

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

**ФИЗИЧЕСКИЙ**  
**ИНСТИТУТ**  
*имени*  
*П.Н.Лебедева*



**Ф И А Н**

ПРЕПРИНТ А.В.АЗАРОВ, В.Н.ОЧКИН

**36**

**О РОЛИ КОЭФФИЦИЕНТА ЭМИССИИ В  
НОРМАЛЬНОМ ТЛЕЮЩЕМ РАЗРЯДЕ**

МОСКВА 2003

## АННОТАЦИЯ:

Обсуждаются электрические характеристики катодного слоя тлеющего разряда. Экспериментальные данные о величинах нормальной плотности тока и их зависимости от параметров разряда моделируются в классическом одномерном дрейфовом приближении с локальной ионизацией. Акцентируется внимание на зависимости коэффициента ион-электронной эмиссии от поля. Она приводит к появлению минимума на характеристике напряжение – плотность тока катодного слоя в области комбинаций давлений и длин разрядного промежутка, для которой, согласно классическим представлениям, существование такого минимума и, как следствие, эффекта нормальной плотности тока, невозможно. Установление режима нормального разряда интерпретируется как результат увеличения эмиссии катода при сформированном катодном падении по сравнению с эмиссией в условиях однородного поля темного разряда. Используемая модификация модели позволяет качественно описать недавно обнаруженную экспериментальную зависимость величины нормальной плотности тока от длины разрядного промежутка.

## 1. ВВЕДЕНИЕ.

Многочисленные исследования тлеющего разряда связаны с его широкими технологическими применениями. Однако, некоторые вопросы физики газоразрядных явлений остаются не вполне ясными.

К ним относится такой эффект, когда в некотором диапазоне значений полного тока разряда токовое пятно (или группа пятен) на катоде и соответствующее ему катодное свечение занимают лишь часть катода. При увеличении тока площадь пятна изменяется так, что плотность тока остается постоянной, пока не заполнится весь катод. Напряжение разряда при этом остается постоянным. Этот режим называется нормальным или режимом нормальной плотности тока. После заполнения всей поверхности катода дальнейшее увеличение тока ведет к увеличению плотности тока и напряжения разряда, который становится аномальным [1]. Установление нормального режима сопровождается формированием катодного слоя, поэтому интерпретация эффекта естественным образом строится исходя из свойств этого слоя.

В последнее время практический интерес к свойствам катодного слоя в нормальном режиме связан с развитием газоразрядных устройств с большой поверхностью электродов, например, мощных планарных и коаксиальных лазеров, элементов плазменных дисплеев [2-4]. Для такого рода устройств характерны повышенные давления (единицы – сотни Торр), при которых область нормальных условий гораздо шире, чем при низких давлениях, и рациональный выбор геометрии разряда имеет важное значение.

Классическая модель катодного слоя была построена еще 70 лет назад Энгелем и Штеенбеком [5]. Она и до настоящего времени является основой для развития новых версий моделей, критерием сопоставления и излагается практически во всех монографиях и учебниках по физике газового разряда (см., напр., [1,5-7]). Теория основывается на приближениях одномерности, локальной зависимости коэффициента ударной ионизации от величины электрического поля и дрейфовом приближении, когда средние скорости движения заряженных частиц  $v_d = \mu E$  выражаются через их подвижности  $\mu$  и электрическое поле  $E$  в данной точке пространства. В этой модели нормальной фазе разряда соответствует точка минимума на характеристике «напряжение – плотность тока» катодного слоя. Далее, как и в [1], в тексте эта характеристика обозначается как «ВАХ», в кавычках,

чтобы подчеркнуть, что речь идет о характеристике «напряжение – плотность тока», тогда как традиционная характеристика «напряжение – ток» будет называться ВАХ - без кавычек.

На рис.1 схематически показаны обе эти характеристики. Здесь широкому диапазону CD токов  $i$  разряда на ВАХ, который может составлять несколько порядков величины соответствует единственная точка (“С”, “D”) на «ВАХ». Участки АВ (“А” “В”) соответствуют темному разряду, участки CD (“С” “D”) – нормальному. Участок в области больших токов после точки D (“D”) – аномальный разряд. Область вблизи точки С (“С”) между темным и нормальным разрядами – т.н. поднормальный разряд.

Теория [5] дает, в целом, правильное описание тенденций поведения электрических характеристик катодного слоя, хотя количественные оценки нормальных плотности тока  $j_n$  и падения напряжения  $V_n$  согласуются с экспериментальными данными, как правило, лишь по порядку величины. Последнее, однако, не следует чрезмерно драматизировать, поскольку и экспериментальные данные различных авторов также имеют разброс в абсолютных величинах из-за невысокой воспроизводимости условий по чистоте и составу газов, технологии приготовления и тренировки катодов. Важнее, по-видимому, обратить внимание на проблемы внутренней согласованности теории и качественное соответствие измерениям.

Теория [5] дает, что минимум «ВАХ» и, соответственно, нормальный режим существует лишь при определенных условиях, именно

$$pd > (pd)_c = e(pd)_{min}, \quad (1)$$

где  $p$  – давление газа,  $d$  - длина разрядного промежутка, значение  $(pd)_{min}$  соответствует минимуму на кривой зависимости напряжения пробоя газового промежутка от  $pd$  (кривая Пашена),  $e = 2.72$ ,  $(pd)_c$  – критический параметр. При этом величина  $j_n/p^2$  должна оставаться постоянной и не зависеть ни от давления, ни от длины разрядного промежутка. Правильнее говорить об инварианте  $j_n/n^2$ , где  $n$  – концентрация частиц газа, но если нагрев газа несущественен, то можно говорить об инварианте  $j_n/p^2$ .

Выводы теории [5] могут быть записаны аналитическими выражениями, если принять определенные допущения о виде распределения поля в катодном слое. Позднее, с развитием вычислительной техники необходимость в этом отпала и была построена численная схема, в которой распределение поля находится самосогласованно [8]. Расчеты [8] дали результаты полностью согласующиеся с аналитически полученным критерием (1).

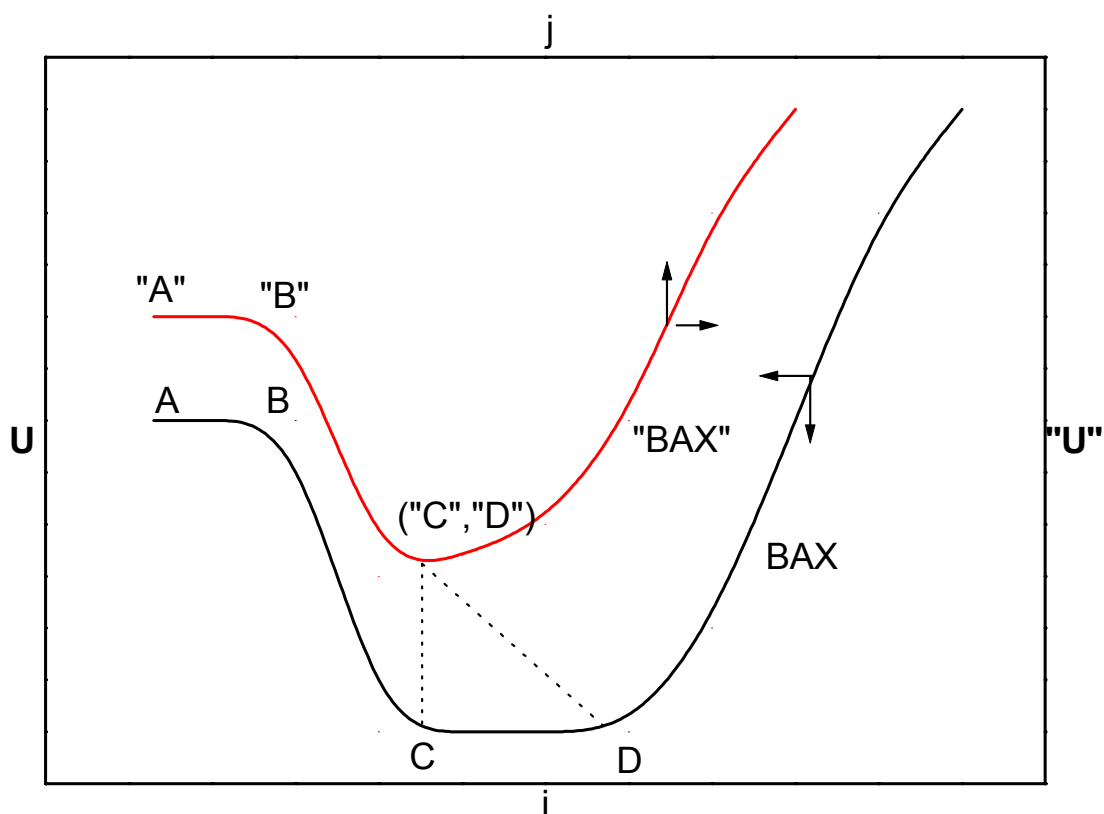


Рис. 1

Схематические  $VAX$  (характеристика напряжение-ток) и  $\langle VAX \rangle$  (напряжение-плотность тока) тлеющего разряда.

Выбор точки минимума  $\langle VAX \rangle$  как условия нормального режима связывался вначале с устойчивостью разряда, позднее с принципом минимума мощности (см.[1]). И то и другое, вообще говоря, строгого обоснования не имеет и, фактически, постулируется. Это вызвало широкие дискуссии во весь последующий за [5] период. В качестве примера можно привести серию работ, вслед за [9] (см.[1]), в которых предпринимались попытки связать явление нормальной плотности с механизмом, аналогичным явлению контракции. Упомянем недавнюю работу [10], где для описания параметров нормального режима вместо минимума  $\langle VAX \rangle$  вводится условие равенства скоростей эмитированных катодом электронов их дрейфовым скоростям в прикатодном поле. Однако, что такое условие также не исходит из

базовых принципов. Ниже целесообразность этого будет обсуждена подробнее.

