатия легкого термоядерного горючего тяжелой оболочкой под воздействием внешнего поля инерционных сил. Существенно нелинейный характер динамики на поздней стадии, многомодовость начальных условий и/или источника (ударной волны, поля ускорений), трехмерность реальной задачи, – все это является серьезным препятствием на пути к удовлетворительному пониманию рассматриваемого процесса. Несмотря на сложность строгого анализа течений, возникающих при развитии процесса проникновения тяжелого вещества в легкое под действием внешнего поля, из результатов экспериментов и полных гидродинамических расчетов следует, что при развитии неустойчивостей в каждом конкретном случае существуют эволюционно-устойчивые образования, связанные с начальными условиями на поверхности раздела двух сред и имеющие существенно различные пространственные и временные характерные масштабы изменения [1,2].

Задача описания процесса перемешивания термоядерного горючего с сжимающей его оболочкой похожа по своей постановке на классическую задачу Релея-Тейлоровского турбулентного перемешивания: тяжелая жидкость в начальный момент времени находится над легкой в поле сил тяжести (рис.1). Небольшое возмущение на поверхности раздела сред приводит к нарушению неустойчивого равновесия (рис.2) и тяжелое вещество начинает проникать в легкое [3].

На сегодняшний день не построено удовлетворительных моделей описания турбулентных течений в достаточно общей постановке. Нет также общепринятого сценария перехода к турбулентности. Однако наличие в каждом конкретном случае устойчивых образований и зависимостей указывает на существование некоторых мало меняющихся во времени характеристик. Возможно, что эти характеристики напрямую не следуют из уравнений гидродинамики, они не являются простыми интегральными физическими величинами, а некоторым способом выражаются через них.

В настоящее время теоретическое исследование турбулентных течений движется в двух направлениях: прямое численное моделирование (расчет по уравнениям гидродинамики) и построение параметрических моделей, основанных на статистическом осреднении исходных уравнений и применении полуэмпирических зависимостей для замыкания системы. Первый подход связан с большими вычислительными затратами, что ограничивает его практическое использование. Кроме того, прямое использование результатов, полученных в этом подходе, требует точного знания начальных условий, но такая информация в большинстве практически значимых проблем не является доступной. Во втором подходе пока не удалось добиться исчерпывающего

описания развития турбулентного перемешивания, а существующие на сегодняшний день модели имеют достаточно ограниченную область применения. Таким образом, возникает ситуация, когда модели с малым числом параметров, – так называемый параметрический подход (parametric method), – не дают полного описания, а расчеты на достаточно подробной сетке, – непараметрический подход (nonparametric method), – практически сложно применимы. В этом случае можно прибегнуть к так называемому полупараметрическому подходу (semiparametric method), когда модель имеет, с одной стороны, достаточное число степеней свободы, чтобы хорошо описывать исследуемые явления, но, с другой стороны, количество параметров позволяет современным вычислительным машинам быстро производить расчеты по построенной схеме. Построение полупараметрических моделей традиционно ведется путем обобщения и статистического анализа экспериментальных данных [4]. В работе в качестве таких данных используются результаты численных экспериментов.

Ниже дается описание расчетной базы процессов развития неустойчивости Рэлея-Тейлора, полученной с помощью численных методик NUT [5] и MAX [6]. Будет изложен принцип кодирования исходной информации с помощью вейвлет-преобразования и ее последующее сжатие методом главных линейных компонент. Для дальнейшего нелинейного анализа применяется однослойная нейронная сеть – карта Кохонена. Будет произведено сравнение используемых в работе численных кодов NUT и MAX.

Описание расчетов, полученных по программе NUT

Геометрия системы в расчетах задачи Рэлея-Тейлора показана на рис.1 (указаны размеры в мм). Система состоит из двух прямоугольных областей (OABC и OCDE), разделенных горизонтальной плоскостью (контактной границей).

Перпендикулярно контактной границе приложено внешнее поле силы тяжести с ускорением свободного падения $g = 10^4 g_0$, направленным вниз против вертикальной оси OZ , g_0 – ускорение свободного падения вблизи поверхности Земли. В верхней области находится тяжелый газ ксенон (Xe), в нижней области – легкий гелий (He). На верхней (AB) и нижней (DE) границах системы задается условие непротекания (вертикальная компонента скорости равна нулю). На боковых стенках (AE и BD) – периодическое граничное условие.

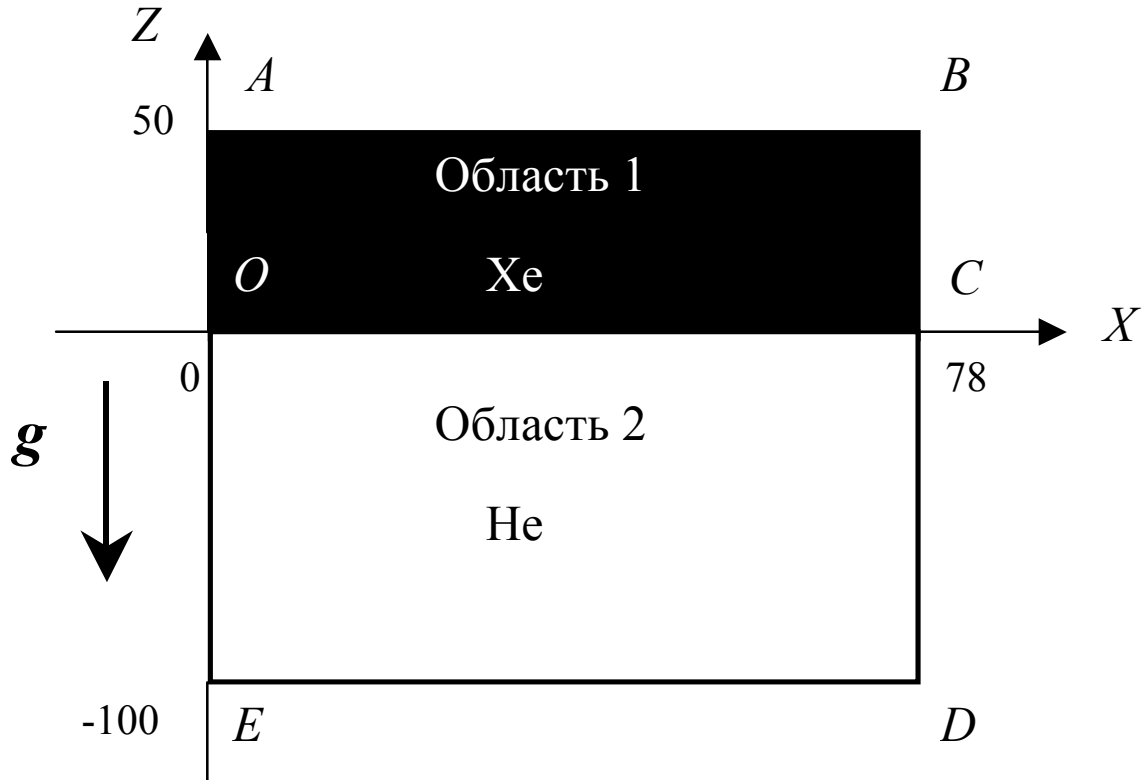


Рис. 1. Геометрия системы в расчетах задачи Релея-Тейлора.

Используемые в работе двумерные расчеты РТ-перемешивания, полученные с помощью численного кода NUT [5], где для описания термодинамических свойств газов применяется уравнение состояния идеального газа в виде $p = \frac{R}{\mu} \rho T$, $\varepsilon = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{R}{\mu} T$. Начальные распределения давления и плотности соответствуют изоэнтропической конфигурации:

$$\rho_i(z) = \frac{p^{1/\gamma}}{B_i}; \quad p_i(z) = \left(\tilde{p}_0 - \frac{\gamma - 1}{\gamma B_i} g z \right)^{\gamma/(\gamma - 1)},$$

где $\tilde{p}_0 = p_0^{1/\gamma}$; $B_i = \frac{T_0}{M_i P_0}$, M_i – масса частицы i -го газа, $T_0 = 300K$, $p_0 = 0,5 \text{ атм}$.

Расчеты проводились до момента $t = 1250$ мкс. Через каждые $\Delta t = 50$ мкс выдавался ряд физических величин:

1. Положение контактной границы - $z(x)$
2. Поле плотности - $\rho(x, z)$
3. Поле давления - $P(x, z)$
4. Поля компонент скорости - $u(x, z), w(x, z)$
5. Поля компонент импульса - $p_x(x, z), p_y(x, z)$
6. Поле внутренней энергии - $e(x, z)$

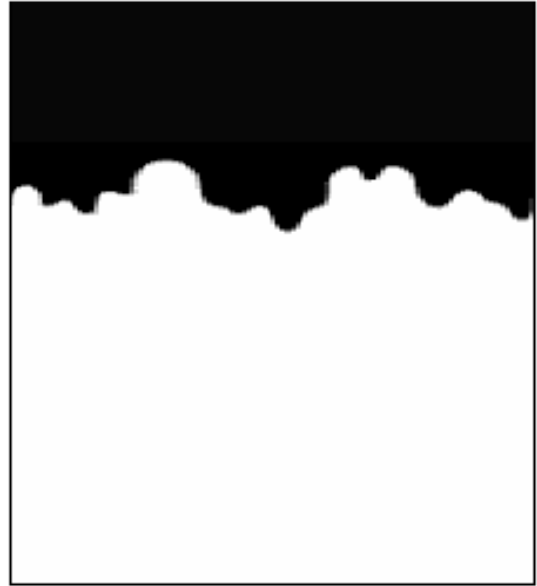
7. Поле завихренности -

$$\Omega(x, z) = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x},$$

из которых в дальнейшем будет рассматриваться только плотность. Друг от друга расчеты отличаются только начальным возмущением поверхности раздела газов. Оно, фактически, определяет дальнейшую динамику перемешивания.



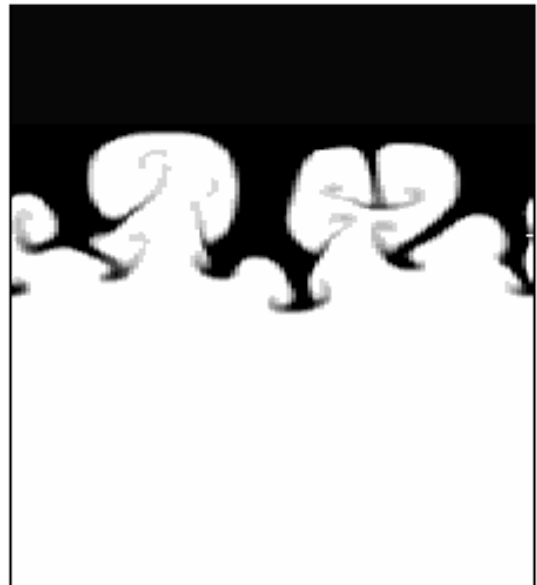
а) t=0



б) t=5



в) t=10



г) t=25



д) $t=20$



е) $t=25$

рис.2

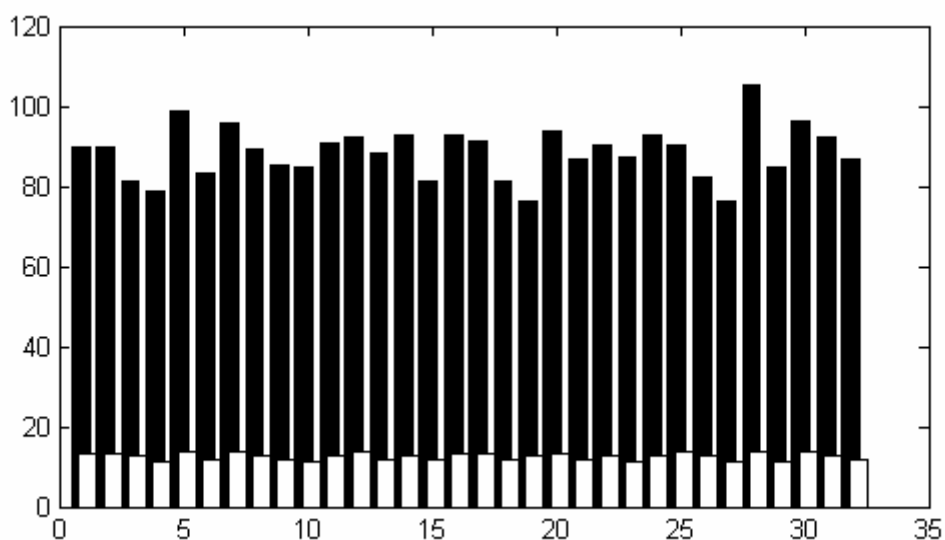
Эволюция плотности двумерного процесса РТ-перемешивания.

В данной работе используется база данных, состоящая из 64 процессов, рассчитанных по коду NUT (32 из которых получены путем прямого численного эксперимента, другие 32 являются зеркальными отображениями первых), заданных картинками распределения плотности вещества в 26 моментов времени. На рис.2 показаны некоторые состояния одного из процессов. Цифрами отмечены моменты времени, которым соответствуют данные состояния.