Многочисленные попытки прояснить механизм установления режима нормальной плотности предпринимались и на пути развития классической модели. Так, понятно, что локальность процессов ионизации является нетривиальным приближением теории [5]. Оно заведомо не применимо к катодному слою аномального разряда, где начинают проявляться эффекты «убегания» электронов, обнаруживаемые экспериментально [11-13]. В этих условиях более разумно применять модели, основанные на методе Монте-Карло или приближенных решениях кинетического уравнения [14-20]. Вместе с тем, в режимах близких к нормальным, когда поле у поверхности катода еще не слишком велико, электроны при движении в катодном слое успевают совершить от единиц до десятков столкновений (см., напр., [1,9]) и учет нелокальных эффектов скорее должен носить характер поправок к классической гидродинамической теории.

В ряде работ выполнено двумерное численное моделирование катодного слоя и существование эффекта нормальной плотности объяснено исходя из условия распределения потенциала, наиболее благоприятного для ионизации и устойчивости границы токового пятна и окружающего газа за счет диффузии и радиального дрейфа заряженных частиц [14,17], что по идеологии близко к [9]. В весьма подробной работе [14] численное моделирование сопровождается аналитической моделью с учетом амбиполярной диффузии и радиального дрейфа ионов. Там же делается вывод, что при выполнении условия (1) устойчивость пятна определяется радиальным дрейфом ионов, однако и в диапазоне  $(pd)_{min} < pd < (pd)_c$  (поднормальный режим) может существовать эффект похожий на нормальную плотность тока, т.е. рост токового пятна с ростом тока и сохранением величины плотности тока. Последнее обеспечивается диффузией электронов, и сам эффект может существовать только если коэффициент эмиссии электронов с катода растет с увеличением поля. Ряд других, в т.ч. совсем недавних теоретических работ на эту тему будут упоминаться ниже. Здесь же укажем на работы [21, 22], в которых было экспериментально установлено, что, во-первых, величина нормальной плотности тока зависит от длины разрядного промежутка, причем в области длин существенно превышающих классическую длину катодного слоя и, во-вторых, это происходит с нарушением (1).

Т.о. накопление фактов в очередной раз побуждает вернуться к критерию (1), имеющему, как ясно из изложенного,

принципиальное значение для физики газового разряда. Этому посвящена данная работа, в которой внимание акцентируется на роли эмиссионных процессов при сохранении основных черт классической модели [5]. Такому подходу способствовали также соображения о том, что одномерное локальное дрейфовое приближение, в силу своей простоты, сохраняет ценность в качестве «нулевого» приближения при оценке роли того или иного механизма перед построением более сложных моделей.

## 2. МОДЕЛЬ И ЕЕ ПАРАМЕТРЫ.

Адекватная модель катодного слоя должна, в первую очередь, описывать движение заряженных частиц в электрическом поле, определяемым приложенной к разряду разности потенциалов и распределением объемного заряда самих частиц [1,5-7]. Распределение электрического поля описывается в одномерном случае

$$\frac{dE}{dx} = 4\pi q(n_+ - n_-), \quad (2)$$

где  $q$  – заряд электрона, а  $n_-$  и  $n_+$  – концентрации электронов и положительных однозарядных ионов (отрицательными и многозарядными ионами пренебрегаем). Средняя (упорядоченная, дрейфовая) скорость движения электронов и ионов ( $v_-$ ,  $v_+$ ) определяется их подвижностями ( $\mu_-$ ,  $\mu_+$ ) и величиной электрического поля

$$v_+ = \mu_+ E, \quad (3)$$

$$v_- = -\mu_- E. \quad (4)$$

для электронной и ионной частей плотности тока в пренебрежении диффузией зарядов

$$j_+ = -qn_+v_+ = -qn_+\mu_+E, \quad (5)$$

$$j_- = qn_-v_- = -qn_-\mu_-E. \quad (6)$$

величина плотности тока вдоль всего разрядного промежутка остается постоянной

$$j(x) = j_+(x) + j_-(x) = j = const. \quad (7)$$

Изменение электронного тока (электронная лавина) вдоль разрядного промежутка определяется коэффициентом ударной ионизации  $\alpha$ , который в простейшем случае полагается зависящим только от величины поля в данной точке

$$\frac{dj_-}{dx} = \alpha(x)j_-(x). \quad (8)$$

Как уже отмечалось, данное локальное приближение, если и выполняется, то без большого запаса и должно проверяться хотя

бы простейшими оценками числа столкновений электрона при прохождении слоя. В настоящей работе обсуждаются эксперименты [21, 22] с разрядом в аргоне в диапазоне параметров  $pd \sim 0.5 - 5$  Торр см. Для аргона сечение упругого рассеяния электронов на атомах  $\sigma_e \sim 1.5 \cdot 10^{-15}$  см<sup>2</sup>, а сечение ионизации электронным ударом  $\sigma_i \sim 2.8 \cdot 10^{-16}$  см<sup>2</sup>. При приведенной длине  $pd=1$  Торр см это соответствует примерно 50 длинам свободного пробега для упругого рассеяния и 10 длинам пробега для сечения ионизации. Мы полагаем, что при таких условиях приближение локальности ионизации выполняется. Тогда уравнение для поля (2) можно записать как в работе [8]

$$\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi}{\mu_+ E(x)} \left[ j_- - \left( 1 + \frac{\mu_+}{\mu_-} \right) j_-(x) \right] \quad (2a)$$

или как в работе [10]

$$\frac{dE}{dj_-} = -\frac{4\pi}{\alpha j_-} \left( \frac{j_- - j_-}{v_+} - \frac{j_-}{v_-} \right) \quad (2b)$$

Зависимость коэффициента ударной эмиссии от величины поля в случае одноатомных газов обычно аппроксимируется одной из следующих формул [1]

$$\alpha = C p e^{-D \sqrt{p/E}}, \quad (9a)$$

$$\alpha = A p e^{-B p/E}, \quad (9b)$$

где  $e$  – основание натуральных логарифмов,  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$  – коэффициенты, табулированные, например, в [1,6,7].

Эту систему уравнений необходимо дополнить граничными условиями. Первое заключается в том, что вблизи анода (катод располагается в начале координат) весь ток переносится только электронами

$$j_-(d) = j. \quad (10)$$

Плотность электронного тока вблизи катода определяется эмиссией электронов с катода. В случае холодного катода главным механизмом является электрон-ионная эмиссия при падении ионов на поверхность металла, характеризуемая коэффициентом эмиссии  $\gamma$ . Тогда граничное условие на катоде

$$j_-(0) = \frac{\gamma}{1+\gamma} j \quad (11)$$

Данная система уравнений позволяет рассчитать «ВАХ» катодного слоя. Она полностью соответствует системе уравнений, используемых в известной численной процедуре, впервые примененной в [8] и по физическому смыслу эквивалентна классической теории. В этой схеме для фиксированной величины



плотности тока можно варьированием подобрать такое значение поля на катоде (или аноде), чтобы выполнялись оба граничных условия и построить «ВАХ». Отметим основные отличия схемы расчета настоящей работы и работы [8]:

1) Это техническое отличие. Как отмечалось в [8], варьированием поля можно получить «ВАХ» лишь в области малых плотностей тока (темный таунсендовский разряд и раннее начало области перехода к нормальному тлеющему разряду), но для больших плотностей тока счетная схема становится неустойчивой. Это подтвердилось и в наших расчетах. С другой стороны, нами было замечено, что в области больших плотностей тока удобно фиксировать поле на катоде и варьировать плотность тока. В данном варианте счетная схема, наоборот, становится неустойчивой в области малых токов. Однако, как будет показано ниже, границы применимости обоих приемов перекрываются, и участки «ВАХ», построенные с их помощью, хорошо состыковываются.

2) В [8] помимо электрон-ионной учитывалась фотоэмиссия. При этом связь между электронным и ионным током на катоде выражается как  $j_-(0) = j_0 + \gamma j_+(0)$ , где  $j_0$  – плотность фототока с катода, а граничное условие на катоде

$$j_-(0) = \frac{j_0 + \gamma \cdot j}{1 + \gamma} \quad (12)$$

Однако в рассматриваемых условиях приведенная величина фототока  $j_0/p^2 \sim 10^{-14}$  А см<sup>-2</sup> несопоставимо меньше соответствующего параметра для тока электрон-ионной эмиссии и это различие при сопоставлении результатов может не учитываться.

3) В [8] подвижность  $\mu_+$  считалась постоянной, в настоящей работе она бралась зависящей от поля из [23]; подвижность электронов  $\mu_-$  считалась постоянной и равной  $3.2 \cdot 10^5$  см<sup>2</sup> с<sup>-1</sup> В<sup>-1</sup> Торр<sup>-1</sup> [23], что близко к значению, использованному в [8].

4) Наиболее важное отличие состоит в том, что в настоящей работе коэффициент эмиссии  $\gamma$  принимался зависящим от величины поля, а не постоянным, как в [8] и в большинстве других работах. Зависимость устанавливалась следующим образом. Интегрирование уравнения (8) в пределах длины  $d$  разрядного промежутка с граничными условиями (10) и (11) дает условие самоподдержания разряда.

$$\ln\left(1 + \frac{1}{\gamma}\right) = \int_0^d \alpha(E(x)) dx. \quad (13)$$

Для таунсендовского пробоя, когда поле в разрядном промежутке однородно и не искажено объемными зарядами, величина приведенной напряженности поля равна отношению разности потенциалов, приложенной к разрядному промежутку к приведенной длине промежутка  $E/p=U/(pd)$ . Тогда из (13) и (9а) следует

$$\gamma^{-1} = e^{C_p d e^{-D\sqrt{p/E}}} - 1 \quad (14)$$

Используя измеренные зависимости напряжения пробоя от  $pd$  (кривые Пашена) можно получить зависимость  $\gamma(E)$ . Кривые Пашена для пробоя аргона в промежутке с медными электродами приведены на рис.2 по данным работ [21, 24, 25]. Там же приведена кривая, рассчитанная по (14) для  $\gamma=0.02$ . Данные в целом согласуются. Некоторые отличия связаны, по-видимому, с различием в чистоте газа, обработке и размерах плоских электродов, различием способов измерения. Так, в работах [21, 22] напряжения пробоя определялось как минимальное постоянное напряжение, приложенное к газовому промежутку, приводящее к пробую и зажиганию разряда. В работе [25] напряжение пробоя определялось как напряжение горения темного разряда, поддерживаемое источником питания через высокоомное сопротивление. Во втором случае некоторый вклад могут вносить метастабильные возбужденные атомы. В настоящей работе мы предпочли не усреднять данные различных авторов, а воспользоваться измерениями [21, 22], с которыми проводится сопоставление результатов настоящей работы. Соответствующие данные для  $\gamma(E)$  показаны на рис.3. Они хорошо аппроксимируются линейной зависимостью  $\gamma=6 \cdot 10^{-5} * E/p$ , где приведенная напряженность электрического поля выражена в  $\text{В см}^{-1} \text{Торр}^{-1}$ .