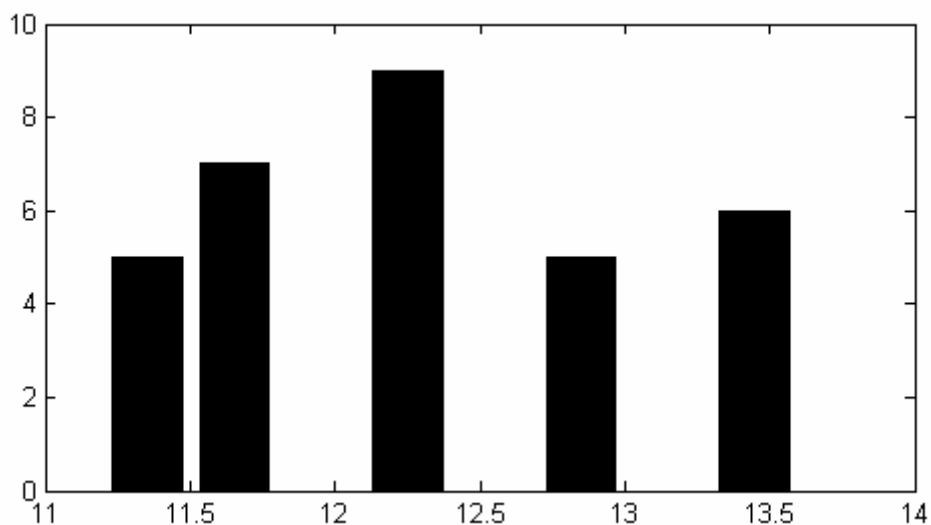
Начальное возмущение s поверхности раздела жидкостей в рассматриваемых процессах задается шестью гармониками – $s = \sum_k a_k \cos\left(\frac{2\pi kx}{L} + \varphi_k\right)$, где $k = 2,3,5,7,11,13$, L – ширина фрейма (длина отрезка ОС рис.1). Амплитуды гармоник a_k во всех расчетах одинаковы и подчиняются условию $a_k \frac{2\pi k}{L} = 0,5$. Таким образом, начальные возмущения отличаются между собой только выбором фаз гармоник φ_k . При этом фазы могут принимать одно из восьми значений: $\frac{\pi}{4}n$, где $n = 0,1,\dots,7$ и выбираются случайным образом. Фазы гармоник, составляющих начальное возмущение, для всех расчетов приведены в таблице приложения 1.

На рисунке 3а показаны гистограммы величин зон перемешивания 32-х процессов (расчеты, полученные путем зеркального отображения, имеют те же ширины зон перемешивания, что и исходные), где гистограмма, изображенная белым цветом отвечает величинам зон перемешивания начальных состояний процессов, а черным – конечных. На гистограммах 3б и 3в по оси абсцисс

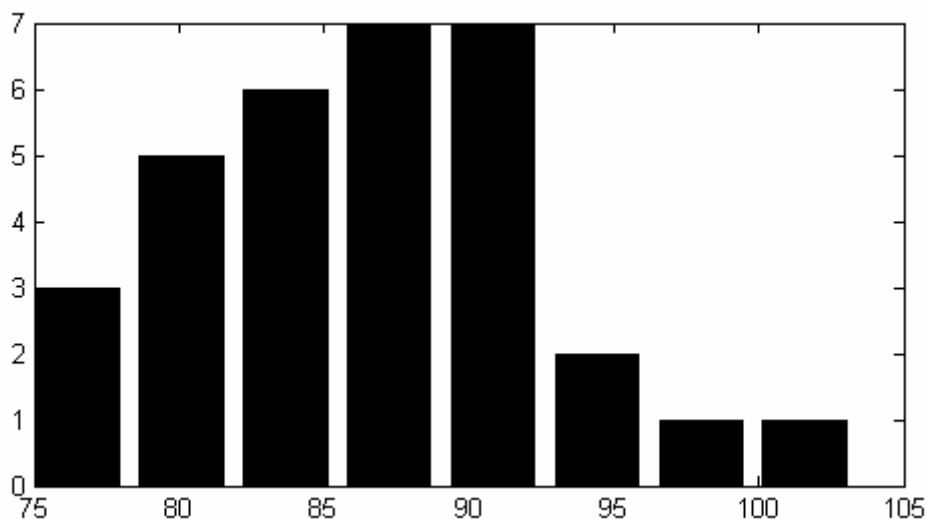
откладываются ширины зон перемешивания, а по оси ординат – количество процессов, чьи, соответственно, начальные (3б) и конечные (3в) состояния попали в соответствующий диапазон ширин. Из гистограммы 3а можно заметить, что, как правило, большая начальная зона перемешивания приводит к большей конечной зоне перемешивания. Однако такая тенденция не четко выражена, и, очевидно, что зависимость имеет нелинейный характер. Нелинейность хорошо видна из гистограммы рисунка (3г), где по оси абсцисс откладываются отношения конечных ширин зон перемешивания к начальным, а по оси ординат – количество процессов, попавших в соответствующий диапазон этих отношений. Линейная зависимость привела бы к тому, что все процессы имели бы одинаковое отношение ширин зон перемешивания, однако эта величина имеет распределение, близкое к распределению Гаусса.



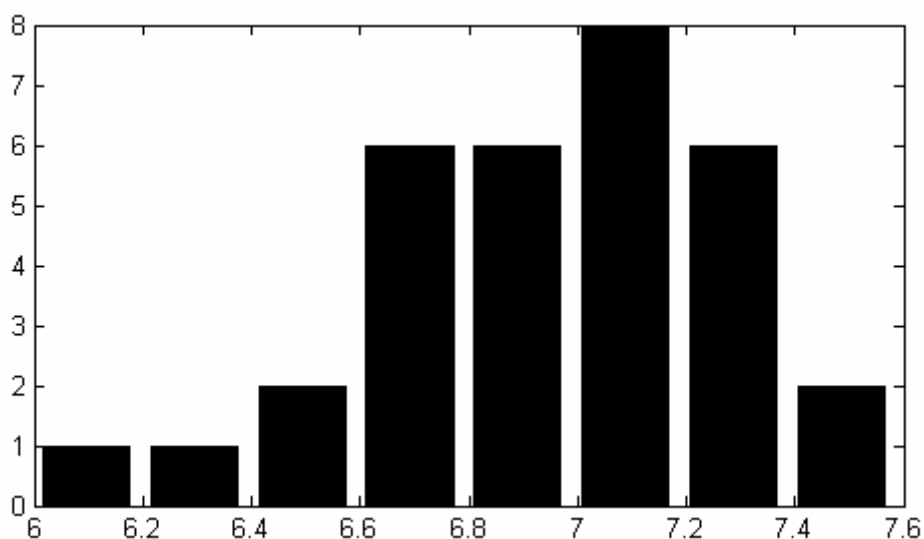
а)



б)



в)



г)

рис.3

Гистограммы, статистически характеризующие ширины зон перемешивания процессов, представленных в обучающей выборке: а) значения начальных и конечных ширин зон перемешивания процессов используемой базы данных; б) распределение процессов по ширине зоны перемешивания начального состояния; в) распределение процессов по ширине зоны перемешивания конечного состояния; г) распределение процессов по величине отношения ширины зоны перемешивания конечного состояния к начальному.

Учет пространственной информации с помощью вейвлет-кодирования исходных полей.

Картины распределения плотности заданы в виде матриц ее значений в узлах двумерной решетки. Для дальнейшего их анализа необходимо ввести некоторую “меру сходства” картин – величину, численно характеризующую степень близости физических свойств двух распределений. Для этого можно представить картины как векторы параметров, и “меру сходства” двух распределений плотности определить, например, как евклидово расстояние между соответствующими векторами. Очевидно, что физически не верно будет выбрать в качестве параметров таких векторов изначально данные нам численные характеристики – значения плотности в узлах решетки. При таком определении расстояние между картинками, как нетрудно убедиться, будет неустойчиво относительно небольших пространственных смещений. Если мы хотим устранить, в частности, этот недостаток, то мы должны найти преобразование исходной информации в иное представление, не сильно чувствительное к пространственным сдвигам. Кроме того, если удастся найти представление, в котором из сходства начальных состояний расчетов будет следовать сходство их конечных состояний, то в этом случае можно будет говорить о возможности прогнозирования процессов РТ-перемешивания.

Итак, целью данной работы является поиск преобразования исходных полей плотности, приводящего к устойчивому представлению – такому, в котором из близости начальных моментов времени двух различных процессов РТ-перемешивания (близости по евклидову расстоянию) следует последующая близость этих процессов в данном представлении. В качестве первого шага построения такого отображения применим к полям плотности двумерное дискретное вейвлет-преобразование [7]. Вейвлеты (всплески) являются функциями, хорошо локализованными в пространстве, благодаря чему они отслеживают пространственные особенности разных масштабов исследуемых объектов. В отличие от классического Фурье-базиса, в котором базисные функции различаются по одному параметру – частоте, функции вейвлет-базиса имеют два параметра – параметр масштаба, задающий размер всплеска (который можно считать аналогом частоты Фурье-базиса) и определяющий характерный масштаб, исследуемых им структур, и параметр смещения, отвечающий за то, в какой области пространства происходит всплеск. Таким образом, коэффициенты вейвлет-разложения в явном виде отражают локальные особенности исследуемых полей, при этом проявляют устойчивость к небольшим изменениям их пространственной структуры. Это обстоятельство дало основание предполагать, что вейвлет-преобразование может привести к устойчивому представлению данных.

Дискретное вейвлет-преобразование является обратимым взаимно-однозначным преобразованием функции, в данном случае – функции распределения плотности:

$$\rho(x, z) = \sum_{m,n} \langle \rho | \psi_{m,n} \rangle \psi_{m,n} = \sum_{m,n} c_{m,n} \psi_{m,n}$$

Коэффициенты разложения $\{c_1, c_2, \dots, c_N\}$ составляют вейвлет-образ исходной функции ρ и однозначно ее определяют. В результате, каждое поле, характеризующее соответствующий момент времени, будет задано вектор-столбцом вейвлет-коэффициентов $\{c_1, c_2, \dots, c_N\}$. Поля плотности представленные таким образом, можно трактовать как точки в N -мерном пространстве, по осям которого откладываются значения вейвлет-коэффициентов. В результате состояние процесса на каждый момент времени будет задано точкой в этом пространстве, а процесс в целом, соответственно, ломаной линией.

Такое пространство обладает большой размерностью, что затрудняет дальнейший анализ. Во первых, возникают чисто вычислительные трудности, связанные с необходимостью обрабатывать большие массивы данных, во вторых, известно, что при нейросетевой обработке данных ошибка нейросети растет с ростом размерности входного вектора [4]. Таким образом, мы приходим к необходимости понизить размерность данных, пусть даже ценой некоторой потери информации. Первое огрубление состоит в отбрасывании мелкомасштабных вейвлет-коэффициентов, что, фактически, является уменьшением разрешения картины распределения физической величины. В предположении, что на протяжении отрезка времени, на котором производились расчеты, характеризующиеся отбрасываемыми вейвлетами мелкие структуры не оказывают существенного влияния на ход процесса, это огрубление не принесет значительной потери информации для нашей задачи.

Для дальнейшего сжатия информации использовался метод главных линейных компонент [4], который заключается в линейном преобразовании координат, приводящем к такому их расположению, что первая главная компонента ложится вдоль направления, обладающего наибольшей дисперсией данных, вторая – находит второе по величине дисперсии направление и т.д. (рис.4). Низкодисперсными (т.е. регулярными) компонентами можно пренебречь, оставив первые K координат, (где $K \ll N$), при этом основная часть информации будет сохранена. Такое сжатие позволило понизить размерность пространства в нашем случае в сотни раз. По координатным осям в новом представлении будут откладываться линейные комбинации вейвлет-коэффициентов.

На рисунке 5 приведены а) исходная картина 130X250 пикселей; б) картина, восстановленная после сжатия до 200 компонент; в) до 40 компонент; г) до 17.

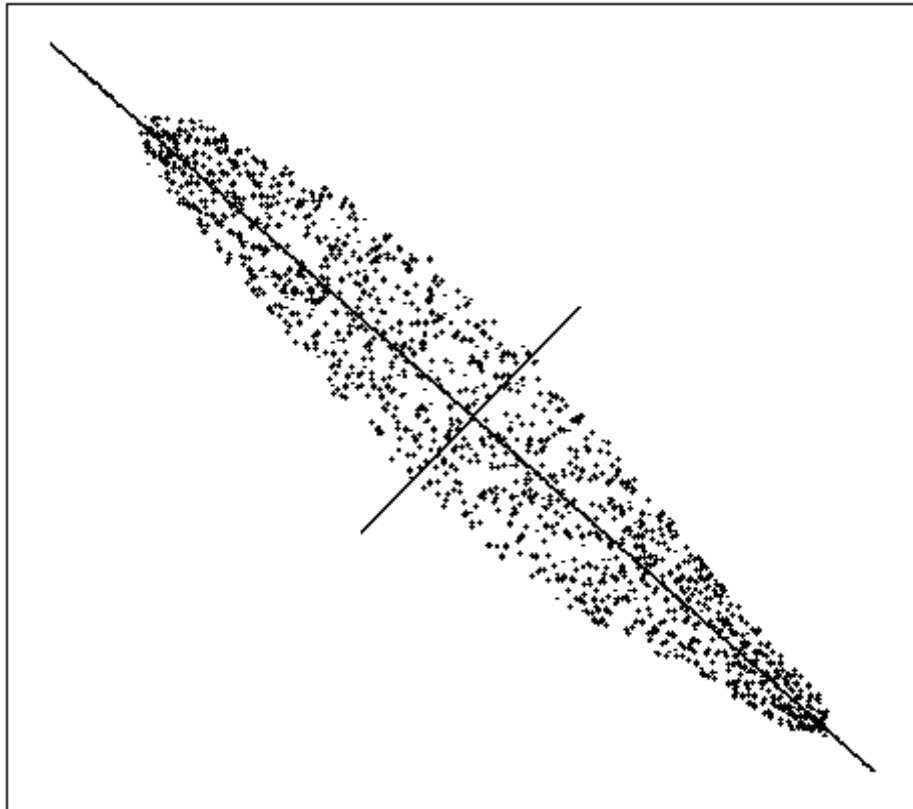


рис.4

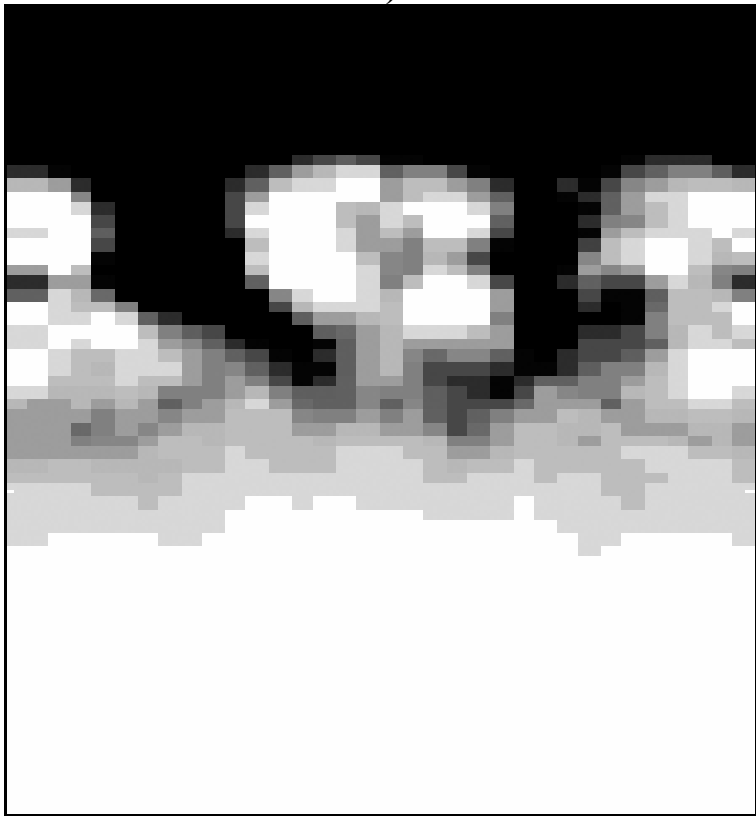
Понижение размерности данных методом главных линейных компонент



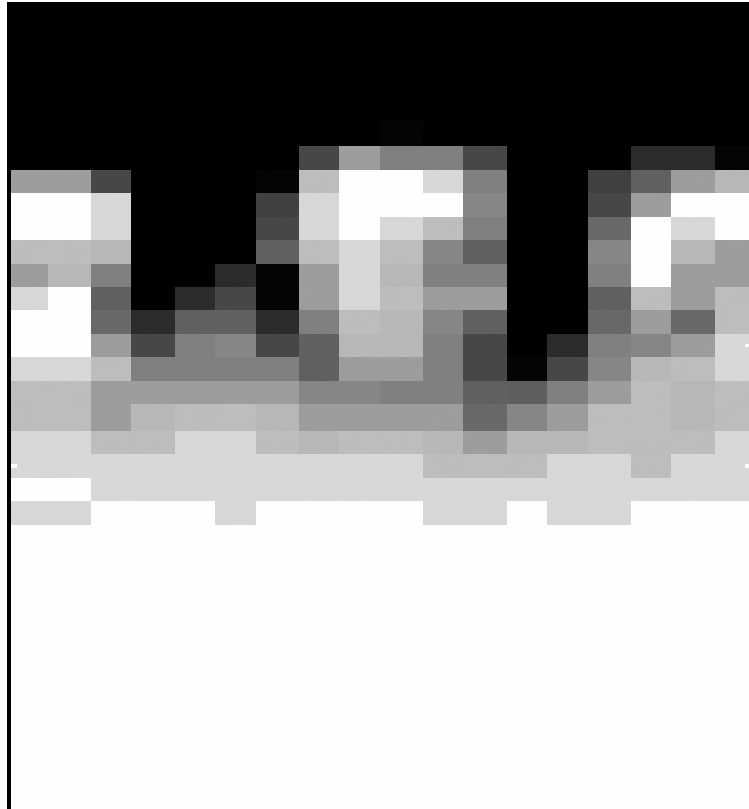
a)



6)



B)



г)
рис.5

Восстановление поля плотности после линейного сжатия.

Карта Кохонена как способ визуализации многомерного пространства.

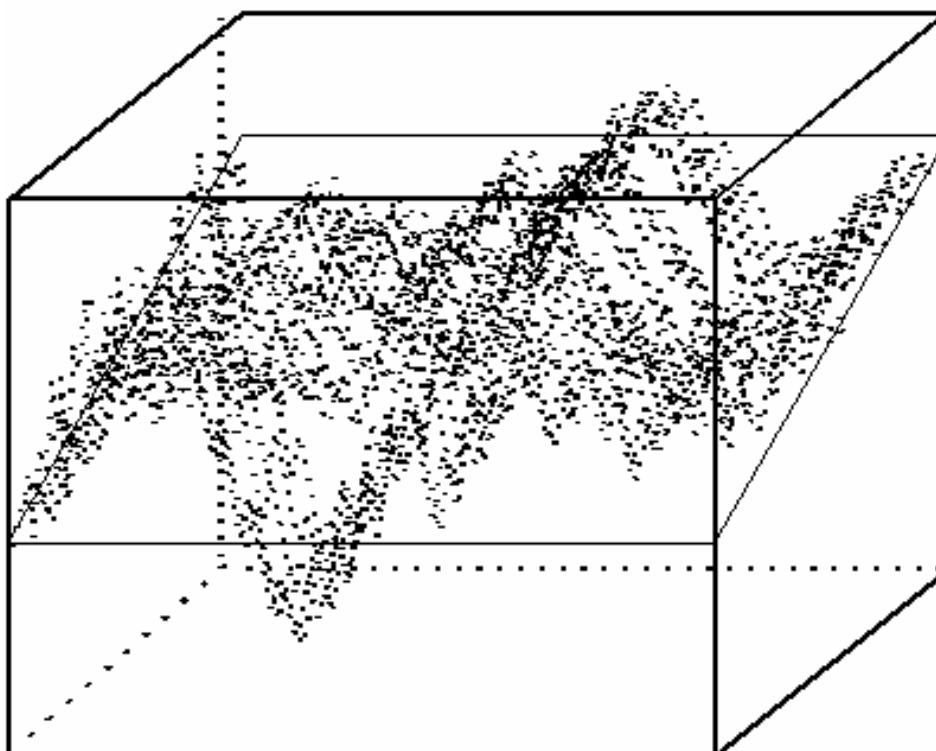
Кластеризация данных.

Для последующей обработки данных использовалась однослойная нейросеть – так называемая карта Кохонена [8]. Это способ кластеризации данных (разбиение облака данных по группам), характерной чертой которого является то, что в нем учитывается информация о соседних кластерах. Кластеры упорядочиваются, образуя двумерную решетку – карту Кохонена. Положение центра кластера маркируется векторным индексом \vec{i} , что естественным образом вводит расстояние между ними $|\vec{i} - \vec{j}|$ на карте. Таким образом, кластеризация по Кохонену представляет собой “натягивание” эластичной сетки кластеров на облако данных.

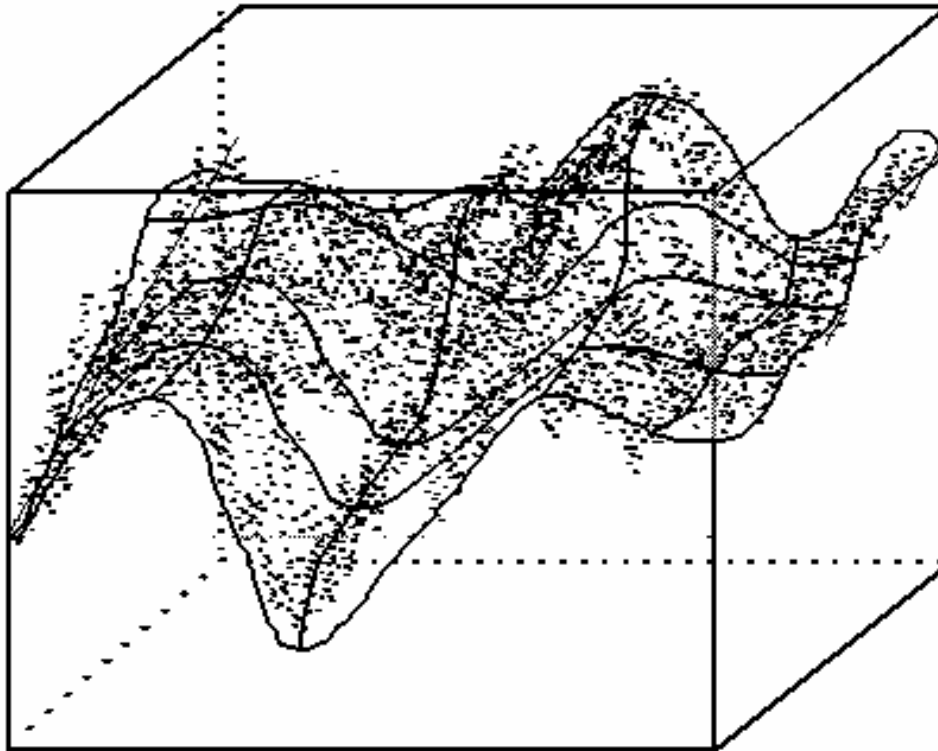
В результате такой кластеризации мы получаем не только разбиение данных по группам, но и упорядочивание входной информации в виде двумерной карты, напоминающей топографическую карту. Это свойство карты Кохонена позволяет использовать ее для визуализации многомерных пространств. Каждый многомерный вектор пространства признаков имеет свою координату на этой сетке, причем, чем ближе координаты двух векторов

на карте, тем ближе они и в исходном пространстве, но обратное не всегда верно.

Кластеризация событий и сценариев с помощью самоорганизующихся карт Кохонена дает наиболее информативное представление многофакторных данных. В случае линейного отображения многомерных данных обычно берется проекция точек на плоскость (рис.6а), что часто приводит к большим информационным потерям. Карта Кохонена осуществляет нелинейное отображение (рис.6б). Нелинейность позволяет существенно снизить потери информации.



a)



б)

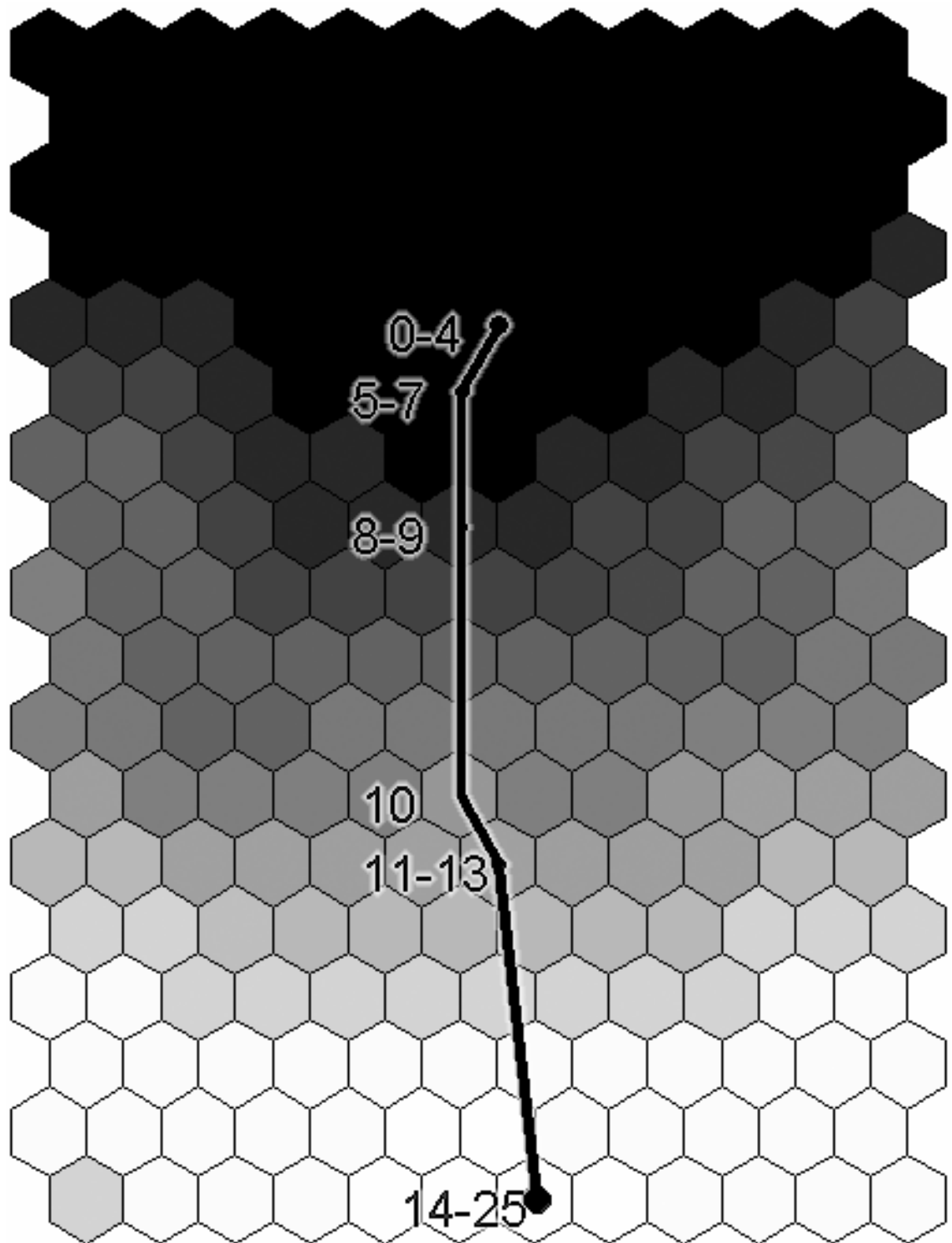
рис.6

а) проектирование трехмерных данных на плоскость б) отображение данных на карту Кохонена.