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ.

Заметим, что во всех случаях в данной работе ВАХ и «ВАХ» относятся к полной длине  $d$  разрядного промежутка. Однако, поскольку поле в положительном столбе много меньше поля катодного слоя, а обсуждаются, в основном, случаи коротких промежутков, значения напряжений могут быть отнесены и к катодному слою. «ВАХ» разряда в аргоне с плоским медным катодом для различных  $pd$  приведены на рисунках 4-6.

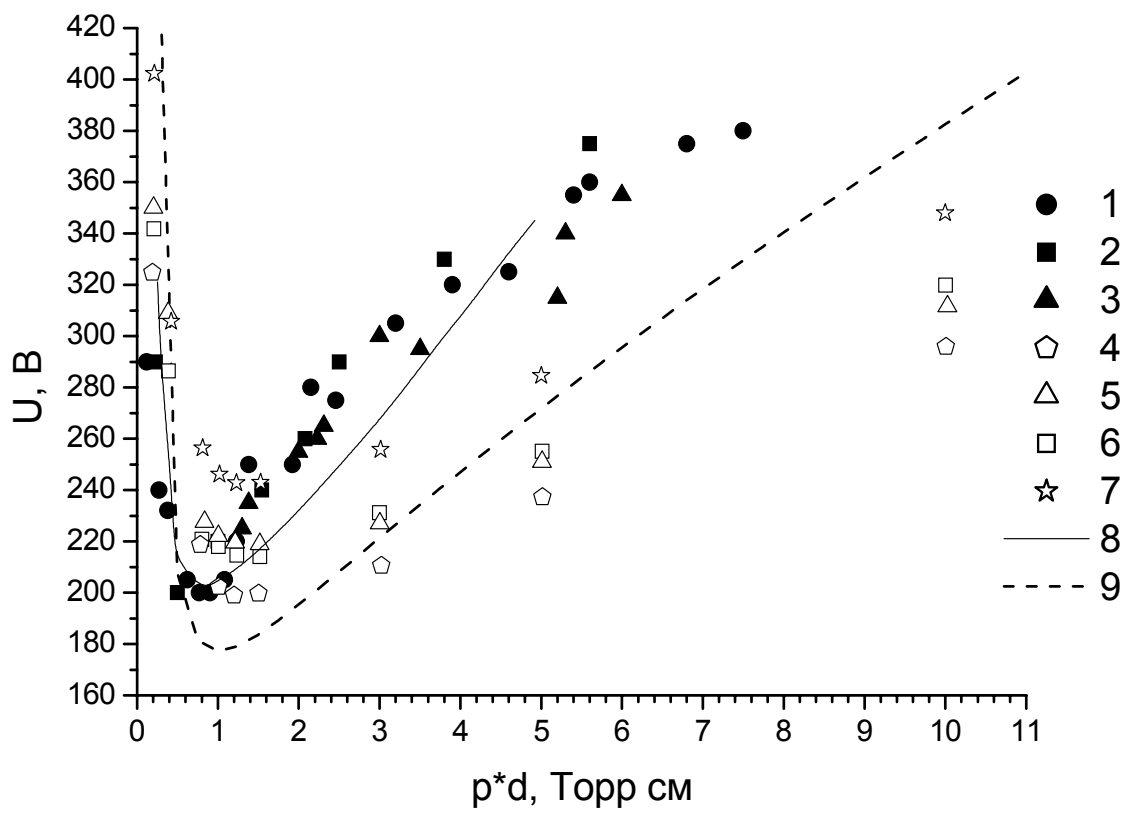


Рис. 2.

Зависимость напряжения таунсендовского пробоя в аргоне с медным катодом от произведения  $pd$  (кривая Пашена). Данные разных авторов: длина межэлектродного промежутка  $d=0.34$  (1),  $0.57$  (2) и  $0.63$  мм (3) при ширине электродов  $w=4$  мм и длине  $l=6$  см [21];  $d=2$  (4),  $4$  (5),  $6$  (6) и  $10$  мм (7) при диаметре электродов  $D=5$  см [25]; (8) – данные [24]; (9) – расчетная кривая для  $\gamma=0.02$ .

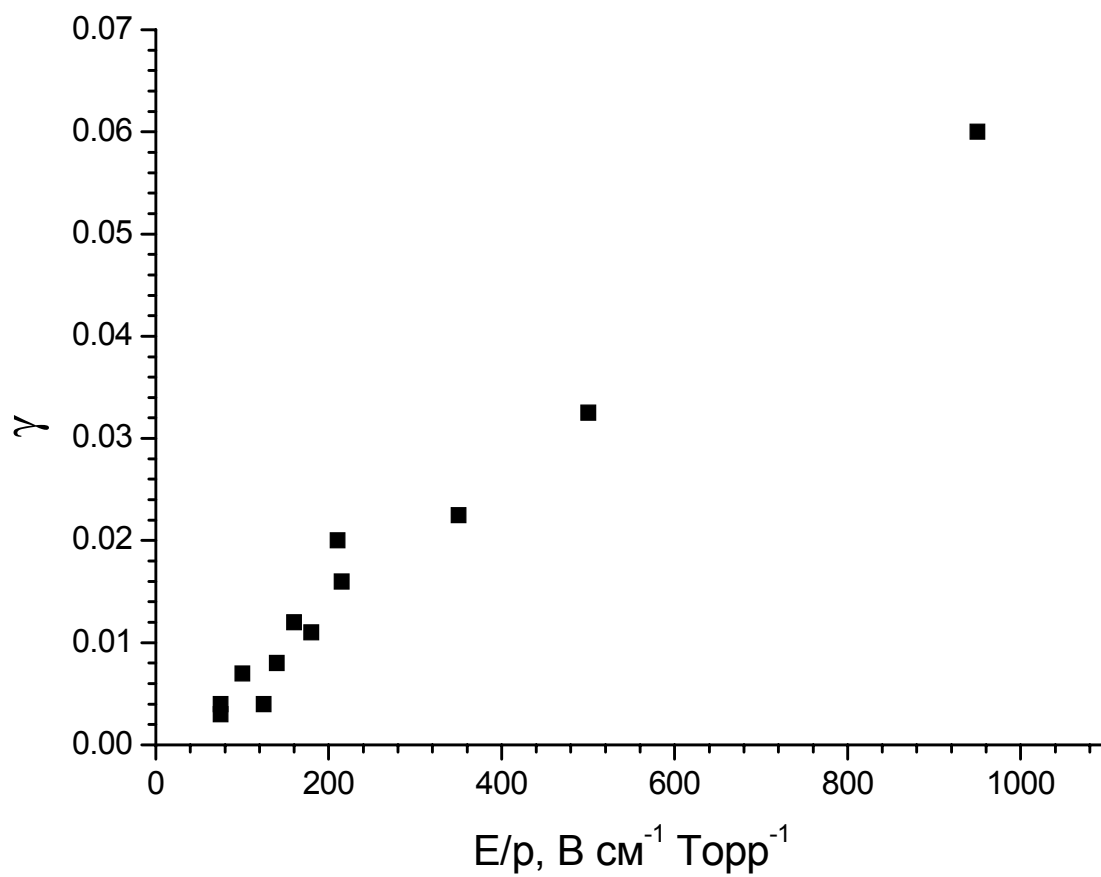


Рис. 3

Зависимость коэффициента ион-электронной эмиссии с медного катода в аргоне от приведенной напряженности электрического поля.

На рис. 4 показаны данные работы [8], рассчитанные для пяти величин  $pd$  при постоянном значении  $\gamma$ . Значения использованных коэффициентов указаны в подписи. Максимальные приведенные плотности тока  $j/p^2$  ограничены величинами  $\sim 6$  мкА/см<sup>2</sup>Торр<sup>2</sup>, что, как уже говорилось выше, связано с неустойчивостями расчетной схемы при использованном в [8] алгоритме. Только одна зависимость для  $pd=3$  Торр см демонстрирует слабый минимум. Вклад фотоэмиссии, действительно, пренебрежимо мал (см. раздел 2) при всех приведенных условиях. Результаты расчетов, проведенных нами при тех же параметрах хорошо совпадают результатами [8], включая границы области устойчивости вычислительной схемы.

На рис. 5 приведены результаты расчета настоящей работы, для трех значений  $pd$ . В этом случае значения остальных параметров также практически совпадают с таковыми для рис. 4. Существенно, что область значений  $j/p^2$  рисунка 5 значительно шире. Это достигается использованием двух способов вариации поля и тока (см. раздел 2). Заполненные символы соответствуют процедуре с варьированием поля, пустые – с варьированием тока. Данные хорошо «сшиваются» в промежуточной области плотностей тока. Видно, что расширение области тока гораздо полнее выявляет особенности «ВАХ». Заполненные звездочки соответствуют результатам расчета с дополнительным условием равенства скорости вылета электронов с поверхности катода дрейфовой скорости, введенным в работе [10].

Результаты расчетов с величиной  $\gamma$ , зависящей от поля, представлены на рис. 6. Как и на предыдущем рисунке, заполненные символы соответствуют вариациям поля, пустые – вариациям тока. Видно, что картина заметно изменилась, причем, как показывают расчеты, это, в основном, связано с непостоянством коэффициента эмиссии. Заполненные звездочки обозначают то же, что и на рис. 5.

Была проведена серия расчетов для выявления условий минимума «ВАХ», если он существует. Результаты показаны на рис.7 в виде зависимостей для комбинаций приведенных плотностей тока и длины разрядного промежутка. Кривые соответствуют расчетам с учетом (кривая 3) и без учета (кривая 4) зависимости  $\gamma$  от поля. Здесь же помещены результаты измерений, выполненных в работах [21] (кривая 1) и [22] (кривая 2).

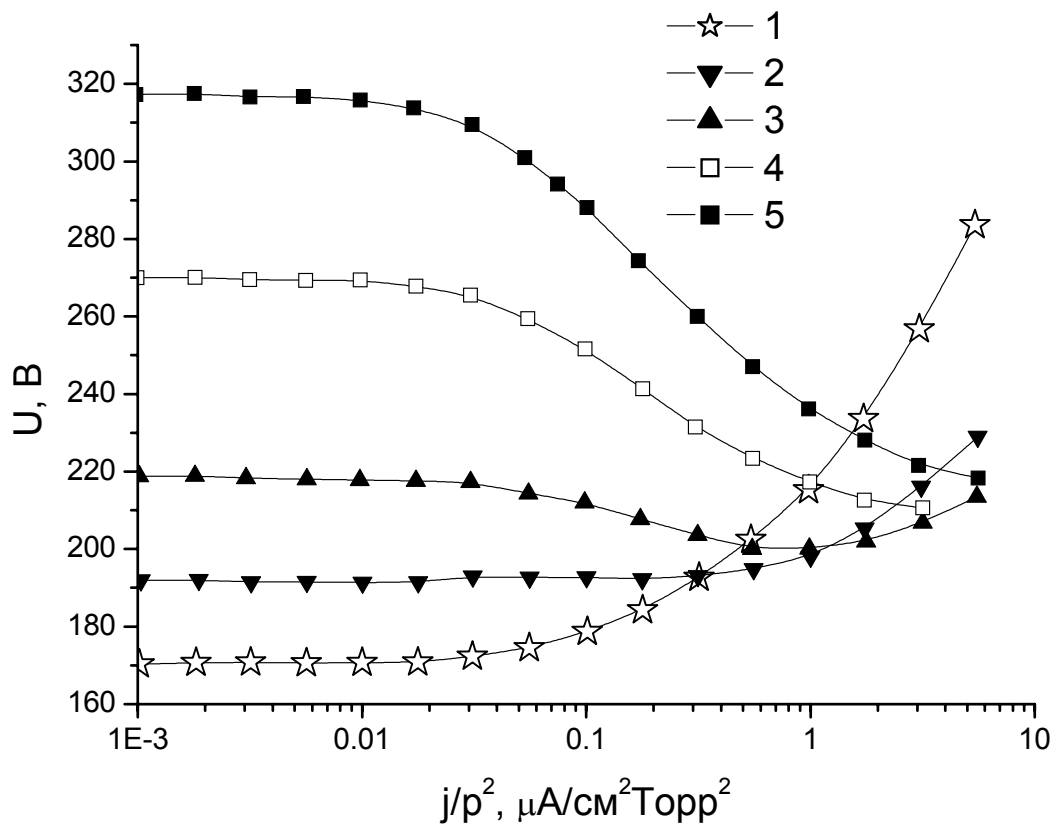


Рис. 4

Расчитанная «ВАХ» разряда в аргоне с медным катодом для различных  $pd=1$  (1), 2 (2), 3 (3), 5 (4) и 7 Торр см (5) [8].

Приведенная плотность фотоэмиссионного тока с катода  $j_0/p^2=10^{-14}$  А см<sup>-2</sup>.  $C=31.5$  см<sup>-1</sup> Торр<sup>-1</sup> и  $D=27.1$  В<sup>1/2</sup> см<sup>-1/2</sup> Торр<sup>-1/2</sup> в выражении для коэффициента ионизации  $\alpha$  (9).  $\gamma=0.02$ ,  $\mu_-=3 \cdot 10^5$  см<sup>2</sup> В<sup>-1</sup> с<sup>-1</sup> Торр<sup>-1</sup> и  $\mu_+=1444$  см<sup>2</sup> В<sup>-1</sup> с<sup>-1</sup> Торр<sup>-1</sup>.

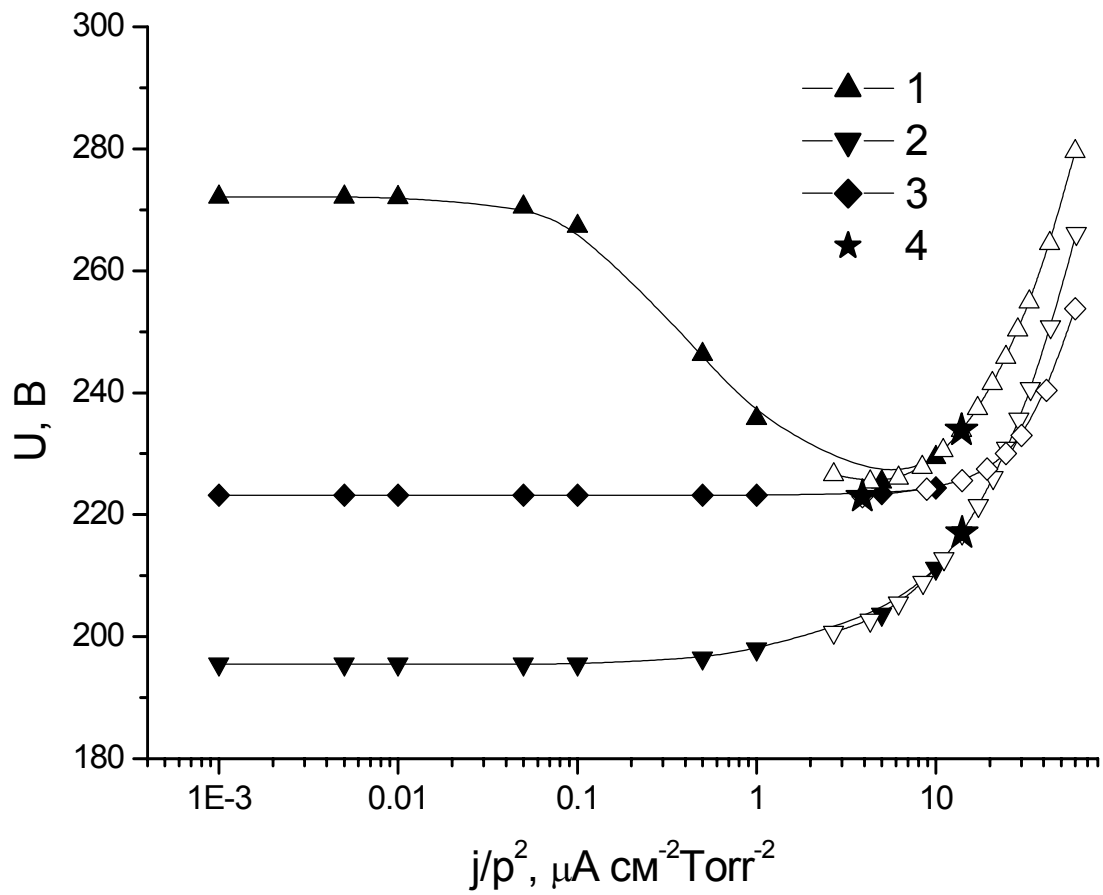


Рис. 5.

Расчитанная «ВАХ» разряда в аргоне с медным катодом для различных  $p d$ . Коэффициент ион-электронной эмиссии постоянен  $\gamma=0.02$ . Закрашенные значки соответствуют вариации поля при фиксированной плотности тока как в [8], открытые – вариации тока при фиксированной величине поля на катодe.  $p d=5$  (1), 2 (2) и 0.45 Торр см (3). Звездочками (4) даны точки для которых выполняется условие (26).