Состояния процессов обучающей выборки образуют облако точек в K -мерном пространстве линейных комбинаций вейвлет-коэффициентов. Отобразив это облако на карту Кохонена можно увидеть, каким образом сгруппировались состояния, и проследить траектории развития процессов в этом пространстве. Результат отображения представлен на рисунке 7. В данном случае для получения представления использовался вейвлет Даубечи¹, после чего пространство было сжато до 17 компонент. Ломаными линиями показаны траектории двух различных расчетов, цифрами отмечено, какие моменты времени процесса попали в данный кластер. Окраской карты можно отображать распределение в пространстве значений той или иной характеристики данных. Карта на рисунке 7а окрашена в соответствии с распределением первой главной компоненты (об этом более подробно будет сказано ниже), а карта на рис. 7б – в соответствии с шириной зоны перемешивания.

Близость траекторий процессов, вышедших из одного кластера на карте, говорит о близости этих траекторий в исходном пространстве. Этот результат указывает на возможность прогноза развития процесса РТ-перемешивания по его нулевому моменту времени: если мы знаем, в каком кластере (в какой области фазового пространства) находится начальное состояние процесса, то

мы, с некоторой вероятностью, можем указать, в какой области пространства окажется наш процесс на момент времени t . Такой прогноз можно сделать на основании анализа траекторий заранее известных нам процессов.



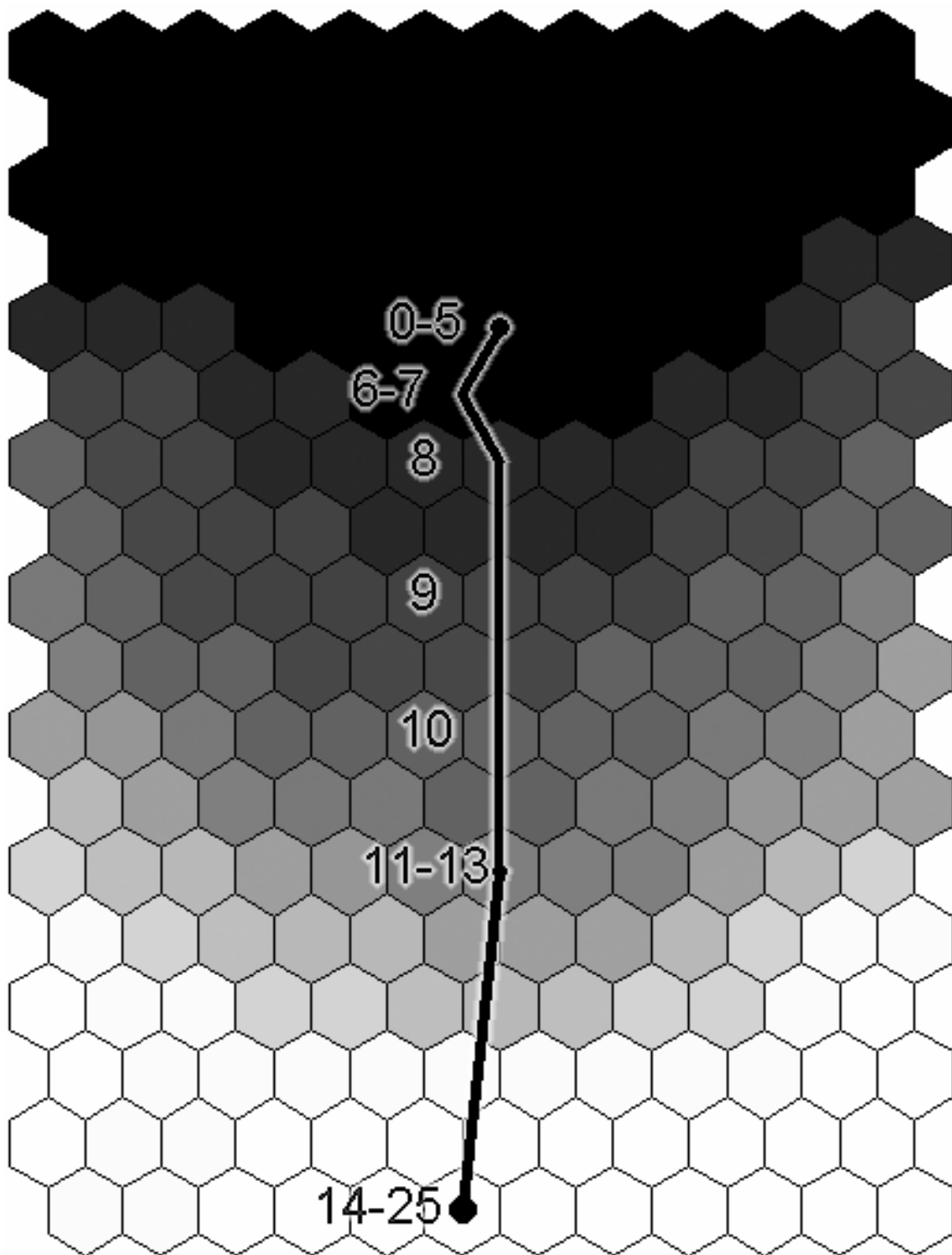


рис.7

Траектории развития процессов Р-Т перемешивания.

Критерий выбора представления

Свойства представления зависят от типа вейвлета, осуществляющего отображение. При выборе представления предпочтение отдается тому, которое дает лучшее предсказание поведения траекторий процессов.

Для оценки предсказательных свойств представления воспользуемся следующей процедурой. Пусть у нас имеется N процессов; проведем кластеризацию начальных состояний (состояний отвечающих нулевым моментам времени), жестко фиксируя число кластеров. При этом процессы распределяются по кластерам в некотором соотношении $N_1, N_2, \dots, N_I = \{N_i\}_{i=1}^I$, где I – число кластеров. Задавшись тем же числом кластеров, проведем кластеризацию состояний на момент времени t . Пусть в начальный момент времени в i -ом кластере находилось N_i процессов, в момент времени t эти процессы некоторым образом распределились по кластерам $N_{i,1}(t), N_{i,2}(t), \dots, N_{i,I}(t) = \{N_{i,j}(t)\}_{j=1}^I$ (при этом $\sum_{j=1}^I N_{i,j}(t) = N_i$). Вероятность попадания процесса, находящегося изначально в i -ом кластере, в кластер j на момент времени t можно оценить следующим образом: $P_{i,j}(t) = \frac{N_{i,j}(t)}{N_i}$. Эта вероятность позволяет ввести энтропию “расхождения” процессов по кластерам со временем:

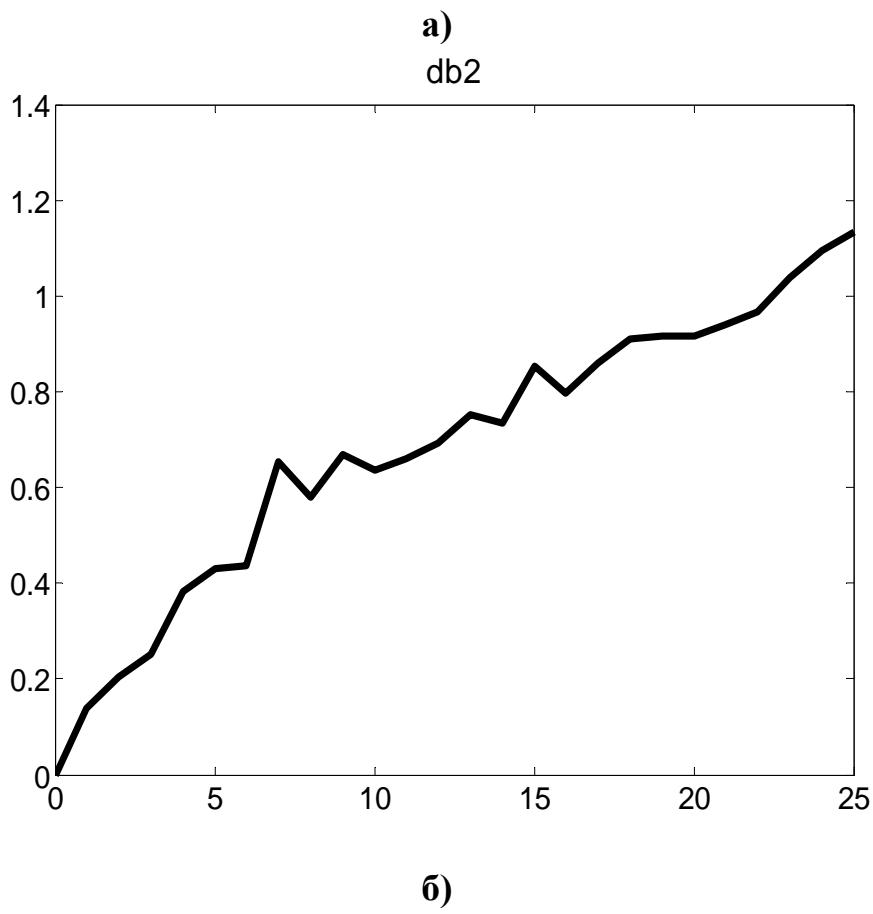
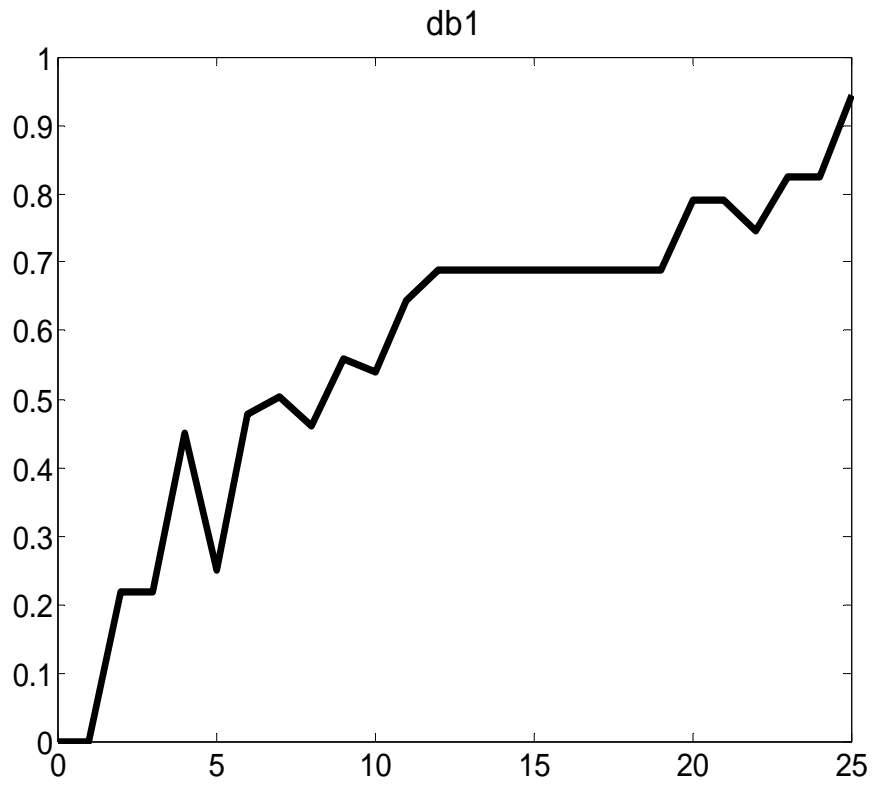
$$S_i(t) = -\sum_{j=1}^I P_{i,j}(t) \ln P_{i,j}(t).$$

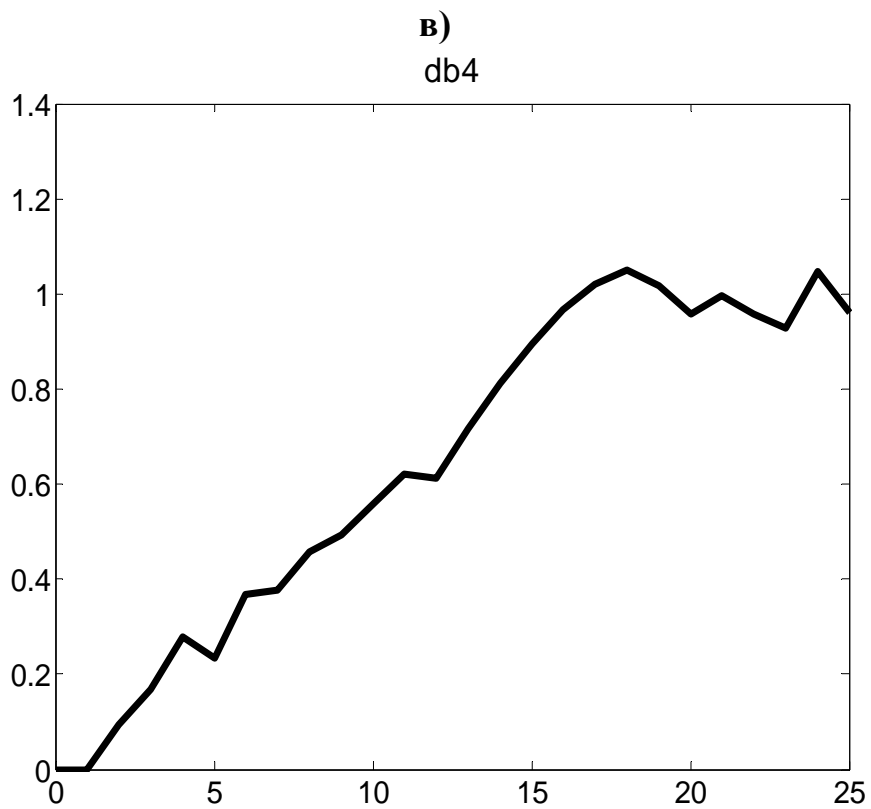
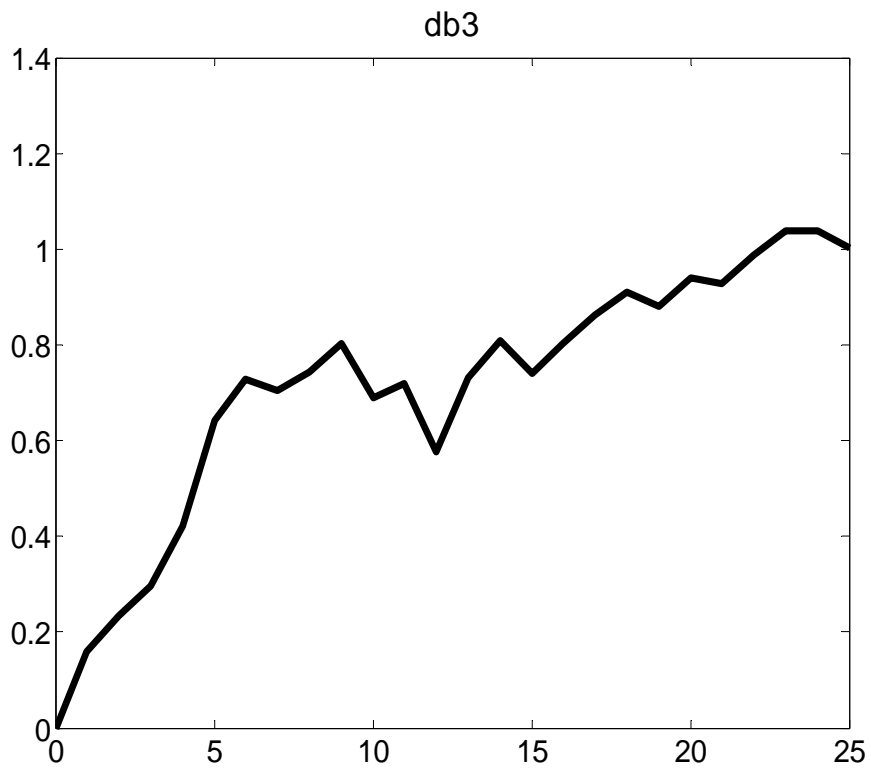
Энтропия характеризует, насколько сильно расходятся процессы, вышедшие из кластера i . Она является мерой беспорядка – таким образом, чем энтропия больше, тем предсказательные свойства данного представления ниже. Для получения усредненной характеристики представления введем доверительный вес кластера – меру его “типичности”: $P_i^0 = \frac{N_i}{N}$. Тогда средняя по кластерам энтропия запишется следующим образом:

$$S(t) = -\sum_{i=1}^I P_i^0 \sum_{j=1}^I P_{i,j}(t) \ln P_{i,j}(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^I N_{i,j}(t) \ln \frac{N_{i,j}(t)}{N_i}$$

На рисунке 8 показаны графики этой величины для представлений Даубечи1, Даубечи2, Даубечи3 и Даубечи4 соответственно. Кластеризация проводилась с помощью карт Кохонена. На нулевых моментах времени карта инициализировалась вдоль главных компонент [7]. Для инициализации карты состояний на момент времени t использовались координаты кластеров карты, построенной для состояний на предыдущий момент времени.

Из графиков можно заключить, что наименьший рост энтропии наблюдается в представлении, построенном с помощью вейвлета Даубечи1. На текущий момент были рассмотрены представления вейвлетов Даубечи1-9, Симлет2-8, Койфлет1 [7]. Наиболее информативное представление из перечисленных выше базисов дает Даубечи1.





г)
рис.8

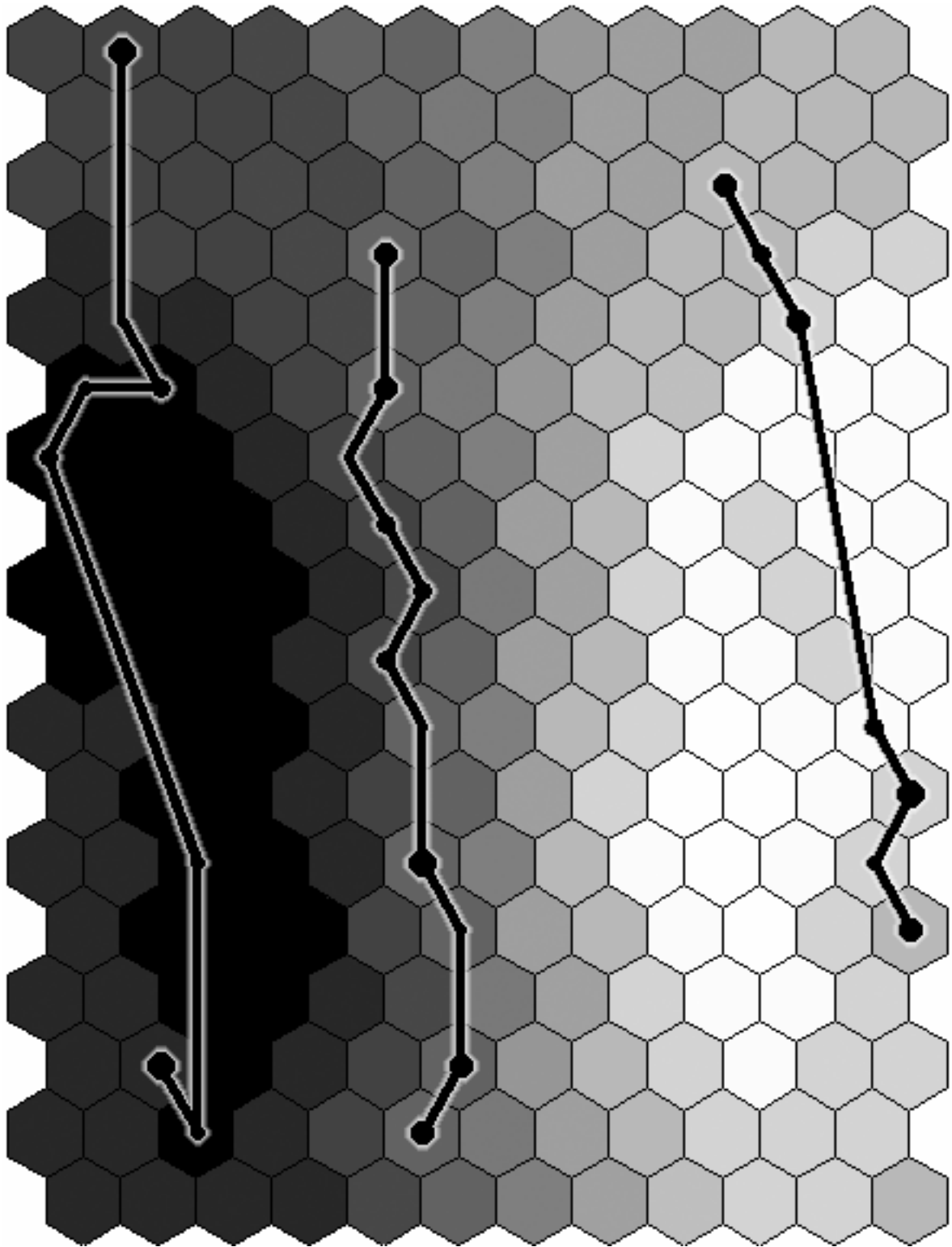
Энтропии расхождения процессов в представлениях db1-db4.

Первая и вторая главные компоненты

На рисунке 9 показана карта представления Даубечи¹, окрашенная соответственно значению первой главной компоненты (ПГК) – рис.9а, и соответственно второй (ВГК) – рис.9б. Относительно ПГК можно сказать, что эта величина подобна ширине зоны перемешивания, внедренной массе, потенциальной энергии, времени и т.д. является характеристикой “возраста” процесса. На рисунке 7 видно сильное сходство окраски карты в ПГК с окраской в ширину зоны перемешивания. На рисунке 10а и 10б приведены кривые, отображающие относительное изменение во времени ПГК (сплошная линия), внедренной массы (прерывистая линия), ширины зоны перемешивания (точка-тире) для двух различных расчетов. На рисунке 10в построены аналогичные графики для тех же величин, усредненных по всем расчетам. Масштабы измерения физических величин подогнаны так, чтобы отклонение кривых от ПГК было минимально в сумме для всех процессов. Следует однако отметить, что такое поведение ПГК наблюдается только в представлении вейвлета Даубечи¹.

Точный смысл ВГК еще предстоит выяснить, но уже сейчас можно сказать, что практически все процессы, за редким исключением, движутся по карте сверху вниз, допуская лишь незначительные блуждания в горизонтальном направлении (см. рис.9). Таким образом, ВГК можно трактовать как некоторую собственную характеристику процесса, относительно слабо изменяющуюся во времени – квазипостоянную величину. Наличие ВГК говорит в пользу возможного существования интегралов движения в задачах турбулентного перемешивания. Возможно, что они не являются простыми комбинациями привычных для нас физических величин и их знание не улучшит качественного понимания физики процесса, однако, оно может значительно облегчить построение моделей количественного описания развития турбулентности.

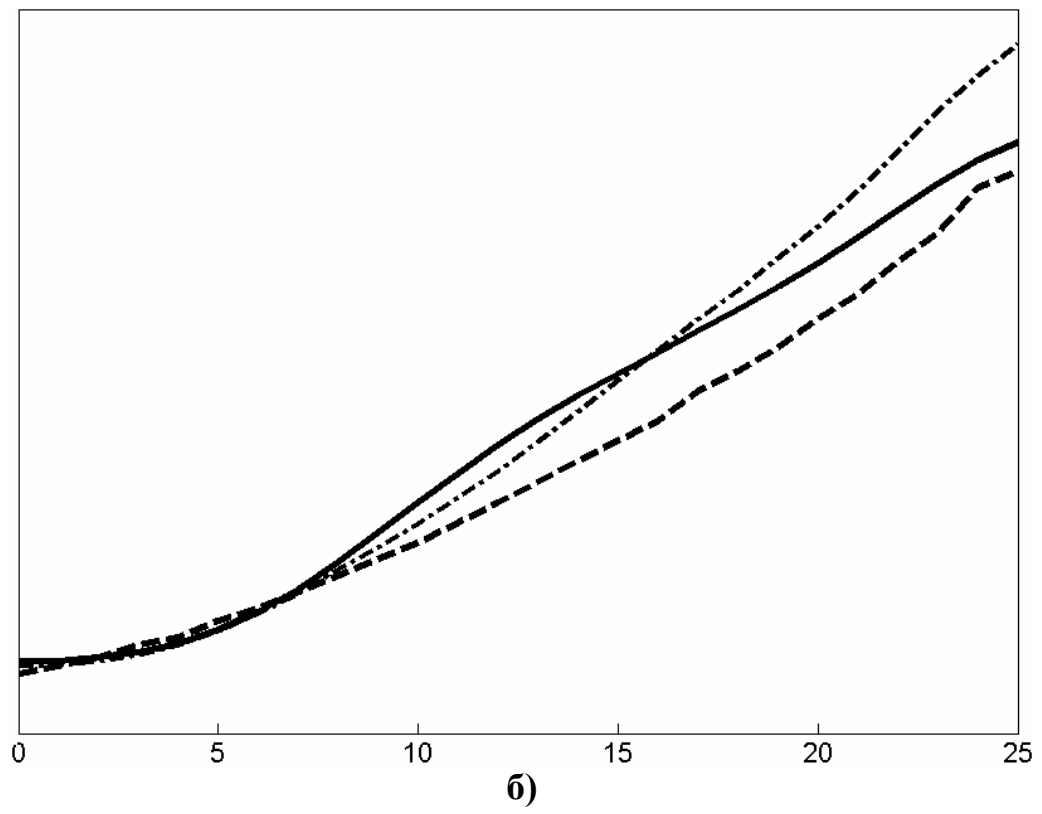
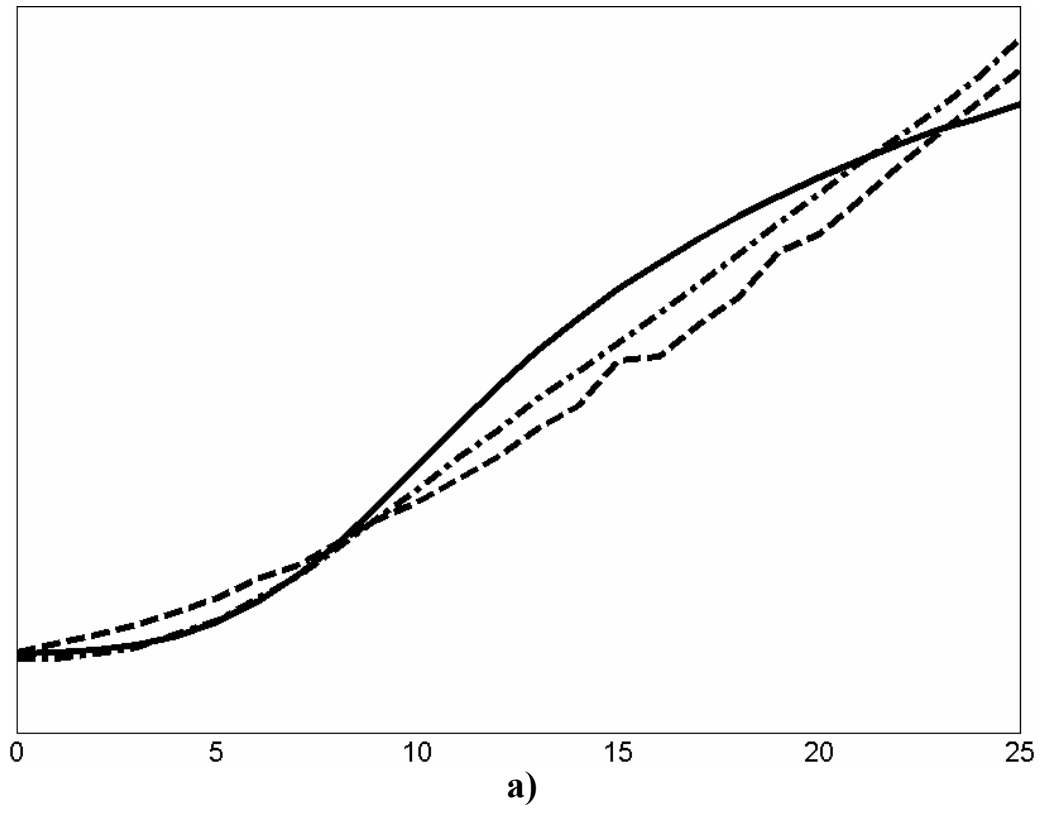
На рисунке 9 показаны шесть процессов. Траектории процессов, выходящих из одного кластера очень близки, таким образом, рассматриваемые процессы можно условно разбить на три группы – левую, правую и центральную. Ниже (рис.11) показаны картины распределения плотности конечных состояний всех трех пар процессов. Видно, что конечные состояния процессов, отнесенных к одной группе визуально похожи.