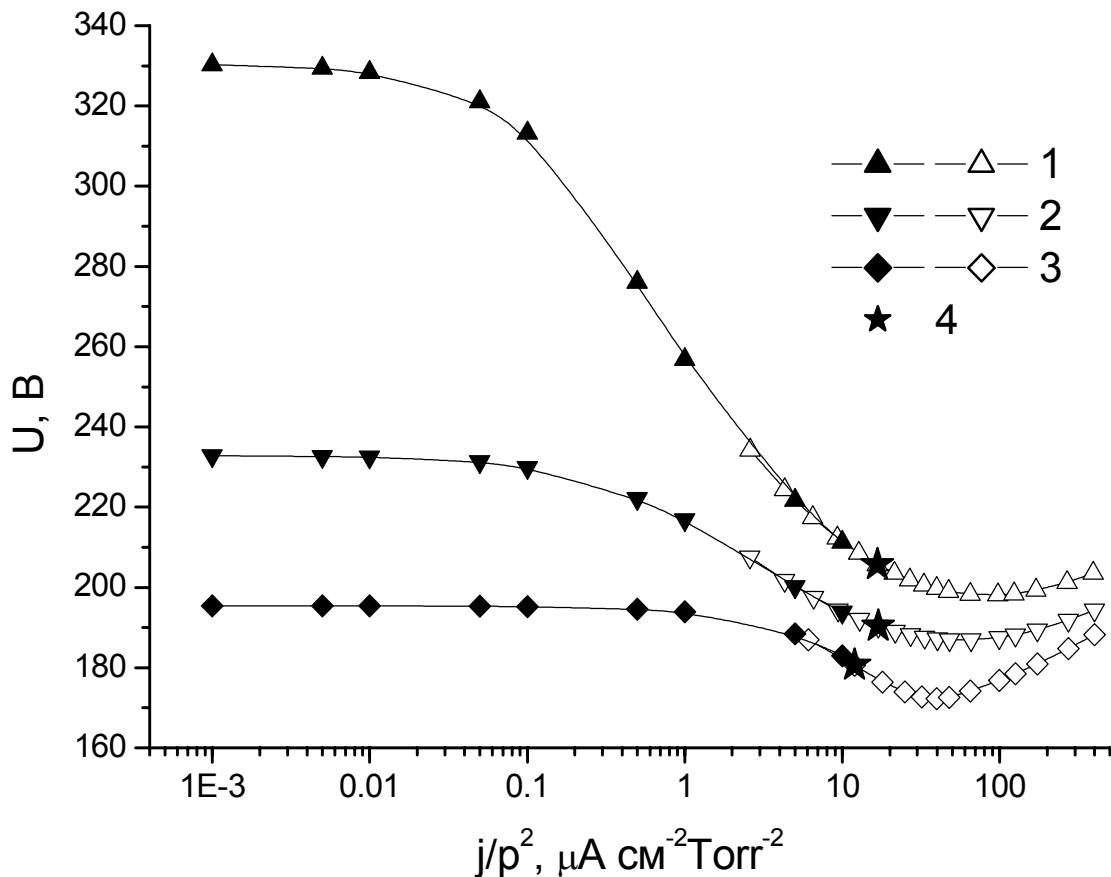


Рис. 6

Расчитанная «ВАХ» разряда в аргоне с медным катодом для различных  $pd$ . Коэффициент ион-электронной эмиссии зависит от поля согласно рис. 3. Закрашенные значки соответствуют вариации поля при фиксированной плотности тока как в [8], открытые – вариации тока при фиксированной величине поля на катоде.  $pd=5$  (1), 2 (2) и 0.45 Торр см (3). Звездочками (4) даны точки для которых выполняется условие (26).



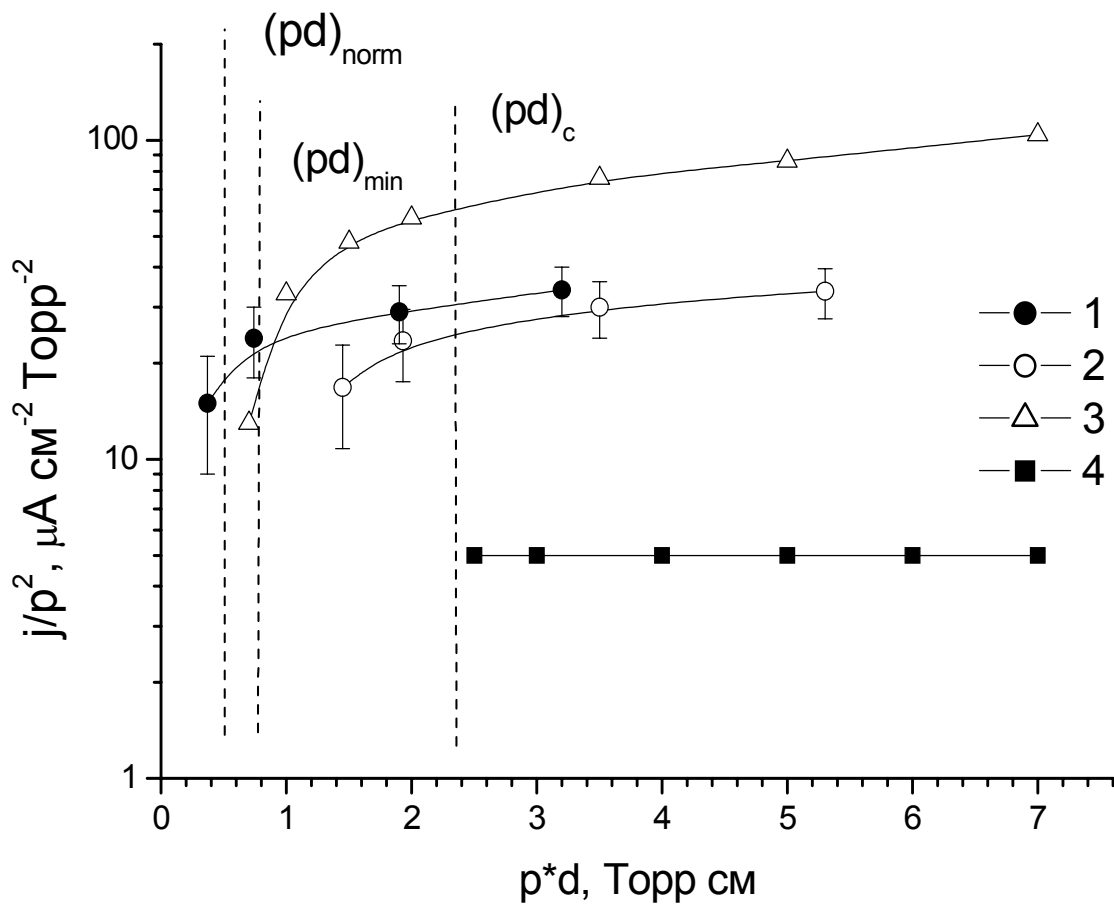


Рис. 7.

Экспериментальная зависимость приведенной нормальной плотности тока разряда в аргоне с медным катодом от  $p \cdot d$  при различных давлениях  $p=9.2$  (1) [21] и  $38.6$  Торр (2) [22] и рассчитанные точки, соответствующие минимуму на «ВАХ» разряда, для различных  $p \cdot d$  для коэффициента ион-электронной эмиссии  $\gamma$ , зависящей от поля как на рис. 3, (3) и постоянного значения  $\gamma=0.02$  (4).

#### 4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Как уже отмечено выше, согласно широко признаваемым выводам [1,5] эффект нормальной плотности тока разряда может существовать только при выполнении условия (1). Само же явление нормальной плотности связывается с наличием минимума на «ВАХ» катодного слоя - точка минимума соответствует нормальной плотности тока и нормальному катодному падению потенциала. При выполнении (1) минимум существует и  $j/p^2$  в точке минимума остается неизменным для всех  $p$  и  $d$ , при меньших  $pd$  – минимума нет.

Однако и измерения [21, 22] и описанные выше результаты численного моделирования показывают, что это ключевое для классической теории катодного слоя условие может и не выполняться. Для обсуждения причин такого несоответствия целесообразно указать вначале на допущения, при которых получается (1). При этом последуем исходным соображениям [1,5] и недавней работы [27].

Качественно, наличие или отсутствие минимума определяется тем, является ли «ВАХ» в области перехода от темного разряда к тлеющему падающей или растущей (рис.1). Точка минимума «ВАХ» соответствует широкому плато обычной ВАХ (в координатах ток-напряжение), причем ток может изменяться на несколько порядков величины. Граница этого плато со стороны малых токов т.е. зона участка ВАХ между темным и нормальным разрядами по существующей терминологии соответствует т.н. поднормальному разряду. Поскольку граница плато CD ВАХ или точки (“С”, ”D”) «ВАХ» со стороны больших токов соответствует началу аномального разряда с растущими «ВАХ» и ВАХ, то для условия (1) требуется, чтобы «ВАХ» в зоне перехода от темного разряда к нормальному была падающей. Если в этой области «ВАХ» растет, то темный разряд с увеличением плотности тока переходит сразу в аномальный.

В темном разряде поле во всем межэлектродном промежутке практически не искажается объемными зарядами и равняется, как и напряжение, практически пробойному. С ростом тока объемные заряды искажают поле и начинает формироваться катодный слой. Если обозначить как  $E_T$  и  $U_T$  – поле и напряжение темного разряда, то распределения поля и напряжения вдоль промежутка при появлении объемных зарядов с ростом плотности тока можно выразить так

$$E(x) = E_T + \Delta(x), \quad U = U_T + \int_0^d \Delta(x) dx \quad (15)$$

где  $d$  – длина разрядного промежутка,  $\Delta(x)$  – искажение поля, которое зависит от плотности тока. Чем больше плотность тока, тем сильнее возмущается распределение поля вдоль промежутка. Считая это возмущение малым, можно в любой точке промежутка провести разложение коэффициента ионизации  $\alpha$  по этому малому возмущению:

$$\alpha(E(x)) = \alpha(E_T) + \alpha'_E(E_T)\Delta(x) + \frac{1}{2}\alpha''_E(E_T)\Delta^2(x) + \dots \quad (16)$$

С другой стороны, должно выполняться условие устойчивости горения (13). Если  $\gamma$  не зависит от поля и остается постоянным, то записывая (13) для невозмущенного темного разряда и возмущенного случая, можно получить

$$\begin{aligned} \alpha(E_T)d &= \int_0^d \alpha(E(x)) dx = \alpha(E_T)d + \\ &+ \alpha'_E(E_T) \int_0^d \Delta(x) dx + \\ &+ \frac{1}{2} \alpha''_E(E_T) \int_0^d \Delta^2(x) dx + \dots \end{aligned} \quad (17)$$

Тогда из (15) и (17) следует, что напряжение

$$U = U_T - \frac{\alpha''_E(E_T)}{2\alpha'_E(E_T)} \int_0^d \Delta^2(x) dx + \dots \quad (18)$$

Под интегралом стоит неотрицательная функция. Ее конкретное аналитическое выражение для целей нашего анализа не так важно, за исключением того, что, как показано в работе [27], интеграл

$\int_0^d \Delta^2(x) dx \sim j^2$ , где  $j$ , как и ранее – плотность тока разряда. В

соответствии с (9а), (9б) зависимость  $\alpha$  от  $E$  неубывающая вида:

$$\alpha(E) = Ae^{BE^n}, \quad (19)$$

где  $n=-1/2$  или  $n=-1$  (вообще говоря, должна быть зависимость от  $E/p$ , но это не так важно в данном случае, так как можно рассматривать для какого-то фиксированного давления и выводы обобщить в силу  $pd$ -инвариантности) и первая производная

коэффициента ионизации по полю  $\alpha_E'(E)$  всегда неотрицательна. Тогда выражение (18) можно записать в виде квадратичной формы:

$$U = U_T - \alpha_E''(E_T)aj^2 + \dots, \quad (20)$$

где коэффициент  $a \geq 0$ . Таким образом, будет в рассматриваемой области характеристика растущей или падающей, определяется знаком второй производной коэффициента ионизации по полю при величине поля, равной полю пробоя. Минимум существует, если она положительна, и не существует, если отрицательна. Здесь необходимо отметить, что сама по себе «ВАХ» в виде (20) не может описать положение минимума, поскольку использованная функциональная связь интеграла в (18) с плотностью тока справедлива только в области плотностей много меньших нормальной [27]. Для наших рассуждений важна лишь тенденция поведения «ВАХ» в области начала перехода от темного разряда к тлеющему. Если зависимость падающая, а, как известно, в области аномального разряда «ВАХ» растет, то этого достаточно для появления минимума без уточнения его положения.