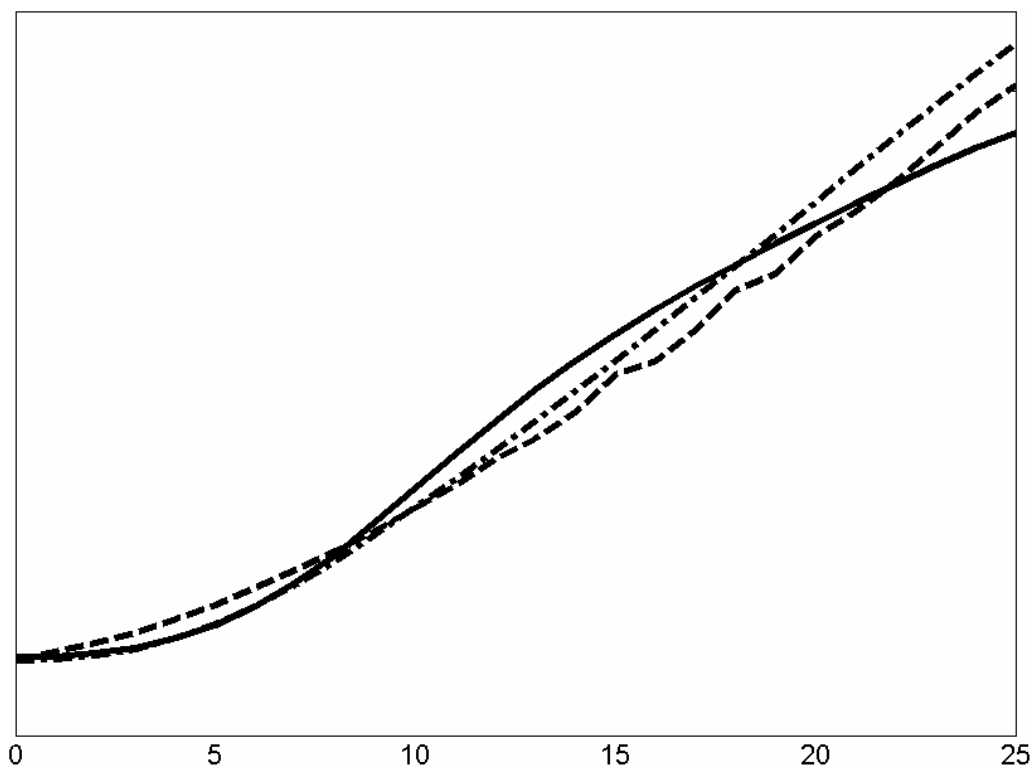


б)

рис.9

Карта Кохонена представления Даубечи1. Окраска карты отображает а) ПГК, б) ВГК. Линиями показаны траектории движения процессов по карте.





в)

рис.10

графики относительного изменения во времени ПГК (сплошная линия),
 внедренной массы (прерывистая линия), ширины зоны перемешивания
 (точка-тире)



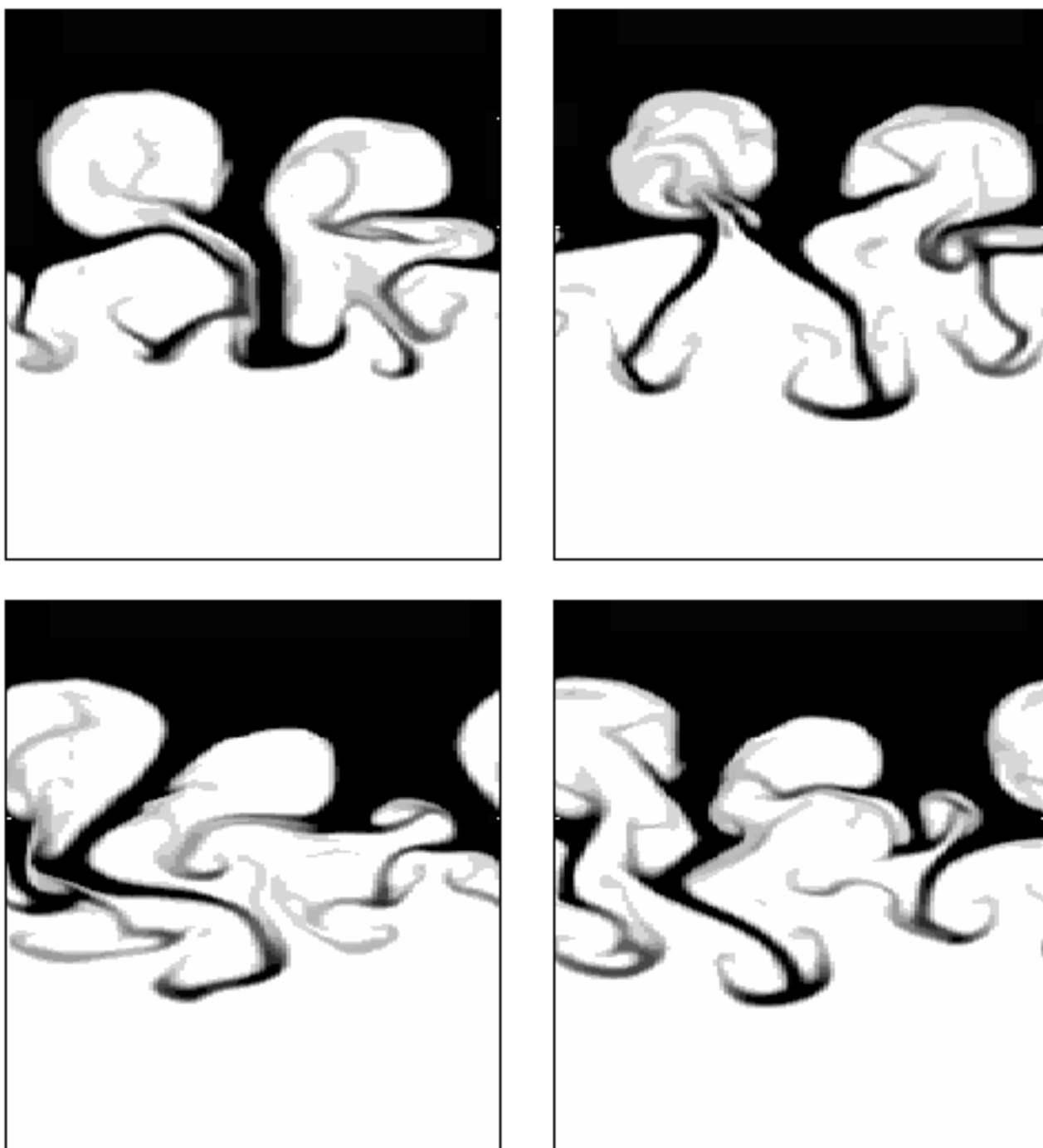


рис.11

Конечные состояния трех пар близких процессов

Расчеты, проведенные по программе MAX

Геометрия расчетов по программе MAX [6] практически совпадает с геометрией расчетов по NUT (рис.1), за тем исключением, что ширина фрейма (длина отрезка OC) $L = 72$ мм. На верхней (AB) и нижней (DE) границах системы задается условие непротекания. На вертикальных границах (AE и BD) также задается условие непротекания (в отличие от расчетов по NUT, где на боковых стенках были заданы периодические граничные условия).

Для описания термодинамических свойств газов в программе МАХ применяется уравнение состояния совершенного газа в виде: $P = \frac{R}{\mu} \rho T$,

$$\varepsilon = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{R}{\mu} T,$$

Начальные распределения давления и плотности:

Область 1.

$$\frac{\rho(z)}{\rho_1} = \frac{p(z)}{p_0} = \exp\left[-\frac{\mu_1 g z}{RT_0}\right] = \exp[-5.1471 \cdot 10^{-3} \cdot z].$$

Здесь ρ_1 – плотность ксенона на контактной границе.

Область 2.

$$\frac{\rho(z)}{\rho_2} = \frac{p(z)}{p_0} = \exp\left[-\frac{\mu_2 g z}{RT_0}\right] = \exp[-1.572 \cdot 10^{-4} \cdot z],$$

ρ_2 – плотность гелия на контактной границе.

$T_0 = 300$ К.

Расчеты проводились до момента $t = 1300$ мкс, через каждые 100 мкс производилась выдача. В результате чего каждый процесс был представлен последовательностью из четырнадцати картин распределения плотности. Всего база данных включает 10 процессов, полученных с помощью численного кода МАХ. Для задания начального возмущения использовалось 6, 8, и 10 гармоник, причем в пяти процессах амплитуды гармоник убывали с ростом волнового вектора по закону $ak = 0,8$, а в пяти других брались постоянными: $a = const$. Соответствующие фазы и амплитуды приведены в таблице приложения 2. Расчетная база была расширена до 20 процессов, включением расчетов, зеркальных к имеющимся. Последующая обработка этих расчетов по выше описанной схеме дала результаты аналогичные полученным ранее:

1. в вейвлет-представлении процессы ведут себя устойчиво,
2. в представлении Даубечи1 система выделила первую главную компоненту, имеющая физический смысл “возраста” процесса, схожую с шириной зоны перемешивания, потенциальной энергией, внедренной массой и т.д.
3. вторая главная компонента слабо меняется на протяжении расчета, является квазисохраняющейся величиной.

Карта Кохонена, построенная по этим данным, представлена на рисунке 12. Слева карта окрашена в первую главную компоненту, справа – во вторую. Также здесь приведены два близких процесса, траектории которых, в данном случае, полностью совпали.

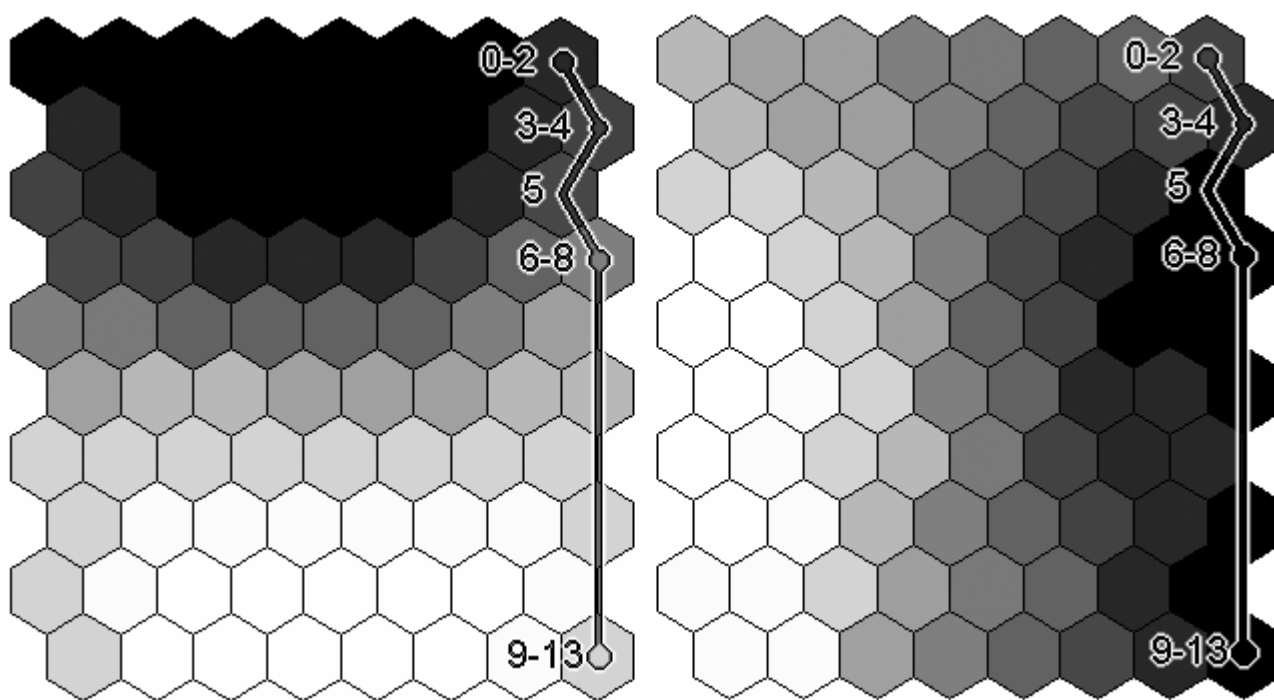
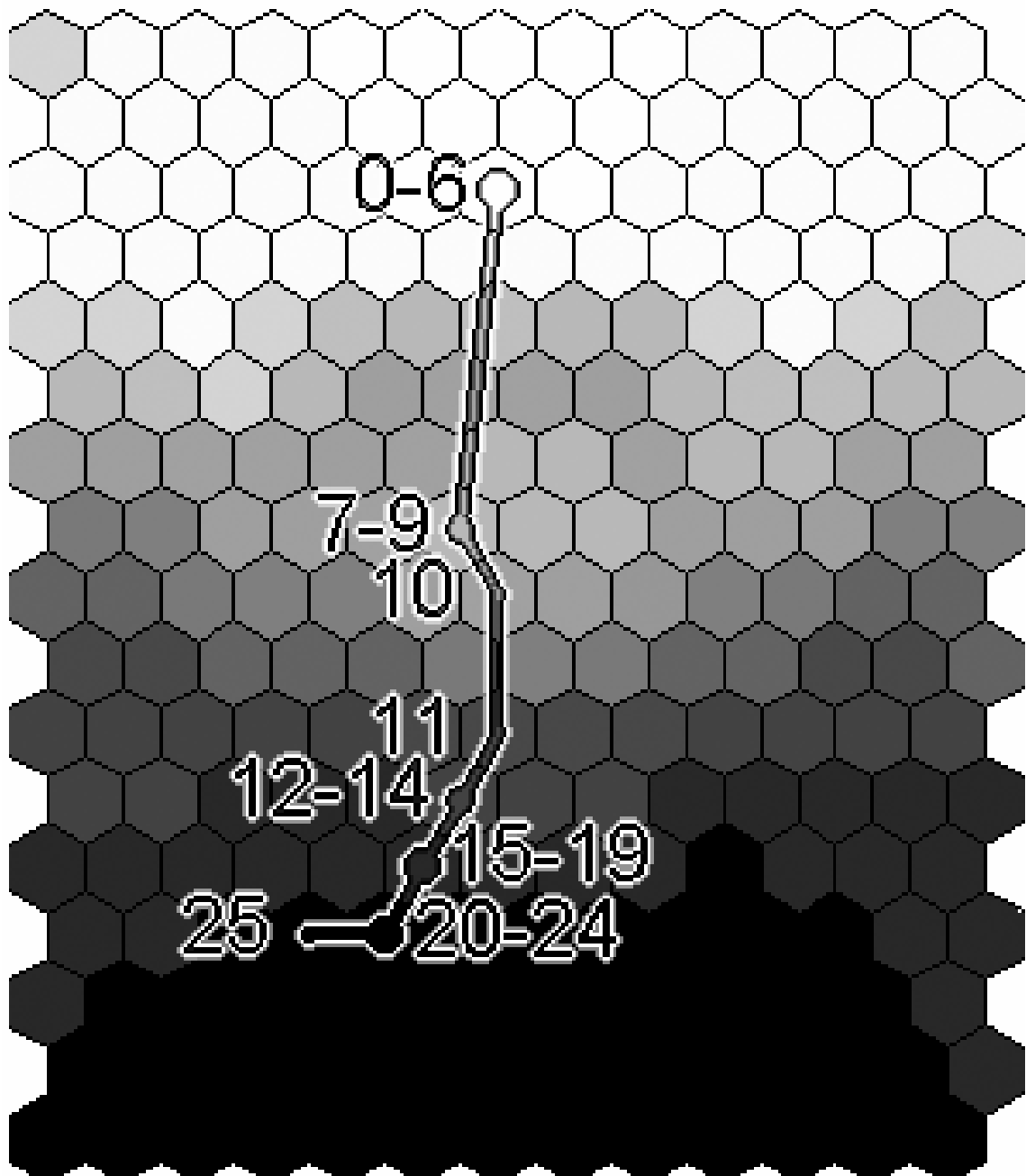


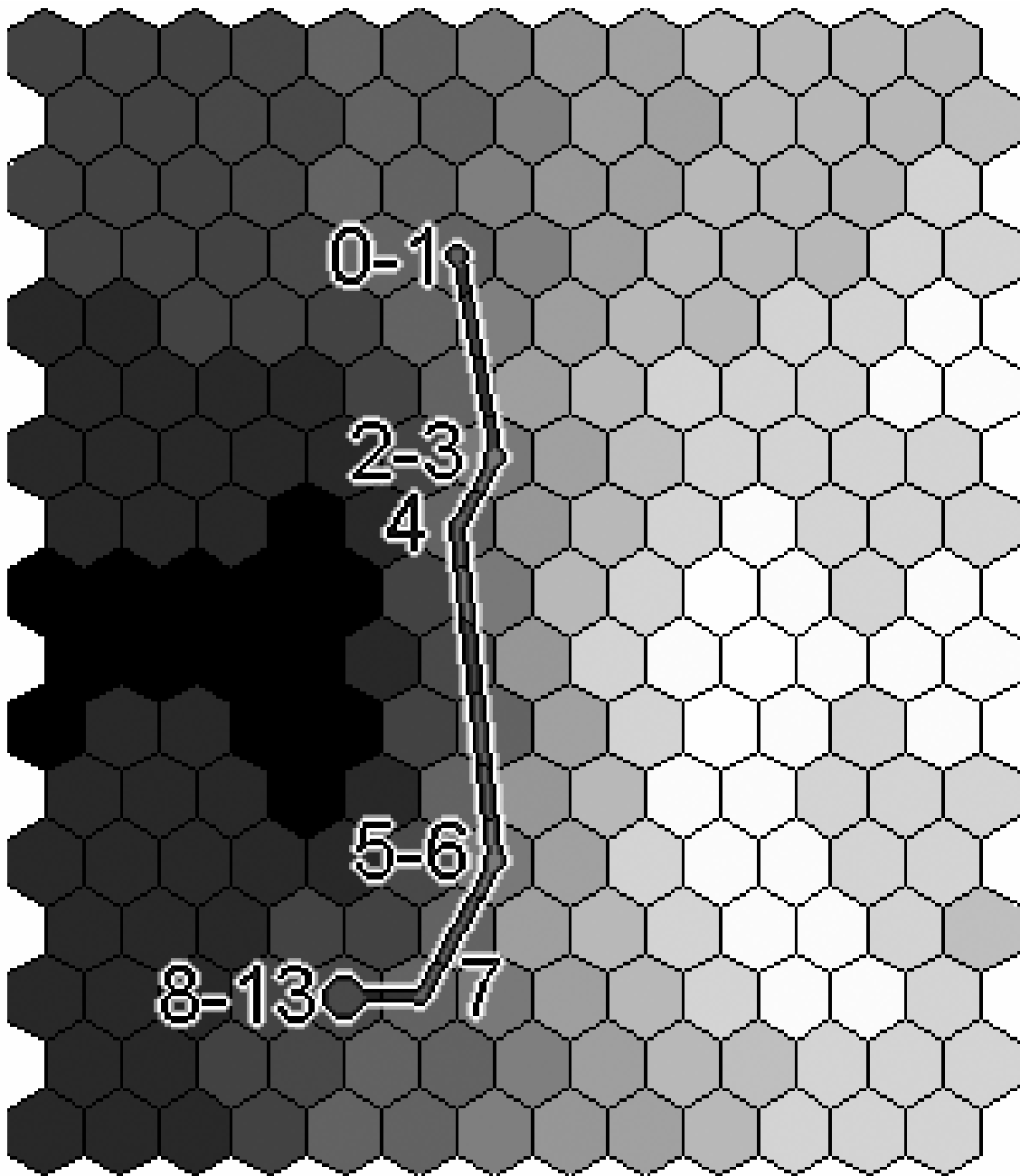
рис.12

Карта Кохонена процессов, полученных по программе МАХ.

Далее сравним две численные схемы МАХ и NUT, совместно обработав все рассмотренные процессы. На рисунке 13 показана карта Кохонена представления Даубечи1 полной базы данных (окраска слева отображает первую главную компоненту, справа – вторую). Было бы интересно сравнить между собой траектории расчетов, полученных по разным программам, выходящие из одного кластера, однако, в данном масштабе карты таких пар процессов не оказалось. На рис.13 представлены траектории двух процессов – 13а, полученного по коду NUT, 13б – по МАХ, выходящие из двух соседних кластеров. Процессы сохраняют ту же “степень близости” какая была в начале. Таким образом, можно заключить, что две используемые в разделе численные схемы дают близкие результаты моделирования расчетов РТ-перемешивания. Близость траекторий также говорит о том, что различие в граничных условиях на боковых стенках в нашем случае не оказывает сильного влияния на эволюцию плотности.



a)



в)

рис.13

Карта Кохонена, построенная по совместной базе процессов NUT и МАХ

Все имеющиеся в нашем распоряжении расчеты можно разбить на три группы по типу задания начального возмущения:

1. полученные по программе NUT, в которых амплитуды гармоник, составляющие начальное возмущение, убывают с ростом волнового вектора по закону $ak = 0,5$;
2. по программе МАХ, в которых амплитуды гармоник убывают по закону $ak = 0,8$;

3. по программе МАХ, амплитуды гармоник не зависят от волнового вектора $a = const$.

На рисунке 14 приведена карта Кохонена, построенная одновременно и по расчетам МАХ и по расчетам NUT, на которой кластеры представлены в виде гистограмм из трех столбцов. Первый столбец отражает относительное число картин распределения плотности (моментов времени), находящихся в данном кластере, принадлежащих к процессам первой группы, второй – к процессам второй группы, третий – к третьей. На этом рисунке видно, что процессы первой и второй группы часто оказываются в одной области фазового пространства. Процессы третьей группы держатся обособленно на карте. Т.е. расчеты, имеющие в начальном возмущении границы раздела сред большую по амплитуде высокочастотную составляющую в пространстве вейвлет-представления начинаются и протекают изолированно от остальных. Эта область обведена на карте. Такое свойство вейвлет-представления можно использовать для распознавания таких процессов.

На рисунке 15 приведена карта Кохонена, построенная по базе процессов, включающей расчеты с другим числом Атвуда. К ранее описанным были добавлены расчеты развития неустойчивости Релея-Тейлора для пары газов Ar-Хе. Для задания начального возмущения в этих расчетах использовались 6, 8, и 10 гармоник. Таким образом, к уже имеющимся типам процессов добавляются еще два:

4 полученные по программе МАХ для Ar-Хе, амплитуды гармоник задающих начальное возмущение убывают по закону $ak = 0,8$

5 полученные по МАХ для Ar-Хе, амплитуды гармоник постоянны.

Амплитуды и фазы гармоник, задающих начальное возмущение, приведены в таблице приложения 3.

Кластеры на карте изображены в виде гистограмм из пяти столбцов, каждый из которых показывает относительное число кадров, принадлежащих процессам соответствующей группы, находящихся в данном кластере. Расчеты четвертого и пятого типов (для пары газов Ar-Хе) находятся в области карты, удаленной от той ее части, где расположились расчеты для He-Хе. Более того, эти области разделены барьером мертвых кластеров (кластеров, не содержащих ни каких процессов), что говорит о том, что в исходном пространстве вейвлет-представления процессы перемешивания газов с разным числом Атвуда находятся на существенном удалении. В свою очередь процессы четвертой и пятой группы также разделены между собой, а процессы третьей группы, протекают отдельно от процессов первой и второй группы. Таким образом, можно заключить, что вейвлет-представление разделяет физически разные процессы РТ-перемешивания.