Дважды дифференцируя выражение (19) по полю определим величину поля  $E_{Tc}$ , при которой вторая производная обращается в нуль:

$$E_{Tc} = n \sqrt{\frac{1-n}{Bn}}. \quad (21)$$

Для напряжения таунсендовского пробоя при однородном по длине промежутка поле из (13) следует

$$U_T = E_T d = \frac{E_T \ln(1 + 1/\gamma)}{Ae^{BE_T^n}}. \quad (22)$$

Дифференцируя данное выражение по полю и приравнявая производную нулю находим величину напряженности поля  $E_{Tmin}$ , соответствующую минимуму на кривой пробоя Пашена:

$$E_{Tmin} = n \sqrt{\frac{1}{Bn}} \quad (23)$$

Обозначим длину разрядного промежутка, соответствующую минимуму на кривой Пашена как  $d_{min}$  (при этом величина поля пробоя будет  $E_{Tmin}$ ), а длину промежутка, при которой  $\alpha_E''(E)=0$  как  $d_c$  (этому промежутку соответствует поле пробоя  $E_{Tc}$ ). Тогда, полагая коэффициент  $\gamma$  постоянным, из условия устойчивости (13) получаем, что  $\alpha(E_{Tc})d_c = \alpha(E_{Tmin})d_{min}$ , а отсюда, используя (19), (21) и (23) получаем:

$$\frac{d_c}{d_{\min}} = \frac{e^{1/n}}{e^{1-n/n}} = e \quad (24)$$

Это совпадает с «классическим» критерием существования нормального разряда (1) в силу  $pd$  инвариантности. При получении (24) и, соответственно (1), существенно, чтобы коэффициент  $\gamma$  был постоянным. Это используется при получении соотношений (17), (18), (20). В обратном случае, если  $\gamma$  зависит от поля на катоде, что наблюдается экспериментально (см. рис.4), соотношения (1), (24) становятся неверным. То, что величина  $\ln(1+1/\gamma)$  будет различной для разных значений поля на катоде приведет к появлению в выражении (18) члена, зависящего от  $\alpha$ ,  $\alpha_E$ ,  $\gamma$  и  $d$ . **Таким образом, поскольку  $\gamma$  зависит от поля на катоде, то следует заключить, что классический критерий (1) существования или отсутствия эффекта нормальной плотности, неточен – область условий существования минимума «ВАХ» оказывается шире.**

Этим и объясняются вышеприведенные результаты численного моделирования и экспериментальные результаты [21, 22]. Чтобы обсудить соответствие расчетов и измерений, следует еще раз обратиться к вопросу об определении величины нормальной плотности тока. Такая необходимость возникает из-за того, что прямые сопоставления расчетных и экспериментальных «ВАХ» в области минимума затруднительны – при плотностях тока меньших, чем соответствующих минимуму, на падающей части характеристики разряд неустойчив [1,5]. Кроме того, как упоминалось во введении, отсутствие в течение длительного периода убедительных соображений в пользу выбора  $j_n$  в минимуме «ВАХ» вызвали альтернативные предложения. Упомянем в этой связи несколько подробнее недавнюю работу [10].

Если основной механизм электрон-ионной эмиссии состоит в потенциальном вырывании (энергия ионизации расходуется на работу выхода и сообщение скорости свободному электрону), то средняя скорость  $v_0$  вылета электронов с катода

$$v_0 = \sqrt{\frac{2(I - 2\psi)}{m_e}}, \quad (25)$$

$m_e$  – масса электрона,  $I$  – потенциал ионизации атома газа,  $\psi$  – работа выхода. Апеллируя к соображениям о непрерывности скорости в [10] полагается, что  $v_0$  равняется дрейфовой скорости электронов у поверхности катода. Тогда, с учетом (4), возникает условие для поля на катоде:

$$E(0) = -\frac{1}{\mu_-} \sqrt{\frac{2(I - 2\psi)}{m_e}}. \quad (26)$$

Введение такого дополнительного условия определяет выбор некоторой точки на «ВАХ», не связанный с условием минимума. Эта точка, согласно [10] и соответствует нормальной плотности тлеющего разряда. При указанных допущениях можно вывести простые аналитические выражения для плотности тока на катоде и оказывается, что рассчитанные по ним результаты [10] разумно согласуются с измерениями. Если бы такой простой и общий подход оправдался по отношению к широкому классу условий, его польза в физике и технике газового разряда была бы несомненна. Однако, то, что сопоставление с экспериментом в [10] проведено лишь для ограниченного числа случаев (в [10] - разряд в водороде с алюминиевыми электродами) и использован ряд подгоночных параметров, в т.ч. в коэффициентах ионизации и эмиссии  $\gamma$  (как и в других работах принимался постоянным), делает желательным дополнительную проверку данной теории. Тем более, что анализ указанных допущений вызывает ряд замечаний, в т.ч.:

-а) Условие (26) для выбора режима нормальной плотности столь же декларативно, как и условие минимума «ВАХ». Отсутствие привязки к какому-либо участку ВАХ тлеющего разряда не позволяет явно разграничить столь различающиеся формы разряда, как темный, нормальный, аномальный и др.

-б) Вызывает сомнение использование классического понятия подвижности непосредственно вблизи катода. По определению, скорость дрейфа – это векторно-средняя скорость движения частиц в электрическом поле. Если электроны вылетают с катода со средней скоростью, равной их векторно-средней величине вблизи катода, то это означает, поток электронов, рассеянных обратно к катоду, отсутствует. Известно (напр., [11]), однако, что для упругих столкновений вероятности рассеяния вперед и назад практически равны. Для неупругих столкновений поток электронов, рассеянных назад также весьма существенен. Поэтому вполне вероятно, что электроны, вылетающие из катода со скоростями, определяемыми (25), рассеиваются при упругих столкновениях на длине  $\sim 1-2$  длин свободного пробега, приобретая более изотропное распределение со средней скоростью равной дрейфовой для данной локальной величины поля в катодном слое. Описание такой эволюции требует кинетического подхода и нет оснований полагать априори, что условие (26) всегда окажется разумным приближением.

В силу сказанного мы сочли целесообразным оценить возможности подхода [10], сопоставляя его с результатами настоящей работы. Это, в том числе, уже сделано на рисунках 5 и 6.

В свете новых обстоятельств, связанных с учетом зависимости  $\gamma(E)$ , приведем аргументацию выбора условия для нормальной плотности тока, сделанного в данной работе. Обратимся к физическому смыслу критерия (1). Если приведенная длина  $pd$  разрядного промежутка меньше некоторой длины  $(pd)_c$ , то рост тока за пределами области темного разряда обеспечивается обычным таунсендовским механизмом размножения электронов, даже если поле в промежутке однородно и близко к пробойному (полю темного разряда)  $E_t$ . Если же длина промежутка превышает эту величину, то перераспределение поля за счет объемного заряда и формирование катодного пространства облегчает условия распространения электронной лавины и поддержания разряда. При этом длина катодного слоя  $(pd)_{norm}$  может быть (и так на самом деле) меньше, чем  $(pd)_c$  или даже  $(pd)_{min}$  для пашеновского минимума пробоя. Но наличие участка разрядного промежутка вне катодного слоя, хотя даже и с очень малым значением электрического поля (в нашем приближении нулевым) функционально важно. Его устранение меняет механизм формирования разряда. Если этот участок отсутствует, то по мере увеличения тока разряд из темного переходит в аномальный с растущей «ВАХ», минуя стадию нормального разряда. Численный коэффициент « $e$ » в (1) связан с зависимостью коэффициента ионизации от поля (9а, 9б). Это известные соображения (напр., [1]) и они не зависят (за исключением численного коэффициента) от того, принимается во внимание зависимость  $\gamma(E)$  или нет. Однако, в последнем случае они не дают каких-либо указаний на природу самого явления нормальной плотности, что и поддерживает известную дискуссию.

Если же принять во внимание эту зависимость, то предыдущий сценарий следует дополнить с учетом того, что эмиссионная способность единицы поверхности катода различна в темном и нормальном тлеющем разрядах. С увеличением тока происходит изменение  $\gamma$  от величины, соответствующей темному разряду, когда поле у катода равно пробойному, до величины, соответствующей нормальному разряду, когда поле на катоде определяется катодным падением. При сформированном катодном падении поле у катода выше пробойного, оно обеспечивает не только пробой, но и ускорение электронов до энергий, достаточных для ионизации атомов. Это ведет и к увеличению  $\gamma$

(рис.1). Так, если типичное значение поля пробоя при  $pd \sim 1 \text{ Torr} \cdot \text{cm}$  составляет  $\sim 10^2 \text{ В/см}$ , то поле объемного заряда у поверхности катода в нормальном разряде  $\sim 10^3 \text{ В/см}$ . При этом, в соответствии с рис.3, величина  $\gamma$  также увеличивается более, чем на порядок. В той же мере уменьшается и поверхность катода, необходимая для эмиссии нужного для обеспечения полного тока в цепи разряда числа электронов. При этом, как показано выше, критерий (1) с его численным коэффициентом нарушается и смена режима поддержания разряда произойдет при меньших значениях  $pd$ , чем  $(pd)_c$ , поскольку увеличение эмиссии раньше проявляет выгодную роль катодного слоя. Так задается минимальный размер токового пятна на поверхности катода. Дальнейшее увеличение тока не требует повышения поля и происходит за счет роста пятна. Когда вся поверхность катода будет заполнена, увеличение как тока, так и его плотности должно быть обеспечено ростом эмиссии за счет внешнего напряжения в области роста как ВАХ, так и «ВАХ». Эти соображения возвращают нас опять к традиционному выбору величины нормальной плотности, как соответствующей минимуму «ВАХ». Теперь мы исходим, однако, не только и не столько из подвергавшихся ранее сомнениям относительно правомерности их использования принципов минимумов напряжения или мощности [1,5], сколько из соображений о зависимости коэффициента вторичной электронной эмиссии от поля на катоде и согласованности процессов эмиссии и необходимого для существования разряда ускорения электронов в связанной системе катод - катодный слой.

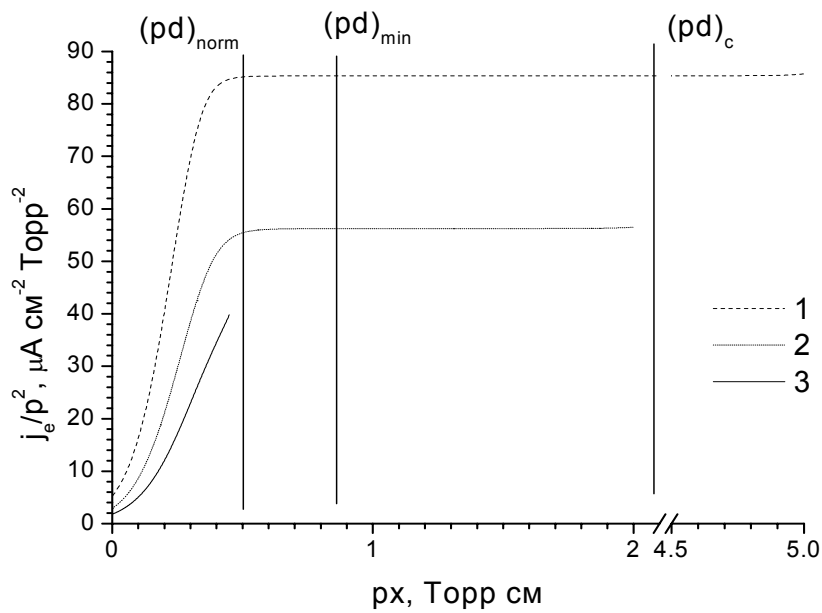
На рис. 8 помимо уже упоминавшихся выше результатов расчета нормальной плотности тока, приведены для сравнения данные измерений работ [21, 22]. Расчет при учете зависимости  $\gamma(E)$  согласуется с измерениями с точностью до фактора 2...3 по абсолютной величине. Такое расхождение вполне объяснимо грубостью используемой нами расчетной модели в целом. Важно, однако, что и расчет и эксперимент обнаруживают наличие эффекта нормальной плотности в области  $pd$ , «запрещенной» критерием (1). Это согласуется с изложенным выше. Как расчеты, так и измерения демонстрируют уменьшение величины нормальной плотности при уменьшении  $pd$ , наиболее заметное в области  $pd < (pd)_c$ . Такое поведение объясняется тем, что при уменьшении промежутка распределение пространственного заряда становится более однородным, это соответствует условиям поднормального разряда как области, промежуточной между нормальной и темной формами, где роль катодного слоя в



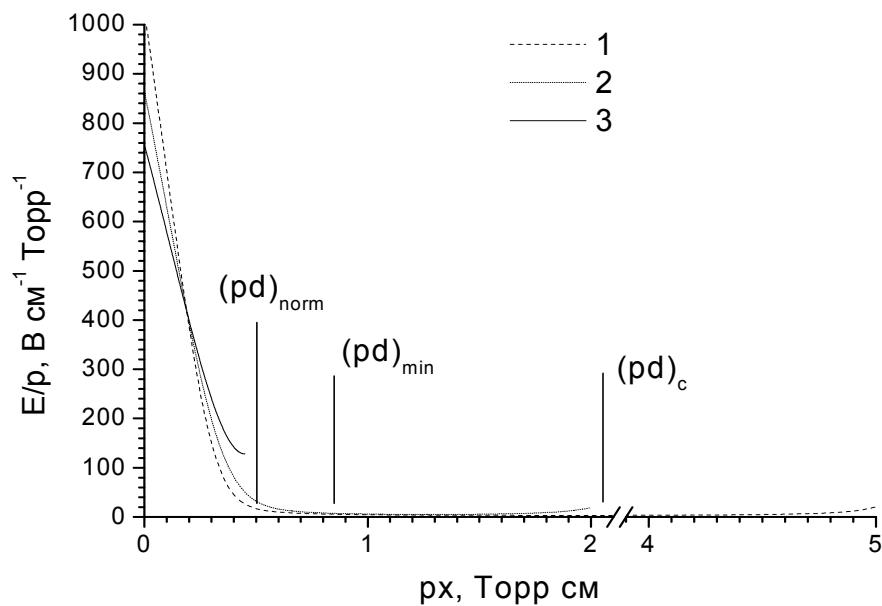
поддержании разряда начинает ослабевать. Рисунки 8(а,б) иллюстрируют начало этой трансформации.

На рис. 8 (а) приведено распределение электронной части полной плотности тока разряда вдоль промежутка, а на рис. 8 (б) – распределение электрического поля вдоль промежутка для различных приведенных длин  $pd$ . В расчетах использовался коэффициент электронной эмиссии, зависящий от поля на катоде, и выбирались точки на «ВАХ» разряда, соответствующие минимуму «ВАХ». Показаны три характерных случая:  $pd > (pd)_c$  –  $pd=5$  Торр см,  $j/p^2=86 \mu\text{А см}^{-2} \text{ Торр}^{-2}$  (1);  $(pd)_{min} < pd < (pd)_c$  –  $pd=2$  Торр см,  $j/p^2=57 \mu\text{А см}^{-2} \text{ Торр}^{-2}$  (2);  $pd < (pd)_{norm} < (pd)_{min}$  –  $pd=0.45$  Торр см,  $j/p^2=40 \mu\text{А см}^{-2} \text{ Торр}^{-2}$  (3). Поскольку коэффициент ионизации резко зависит от поля (9а), (9б), (20), изменение плотности электронного тока происходит только в области больших полей, т.е. в области катодного падения. Поэтому за границу катодного падения бралась точка, в которой плотность электронного тока перестает меняться (кривые 1 и 2). Таким образом определялась приведенная длина нормального катодного падения  $(pd)_{norm} \sim 0.5$  Торр см. Для длин промежутков  $pd > (pd)_{norm}$  нормальная длина катодного падения остается практически постоянной, но поле на катоде меняется. Для коротких промежутков, т.е. «затрудненного» разряда (кривая 3) такое определение теряет смысл, так как катодное падение не развивается полностью, т.е. нет области практически нулевого поля в разрядном промежутке. Т.о. изменения плотности тока и поля на катоде происходят и тогда, когда само катодное падение еще полностью размещено в разрядном промежутке. Эта же тенденция видна и из рис.6 – уменьшение  $pd$  сдвигает минимум «ВАХ» в область меньших токов. При  $pd \gg (pd)_c$  величина  $j_n$  выходит на постоянное значение, которое обычно и измеряется в экспериментах с достаточно длинными промежутками.

Если вернуться к рис.5 (кривая 2), когда при расчете используется постоянное значение  $\gamma$ , то в области  $pd < (pd)_c$  минимума «ВАХ» не наблюдается и эффект нормальной плотности отсутствует - в соответствии с (1) и в противоречии с наблюдениями.



8 а



8 б

Рис. 8.

Распределение приведенной плотности электронного тока (8 а) и приведенной напряженности электрического поля (8 б) вдоль разрядного промежутка при  $pd > (pd)_c - pd = 5$  Торр см,  $j/p^2 = 86 \mu\text{A cm}^{-2} \text{Torr}^{-2}$  (1);  $(pd)_{min} < pd < (pd)_c - pd = 2$  Торр см,  $j/p^2 = 57 \mu\text{A cm}^{-2} \text{Torr}^{-2}$  (2);  $pd < (pd)_{norm} < (pd)_{min} - pd = 0.45$  Торр см,  $j/p^2 = 40 \mu\text{A cm}^{-2} \text{Torr}^{-2}$  (3) – точки, соответствующие минимуму на «ВАХ» разряда для данных  $pd$ .

Если же следовать теории [10] и принять (25), (26) как условия, определяющие поле на катоде, то расчет нормальной плотности тока дает результаты, показанные на рис.9. Здесь кривые 1 и 2 соответствуют постоянной  $\gamma=0.02$  и переменной  $\gamma$ . Поскольку указанные условия не связаны с наличием минимума «ВАХ», то расчеты распространяются и на область  $pd < (pd)_c$ . Однако, при уменьшении  $(pd)$  вплоть до величины  $(pd)_{norm}$  – толщины нормального катодного слоя – величина  $j_n$  сохраняется неизменной. Для обоих случаев: как для постоянного значения  $\gamma$ , так и зависящего от поля – поведение совпадает качественно, да и количественное отличие мало. Причина этого в том, что условие (26) строго определяет величину поля на катоде. Для всех точек как вдоль кривой 1, как и кривой 2, величина  $\gamma$  остается постоянной, хотя и разной для кривых 1 и 2. Для фиксированной величины поля на катоде и коэффициента эмиссии величина полного тока определяет длину слоя катодного падения. С другой стороны, должно выполняться условие устойчивости (17) и этим однозначно определяется плотность тока, которая при  $pd > (pd)_{norm}$  остается постоянной. Так обстоит до тех пор, пока длина разрядного промежутка не станет меньше, чем была длина слоя катодного падения при больших  $pd$ . Нами по методике [8] были просчитаны «ВАХ» для различных вариантов из области возможных постоянных значений эмиссионного коэффициента  $0.005 < \gamma < 0.6$  (рис.3). Это не привело к качественно новым результатам. Условия минимума «ВАХ» не выходят за пределы критерия (1), а зависимости плотности тока, определяемой в соответствии с (26) от  $pd$  аналогичны уже показанным на рис.9 для  $\gamma=0.02$ , т.е. расчеты с применением условия (26) противоречат измерениям.