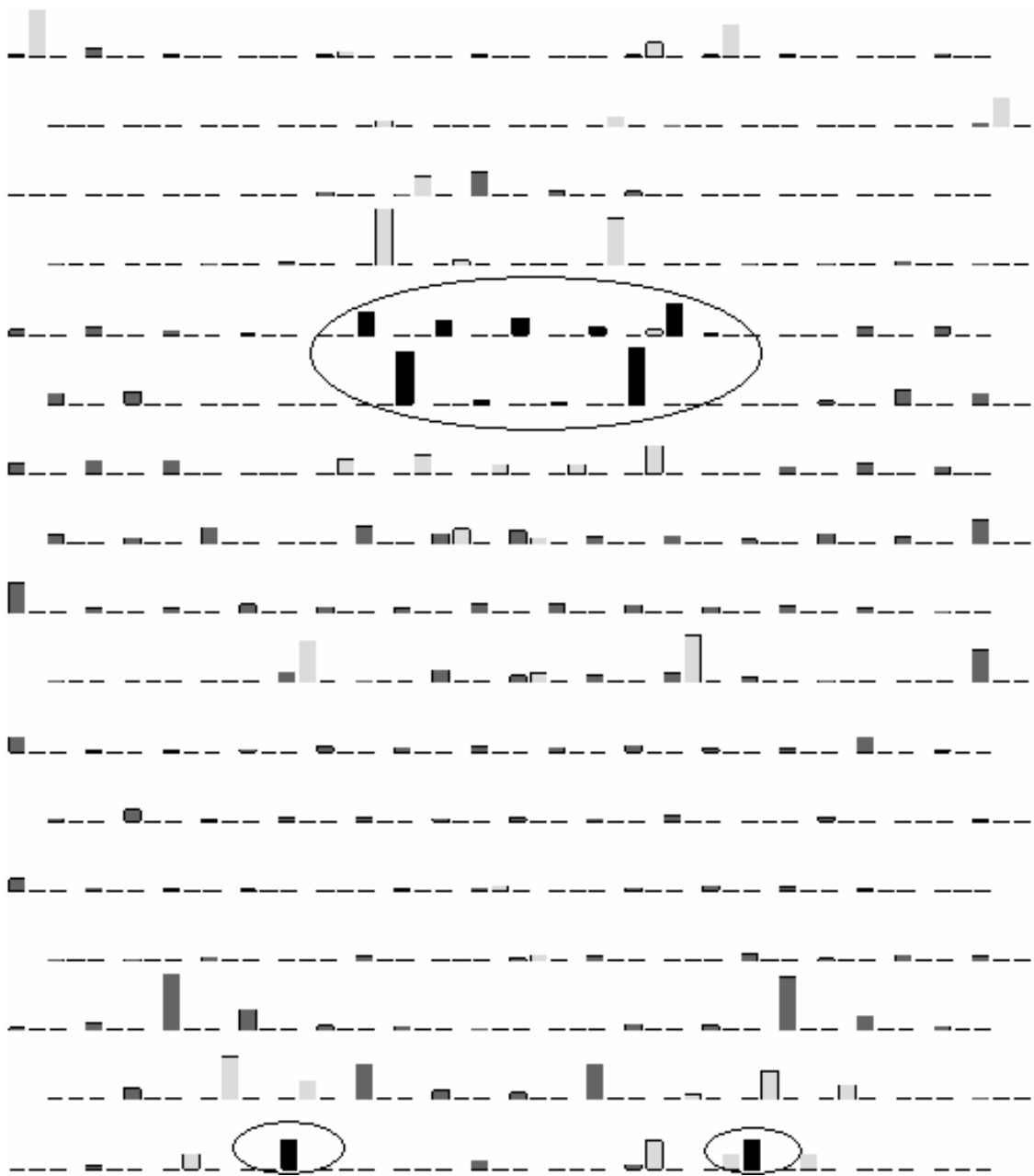


рис.14

Карта гистограмм распределения процессов в пространстве вейвлет-коэффициентов

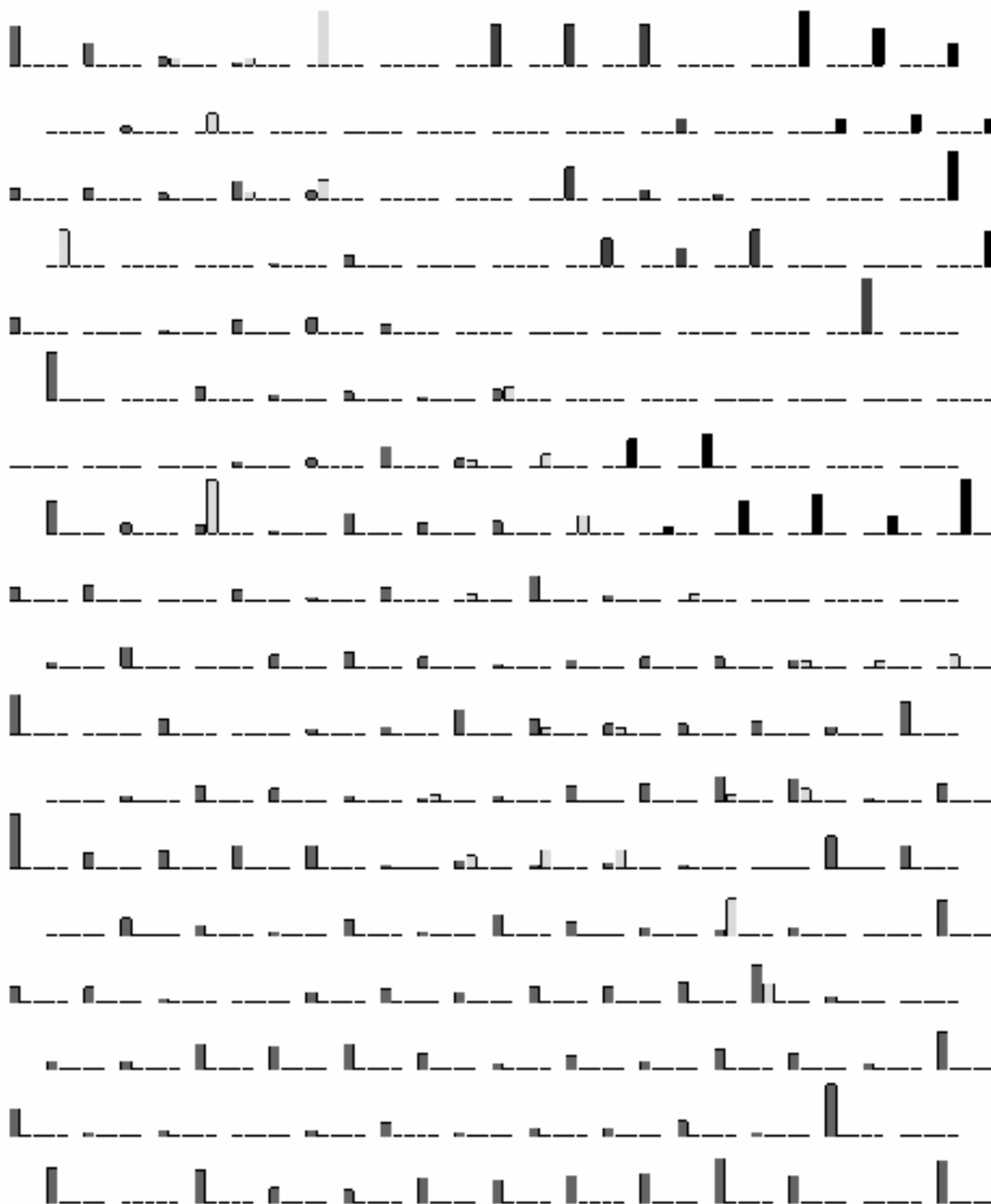


рис.15

Карта гистограмм распределения процессов в вейвлет-представлении, построенная для процессов с разным числом Атвуда.

Заключение

В результате проделанной работы:

- Найдено устойчивое представление процессов РТ-перемешивания: получено преобразование исходных полей распределения плотности в такое пространство признаков, в котором из близости по евклидову расстоянию нулевых моментов времени двух расчетов следует близость поздних моментов времени этих расчетов. В таком пространстве небольшие неточности при задании начального возмущения не приводят к значительным отклонениям на поздних стадиях.
- Предложен критерий выбора представления данных, основанный на “энтропийном” анализе обучающей выборки. Предпочтение отдается способу кодирования полей, отображающего процессы в пространство, в котором те ведут себя наиболее устойчивым образом.
- Метод главных компонент выделил величину (ПГК), имеющую физический смысл “возраста” процесса. Ее распределение в пространстве вейвлет-компонент сильно коррелировано с распределениями таких физических величин, как время, ширина зоны перемешивания, потенциальная энергия, внедренная масса и т.д.
- Была получена характеристика процесса (ВГК), не сильно меняющаяся со временем, что говорит в пользу существования интегралов движения в задаче Релея-Тейлора или близких к ним величин.
- Построен программный блок, позволяющий предсказывать сходство поздних состояний процессов по их начальным возмущениям.
- Было показано, что вейвлет-представление процессов перемешивания Релея-Тейлора разделяет физически различные расчеты – расчеты с разным числом Атвуда, с различными спектральными характеристиками начального возмущения.

Полученные результаты указывают на принципиальную возможность построения полупараметрических моделей прогнозирования турбулентного перемешивания с помощью нейронных сетей. Также одним из практических применений полученного представления процессов РТ-перемешивания может быть сравнение различных численных методик между собой и с экспериментом.

Приложение 1

№	1	2	3	4	5	6	L_0	L_{fin}
RT-HX1a	0	4	1	2	2	1	11.699	88.140
RT-HX1b	0	4	7	6	6	7		
RT-HX2a	0	5	7	7	0	3	11.586	87.415
RT-HX2b	0	3	1	1	0	5		
RT-HX3a	7	3	0	4	2	3	10.803	78.401
RT-HX3b	1	5	0	4	6	5		
RT-HX4a	4	7	0	3	4	3	10.079	76.742
RT-HX4b	4	1	0	5	4	5		
RT-HX5a	3	2	5	0	6	4	12.099	95.933
RT-HX5b	5	6	3	0	2	4		
RT-HX6a	6	4	7	4	1	0	10.386	81.549
RT-HX6b	2	4	1	4	7	0		
RT-HX7a	1	6	2	0	2	4	11.999	92.984
RT-HX7b	7	2	6	0	6	4		
RT-HX8a	6	4	4	6	6	3	11.041	86.682
RT-HX8b	2	4	4	2	2	5		
RT-HX9a	5	7	3	6	6	6	10.367	82.946
RT-HX9b	3	1	5	2	2	2		
RT-HX10a	5	4	6	1	2	4	10.094	82.633
RT-HX10b	3	4	2	7	6	4		
RT-HX11a	7	1	7	1	3	6	10.859	88.930
RT-HX11b	1	7	1	7	5	2		
RT-HX12a	3	2	2	6	5	5	11.907	89.161
RT-HX12b	5	6	6	2	3	3		
RT-HX13a	6	0	1	1	7	3	10.599	85.653
RT-HX13b	2	0	7	7	1	5		
RT-HX14a	6	4	4	6	5	0	11.086	88.130
RT-HX14b	2	4	4	2	3	0		
RT-HX15a	2	6	5	6	5	1	10.344	78.486
RT-HX15b	6	2	3	2	3	7		
RT-HX16a	1	5	0	7	6	3	11.485	90.314
RT-HX16b	7	3	0	1	2	5		
RT-HX17a	4	0	5	6	6	5	11.593	89.958
RT-HX17b	4	0	3	2	2	3		
RT-HX18a	4	1	3	3	4	7	11.653	88.386
RT-HX18b	4	7	5	5	4	1		
RT-HX19a	3	7	4	0	6	7	10.813	80.051

RT-HX19b	5	1	4	0	2	1		
RT-HX20a	0	3	4	7	0	7	10.083	74.761
RT-HX20b	0	5	4	1	0	1		
RT-HX21a	7	6	1	4	2	0	12.065	92.362
RT-HX21b	1	2	7	4	6	0		
RT-HX22a	2	0	3	0	5	4	10.350	82.524
RT-HX22b	6	0	5	0	3	4		
RT-HX23a	5	2	6	4	6	0	11.947	93.778
RT-HX23b	3	6	2	4	2	0		
RT-HX24a	2	0	0	2	2	7	11.128	89.931
RT-HX24b	6	0	0	6	6	1		
RT-HX25a	1	3	7	2	2	2	10.420	84.578
RT-HX25b	7	5	1	6	6	6		
RT-HX26a	1	0	2	5	6	0	10.157	77.841
RT-HX26b	7	0	6	3	2	0		
RT-HX27a	3	5	3	5	7	2	10.842	74.223
RT-HX27b	5	3	5	3	1	6		
RT-HX28a	7	6	6	2	1	1	11.912	91.806
RT-HX28b	1	2	2	6	7	7		
RT-HX29a	2	4	5	5	3	7	10.604	84.745
RT-HX29b	6	4	3	3	5	1		
RT-HX30a	2	0	0	2	1	4	11.188	88.139
RT-HX30b	6	0	0	6	7	4		
RT-HX31a	6	2	1	2	1	5	10.382	84.831
RT-HX31b	2	6	7	6	7	3		
RT-HX32a	5	1	4	3	2	7	11.510	90.130
RT-HX32b	3	7	4	5	6	1		

Приложение 2

№	N	a_i	m_1	m_2	m_3	m_4	m_5	m_6	m_7	m_8	m_9	m_{10}
RT-1HX	6	$0.8/k_i$	6	3	6	0	3	0	-	-	-	-
RT-2HX	8	$0.8/k_i$	6	3	6	0	3	0	5	0	-	-
RT-3HX	10	$0.8/k_i$	6	3	6	0	3	0	5	0	7	6
RT-4HX	6	$0.8/k_i$	0	3	6	3	1	3	-	-	-	-
RT-5HX	10	$0.8/k_i$	7	0	6	5	7	3	4	7	5	1
RT-6HX	6	$9/\pi$	1	7	4	1	0	6	-	-	-	-
RT-7HX	8	$9/\pi$	1	7	4	1	0	6	6	3	-	-
RT-8HX	10	$9/\pi$	1	7	4	1	0	6	6	3	5	7
RT-9HX	6	$9/\pi$	7	1	0	2	7	3	-	-	-	-

RT-10HX	10	$9/\pi$	7	7	6	3	4	3	2	1	2	0
---------	----	---------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Приложение 3

RT-1AX	6	$0.8/k_i$	6	3	6	0	3	0	-	-	-	-
RT-2AX	8	$0.8/k_i$	6	3	6	0	3	0	5	0	-	-
RT-3AX	10	$0.8/k_i$	6	3	6	0	3	0	5	0	7	6
RT-4AX	6	$0.8/k_i$	0	3	6	3	1	3	-	-	-	-
RT-5AX	10	$0.8/k_i$	7	0	6	5	7	3	4	7	5	1
RT-6AX	6	$9/\pi$	1	7	4	1	0	6	-	-	-	-
RT-7AX	8	$9/\pi$	1	7	4	1	0	6	6	3	-	-
RT-8AX	10	$9/\pi$	1	7	4	1	0	6	6	3	5	7
RT-9AX	6	$9/\pi$	7	1	0	2	7	3	-	-	-	-
RT-10AX	10	$9/\pi$	7	7	6	3	4	3	2	1	2	0

Литература

1. N.J. Zabusky, S. Zeng, J. Ray, R. Samtaney, "Vortical Projectiles from Shock-Bubble Interactions", Proc. of 6th International Workshop on The Physics of Compressible Turbulent Mixing (Marseille, 18-21 June, 1997, France) p. 539.
2. R.L. Holmes et al., J.W. Grove et al., "Single mode Richtmyer-Meshkov Instability: Experiment, Simulation and Theory". Proc. of 6th Workshop on the Physics of Compressible Turbulent Mixing (Marseille, 18-21 June, 1997, France), p. 197.
3. G. Taylor, Proc. Roy. Soc. London A201, 192,1950.
4. А. А. Ежов, С.А. Шумский "Нейрокомпьютинг и его приложение в экономике и бизнесе" Москва, МИФИ 1998.
5. В.Ф. Тишкин, В.В. Никишин, И.В. Попов, А.П. Фаворский. "Разностные схемы трехмерной газовой динамики для решения задачи о неустойчивости Рихтмайера-Мешкова", Математическое Моделирование, 7(5), 15, 1995
6. Н.Н. Анучина, В.И. Волков, Н.С. Еськов. "Численный метод расчета контактных границ с большими деформациями". Международная конференция "V Забабахинские научные чтения", Снежинск, 1998.
7. I. Daubechies. "Ten lecture on Wavelets." CBMS-NSF Regional Conf. Series in Appl. Math., Vol. 61. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, 1992.
8. T. Kohonen. (1982) "Self-Organized formation of topologically correct feature maps". Biol. Cybernetics 43, 56-69.