Таким образом, учет зависимости эмиссионной способности материала катода от величины электрического поля и определение величины нормальной плотности тока как значение плотности в минимуме «ВАХ» позволяет наиболее полно описать электрические характеристики катодного слоя и нормального режима разряда в описанной серии исследований.

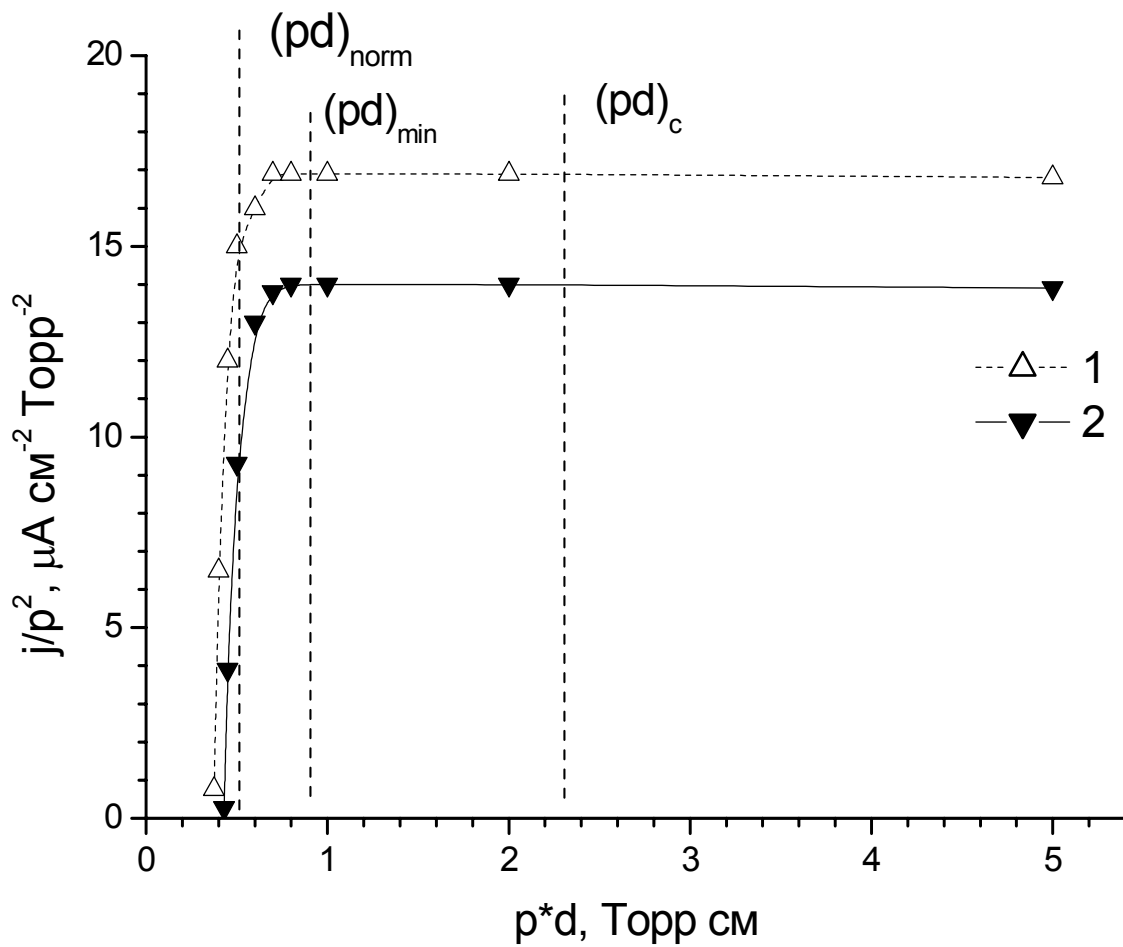


Рис. 9.  
 Расчитанные точки на «ВАХ» разряда, соответствующие условию (26), для различных  $pd$  для коэффициента ион-электронной эмиссии  $\gamma$ , зависящей от поля как на рис. 3, (1) и постоянного значения  $\gamma=0.02$  (2).

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ.

Основным результатом данной работы является то, что растущая зависимость коэффициента ион-электронной эмиссии от поля  $\gamma(E/p)$  обеспечивает существование режима нормальной плотности тока тлеющего разряда при длинах разрядного промежутка существенно меньших, чем это допускалось классической теорией Энгеля-Штеенбека и более поздних теориях газового разряда.. Это, в свою очередь, позволяет дать отсутствовавшую ранее физическую интерпретацию самого явления нормальной плотности тока. Эффект возникает в результате возрастания эмиссии в поле объемного заряда катодного слоя по сравнению с эмиссией в темном разряде с однородным полем, являющемся «генетическим» предшественником нормального разряда. При этом само определение нормальной плотности, как плотности в точке минимума зависимости межэлектродного напряжения от плотности тока разряда, сохраняется, как и в классической теории.

Предпринятый анализ был стимулирован появлением экспериментальных данных [21, 22] и недавних попыток пересмотра основных предпосылок классической теории [10]. Результаты анализа позволяют интерпретировать экспериментальные данные [21, 22] и не подтверждают аналитической теории [10]. Следует, конечно, признать, что анализ в локальном и дрейфовом приближениях к тому же и в одномерной модели не может претендовать на достаточно подробное количественное описание явлений, связанных с приэлектродными процессами. Вместе с тем, мы полагаем, что рассмотренный механизм эффекта нормальной плотности тока должен приниматься во внимание при последующем развитии физики газового разряда.

Авторы крайне признательны С.В. Митько и П.Л.Рубину за многочисленные плодотворные дискуссии по обсуждаемому вопросу.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 02-02-81008 проекта Учебно-Научного Центра «Фундаментальная оптика и спектроскопия» - проект Б 0049 программы «Интеграция».

Литература:

1 Ю.П. Райзер. *Физика газового разряда*. М: Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987

2. A.A.Kuznetsov, M.Z.Novgorodov, V.N.Ochkin e.a. Proc. SPIE, v.4165, 140 (2000)
- 3.Sobel A.A. IEEE Trans. Plasma Sci., v.19, 1032 (1991)
4. Gas lasers – recent developments and future prospects. Ed. by W.J.Witteman and V.N.Ochkin. Kluwer Acad Publishers, 1996
- 5 A. von Engel, M. Steenbeck. *Electrische Gasentladungen. Ihre Physik und Technik* (Springer, Berlin, 1934), Vol. II
6. В.Л.Грановский. Электрический ток в газе. Установившийся ток. М., Гл. Изд. Ф-М. Лит. (1971), с. 235, 292.
7. Энциклопедия низкотемпературной плазмы. Под ред. В.Е.Фортова. М., Наука, (2000), т.2, с. 18-64.
8. A.L. Ward. Phys. Rev., 112 (6), p. 1852 (1958)
9. В.Ю.Баранов, А.А.Веденов, В.Г.Низьев. Теплофиз. Выс. Темп., т.10, с.1156, (1972).
- 10.П.Л. Рубин. Краткие сообщения по физике ФИАН, 9,с.25 (2000)
- 11.А.П. Бохан, П.А. Бохан. Письма в ЖТФ, 27 (6), с.7 (2001)
12. А.Р. Сорокин. Письма в ЖТФ, 26 (24), с. 89 (2000)
13. А.В. Азаров, С.В. Митько, В.Н. Очкин. Квантовая Электроника, 32 (8), с. 675 (2002)
14. V. I. Kolobov, A. Fiala. Phys. Rev. E, 50 (4), p. 3018 (1994)
15. J.P. Voeuf, E. Marode. J.Phys. D: Appl. Phys., 15, p. 2169 (1982)
16. A.V. Phelps, B.M. Jelenković. Phys. Rev. A, 38 (6), p.2975 (1988)
17. Ю.П.Райзер, С.Т.Суржиков. Теплофиз Выс. Темп. т.26, с. 428 (1988)
- 18 Ю.П.Райзер, М.Н.Шнейдер. Физика плазмы, 15 (3), с.318 (1989)
- 19 M. Surendra, D. B. Graves, G. M. Jellum. Phys. Rev. A, 41(2), p.1112 (1990)
20. Z. Donkó, K. Rózsa, R.C. Tobin, K.A. Peard. Phys. Rev. E, 49 (4), p. 3283 (1994)
21. А.В. Азаров, С.В. Митько, В.Н. Очкин Планарный разряд постоянного тока в газе среднего давления. Препринт ФИАН № 55, М., 1998.
22. А.В. Азаров, С.В. Митько, В.Н. Очкин. Краткие сообщения по физике ФИАН, 4, с. 14 (2002)
- 23 Таблицы физических величин. Справочник. Под ред. акад. И. К. Кикоина. М.: Атомиздат, 1976.
- 24 Б.Н. Клярфельд, А.Г. Гусева, А.С. Покровская-Соболева. ЖТФ, 36 (4), с. 707 (1966)
25. G. Auday, Ph. Guillot, J. Galy, H. Brunet. J. Appl. Phys., 83 (11), p. 5917 (1998)
26. B. Szapiro, J.J. Rocca. J. Appl. Phys., 65 (9), p. 3713 (1989)
27. Danijela D. Šijačić, Ute Ebert. Phys. Rev.E, 66, p.006410 (2002)